适用于各版本教材
SHIYONGYUGEBANBENJIAOCAI

总主编：李建刚

新课标

NEW!

中学生优秀教辅

奥赛王

全国金牌教练主编 黄冈名师精心打造

综合 数学

★ 学生步入重点中学的阶梯
★ 家长辅导孩子的好帮手
★ 适用于新课标各版本教材
★ 适用于各年级同步辅导

CHISO 新疆青少年出版社

奥赛王

综合数学

总 主 编:李建刚

本册主编:夏永忠　刘志宏

本册副主编:廖荣坤　彭红卫

编　　委:夏永忠　刘志宏　廖荣坤

范秀红　魏继忠　夏彦辉

何　骏　阮　良　王兴潮

张向辉　董拥军　金瑞光

彭红卫

CHISOI 新疆青少年出版社

图书在版编目(CIP)数据

奥赛王．综合数学/李建刚主编．—乌鲁木齐：
新疆青少年出版社，2009.8
ISBN 978-7-5371-7594-4

Ⅰ.奥… Ⅱ.李… Ⅲ.数学课—初中—教学参考资料
Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 146629 号

出 版 人：徐　江
责任编辑：刘晓晖
责任校对：张　强　陈　堃
封面设计：千里象设计
版式设计：王　玲

奥赛王综合数学

本册主编：夏永忠　刘志宏

出版：新疆青少年出版社
社址：乌鲁木齐市胜利路二巷 1 号　　邮政编码：830049
电话：0991-2885543(编辑部)
网址：http://www.qingshao.net
发行：新疆青少年出版社营销中心　　电话：027-85577487　0991-2880892
经销：各地新华书店　　法律顾问：钟麟 13201203567
印刷：文字 603 厂
开本：880 毫米× 1230 毫米　1/32　　版次：2009 年 8 月第 1 版
印张：13　　印次：2009 年 8 月第 1 次印刷
字数：437 千字　　印数：1—5000
书号：ISBN 978-7-5371-7594-4
定价：19.8 元

前言

《奥赛王》丛书,是针对新课标编写的竞赛与培优系列教辅资料,它以新课标竞赛知识点为主线,同时与新课标教材知识同步编写,体例设计力求创新。我们编写本丛书的目的是:为学生升入重点中学服务,为各级各类学科竞赛服务。

《奥赛王》丛书具有以下突出特点:

一、全面丰富实用

全书内容丰富,题量充足,信息量大。丛书解读详细,分析透彻,归纳全面,训练到位。

二、体例设计全新

全书栏目特色是:

课标导航——理念新。每讲开头用了生动活泼的导语(名言、诗词、小故事、趣题等),让学生在全新的知识背景下步入课题,启迪性强。

赛点解读——结构新。每讲把与教材同步的基础知识,结合竞赛知识来解读,同时又归纳了热门赛点,层次感强。

赛题详解——讲法新。针对各节赛点,配用独到的"教练点拨"、"完全解答"、"特别关注"三个小栏目,实现讲解内容的"实、精、透"与学生能力的"培、提、升"有效统一。

实战演练——练法新。丛书选用最新的中考题及最新的各级各类竞赛题,配以精典题与原创题,分三个方面"赛点整合,步步为营"、"智能升级,链接赛题"、"练后反思,方法提炼"来练,从练"点"、练"面"到最后学生知识的"内化",形成完美的统一。

三、作者阵容强大

《奥赛王》丛书作者全部是黄冈市在竞赛辅导一线工作多年的国家级教练员。他们不仅培养出"湖北省理科状元"，而且辅导学生参加全国竞赛获国家级奖百余人次。卓有成效的辅导经验，保证了丛书的领航性、科学性、实用性。

四、适用对象全面

丛书策划考虑到各地区教材版本的多样性，以竞赛知识点为线索编写，适用于各种版本教材。考虑到读者的知识层次，结合教材内容同步编写，适用于各年级各章节同步辅导。

我们相信丛书一定能为老师进行培优与竞赛辅导助一臂之力，一定能给学生进入重点中学、获得竞赛奖牌助一臂之力。

本丛书虽然从策划到编写，再到出版，精心设计，认真操作，可谓竭心尽力，但疏漏之处在所难免，诚望广大读者批评指正。

《奥赛王》丛书编委会

2009年7月于黄冈·牛坡山

目录

MU LU

一 整数与整除

名家导航

勇摘数论皇冠上明珠的人——陈景润

陈景润，著名数学家.1933年5月22日生于福建省福州市，1996年3月19日在北京因病逝世.1953年毕业于厦门大学数学系.由于他对塔里问题的一个结果作了改进，受到华罗庚的重视，被调到中国科学院数学研究所工作，先任实习研究员、助理研究员，再越级提升为研究员，并当选为中国科学院数学物理学部委员.他攻克了世界著名数学难题“哥德巴赫猜想”中的(1 + 2)，创造了距摘取这颗数论皇冠上的明珠(1 + 1)只是一步之遥的辉煌.这一结果国际上誉为“陈氏定理”，受到广泛征引.他研究哥德巴赫猜想和其他数论问题的成就，至今仍然在世界上遥遥领先.

赛点解读

整数的研究在数学中占有极为重要的地位，由于解决有关整数的问题常需要灵活的方法和独特的技巧，同时需要综合运用代数式的变形与分解、解方程和不等式等知识，故在初中数学竞赛中涉及到整数的题目非常多，非常广.整数问题有利于培养学生的综合素质，也便于考查学生的综合能力.

本节涉及到的热门赛点有：

1.整数的十进制表示法.

2.奇偶分析.

3.质数与合数.

4.最大公约数与最小公倍数.

5.数的整除特征.

6.整除性质的运用.

7.同余知识初步.

赛题详解

赛点1：整数的十进制的表示法

一般地：十进制的$n+1$位的自然数N可表示为：

$N=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_2a_1a_0}=a_n\times10^n+a_{n-1}\times10^{n-1}+\cdots+a_2\times10^2+a_1\times10+a$. 其中$a_i(i=0,1,2,\cdots,n)$都是整数，$0\leqslant a_i\leqslant9$，且$a_n\neq0$.

例1 小明家电话号码原为六位数，第一次升位是在首位号码和第二位号码之间加上数字8，成为一个七位数的电话号码；第二次升位是在首位号码前加上数字2，成为一个八位数的电话号码.小明发现，他家两次升位后的电话号码的八位数，恰是原来电话号码的六位数的81倍，则小明家原来的电话号码是____.

（2006年全国初中数学竞赛试题）

【教练点拨】设原来电话号码的六位数为$\overline{abcdef}$，则有$81\times\overline{abcdef}=\overline{2a8bcdef}$，故整体设出$x=\overline{bcdef}$是解题的关键.

【完全解答】设原来的六位数为$\overline{abcdef}$，则经过两次升位后电话号码的八位数为$\overline{2a8bcdef}$，根据题意，有$81\times\overline{abcdef}=\overline{2a8bcdef}$.

记$x=b\times10^4+c\times10^3+d\times10^2+e\times10+f$，于是

$81\times a\times10^5+81x=208\times10^5+a\times10^6+x$

解得：$x=1250\times(208-71a)$

因为$0\leqslant x<10^5$　　所以$0\leqslant1250\times(208-71a)<10^5$，

故$\frac{128}{71}<a\leqslant\frac{208}{71}$.

因为a为整数，所以$a=2$，于是$x=1250\times(208-71\times2)=82500$.

所以，小明家原来的电话号码为282500

【特别关注】利用整数的十进制表示法解题，通常是将整数$x=\overline{a_1a_2\cdots a_n}$表示为$x=10^{n-1}\times a_1+10^{n-2}\times a_2+\cdots+10\times a_{n-1}+a_n$形式，再利用$0\leqslant a_i(i=1,2,\cdots,n)\leqslant9$，且$a_i$为整数来解题.有时因解题需要，还可设$x=10^2p+q$（$q$是两位整数）或$x=10^3p+q$（$q$是三位整数）等等.

赛点2：奇偶分析

奇数与偶数有以下基本性质：

（1）奇数≠偶数

（2）两个整数相加（减）或相乘，结果的奇偶性如右表所示.

±	奇	偶
奇	偶	奇
偶	奇	偶

×	奇	偶
奇	奇	偶
偶	偶	偶

(3)连续两个整数中一定一奇一偶.

(4)若干个奇数之积是奇数,偶数与任意整数之积是偶数;偶数个奇数的和为偶数,若干个偶数的和为偶数.

(5)设 m、n 是整数,则 $m \pm n, |m \pm n|$ 的奇偶性相同.

(6)若干整数之积为奇数,则必每个数都为奇数;若干整数之积为偶数,则其中至少有一个偶数.

例2 若 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 为互不相等的正奇数,满足 $(2005 - x_1)(2005 - x_2)(2005 - x_3)(2005 - x_4)(2005 - x_5) = 24^2$,则 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2$ 的末位数字是( )

A.1　　　B.3　　　C.5　　　D.7

(2005 年全国初中数学联赛试题)

【教练点拨】由题意可知,$(2005 - x_1)$、$(2005 - x_2)$、$(2005 - x_3)$、$(2005 - x_4)$、$(2005 - x_5)$ 为偶数,又由 24^2 分解为 5 个不相等的偶数的积,确定出它们的值,进而获解.

【完全解答】因为 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 为互不相等的正奇数,所以 $(2005 - x_1)$、$(2005 - x_2)$、$(2005 - x_3)$、$(2005 - x_4)$、$(2005 - x_5)$ 为互不相等的偶数,而将 24^2 分解为 5 个互不相等的偶数之积,只在唯一形式:$24^2 = 2 \times (-2) \times 4 \times 6 \times (-6)$,所以 $(2005 - x_1)$、$(2005 - x_2)$、$(2005 - x_3)$、$(2005 - x_4)$、$(2005 - x_5)$ 分别等于 2、(-2)、4、6、(-6),所以 $(2005 - x_1)^2 + (2005 - x_2)^2 + (2005 - x_3)^2 + (2005 - x_4)^2 + (2005 - x_5)^2 = 2^2 + (-2)^2 + 4^2 + 6^2 + (-6)^2 = 96$.

展开得:$5 \times 2005^2 - 4010(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) + (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2) = 96$,$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = 96 - 5 \times 2005^2 + 4010(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) \equiv 1 \pmod{10}$,选 A.

例3 黑板上写着三个数,任意擦去其中一个,将它改写成其他两数的和减去 1.这样继续下去,最后得到 2005、2007、2009,原来的三个数能否是 2、2、2?

【教练点拨】本例解答的诀窍在于弄清数字变化后的奇偶性.2005、2007、2009 这三个数并无特别意义,我们只用到它们的奇偶性(都是奇数),应用奇偶性解决问题.

【完全解答】答案是否定的.我们利用奇偶性来说明这一点,我们按照问题中说的方式首先把 2、2、2 变为 2、2、3,其中两个偶数,一个奇数.以后无论改变多少次,总是两个偶数,一个奇数(数值可以改变,但奇偶性不变).但 2005、2007、2009 是三个奇数,所以按照所述方式 2、2、2 永远不会变为 2005、2007、2009.

【特别关注】因为一个整数被2除的余数只能是0或1，因此把所有整数分为奇数和偶数两大类，即不会有一个整数同时出现在奇数类或偶数类，也不会有一个整数既不在奇数类又不在偶数类. 这种分类法使得我们可以把对整数问题的研究转化为对奇数和偶数的研究.这种利用奇偶分析问题的方法可能使一些看起来比较复杂的题目变得简单易解.

赛点3：质数与合数

质数与合数有以下性质：

(1)1不是质数，也不是合数，2是唯一的偶质数.

(2)质数有无穷多个，最小的质数是2，但不存在最大的质数.最小的合数是4.

(3)若质数 p/ab，则有 p/a 或 p/b .

例4 已知 p、q 均为质数，且满足 $5p^2+3q=59$，则以 $p+3$，$1-p+q$，$2p+q-4$ 为边长的三角形是(　　)

A.锐角三角形　　　　B.直角三角形

C.钝角三角形　　　　D.等腰三角形

(2004年全国初中数学联赛题)

【教练点拨】利用质数与合数、奇数与偶数的性质，先求出p、q的值.

【完全解答】由于 p、q 均为质数，且满足$5P^2+3q=59$，则p、q中有一个是偶质数，因此 $p=2$，$q=13$.故 $p+3=5$，$1-p+q=12$，$2p+q-4=13$.所以此三角形是直角三角形.

【特别关注】偶数中仅有一个质数2，它也是最小的质数，在解与质数有关的问题时，要注意运用这种性质.

例5 已知a，b，c都是大于3的质数，$2a+5b=c$

(1)求证：存在正整数$n>1$，使所有满足题设的三个质数a，b，c的和$a+b+c$都能被n整除；

(2)求上一问中的最大值.

(2005年"宇振杯"上海市初中数学竞赛题)

【教练点拨】(1)由$a+b+c=3(a+2b)$可取$n=3$；(2)根据a，b被3除的余数只能是1或2讨论求解.

【完全解答】(1)因为$c=2a+5b$，所以$a+b+c=3a+6b=3(a+2b)$.又a，b，c都是大于3的质数，所以$3/(a+b+c)$，即存在正整数$n>1$(例如$n=3$)，使$n/(a+b+c)$.

(2)因为 a，b，c 都是大于3的质数，所以 a，b，c 都不是3的倍数.

若 $a\equiv1(mod\ 3)$，　$b\equiv2(mod\ 3)$，则 $c=2a+5b\equiv2+10\equiv0(mod\,3)$.这与 c 的倍数矛盾.

同理，$a\equiv2(mod\ 3)$，$b\equiv1(mod\ 3)$也将导致矛盾.

故只能是 $a\equiv b\equiv1(mod\ 3)$ 或$a\equiv b\equiv2(mod\ 3)$.

于是，$a+2b\equiv3a\equiv0(mod\ 3)$，　从而，$9/(a+b+c)$.

当 $a=7$，$b=13$ 时，$c=2\times7+5\times13=79$ 为质数，$a+b+c=99=9\times11$.

当 $a=7$，$b=19$ 时，$c=2\times7+5\times19=109$ 为质数，$a+b+c=135=9\times15$.

故在所有 $n/(a+b+c)$的 n 中，最大的为 9.

【特别关注】质数 3 在解题中，有特殊的作用，要善于应用这一特殊性解题.

赛点 4：最大公约数与最小公倍数

两个正整数a,b的最小公倍数记为$[a,b]$，最大公约数记为(a,b)，并且有$(a,b)\times[a,b]=ab$.

例 6 已知两个正整数之和为 104055，它们的最大公约数是 6937，求这两个数.

【完全解答】设这两个数为x,y，依题意得

$$\begin{cases}x+y=104055, & ①\\(x,y)=6937, & ②\end{cases}$$

由②令 $x=6937a$，$y=6937b$，且$(a,b)=1$，代入①得

$$a+b=15.$$

由于$(a,b)=1$，所以只有以下 4 种可能：

$$\begin{cases}a=1,\\b=14;\end{cases}\quad\begin{cases}a=2,\\b=13;\end{cases}\quad\begin{cases}a=4,\\b=11;\end{cases}\quad\begin{cases}a=7,\\b=8.\end{cases}$$

分别代入 x,y 的表达式，得

$$\begin{cases}x=6937,\\y=97118;\end{cases}\quad\begin{cases}x=13874,\\y=90181;\end{cases}\quad\begin{cases}x=27748,\\y=76307;\end{cases}\quad\begin{cases}x=48559,\\y=55496.\end{cases}$$

【特别关注】已知$(x,y)=d$，一般都是令 $x=da$，$y=db$，且$(a,b)=1$，从而把求 x,y 转化为求互质的两个数 a,b.这是解这类问题的一种常用方法.

例 7 在高速公路上，从 3km 处开始，每隔 4km 经过一个限速标志牌；并且从 10km 处开始，每隔 9km 经过一个速度监控仪.刚好在 19km 处第一次同时经过这两种设施，那么第二次同时经过这两种设施的千米数是(　　)

A.36　　B.37　　C.55　　D.90

（2006 年全国初中数学竞赛试题）

【教练点拨】同时经过这两种设施的时间是分别经过这两种设施所需时间的最小公倍数的整数倍.

【完全解答】因为 4 和 9 的最小公倍数为 36，$19 + 36 = 55$，所以第二次同时经过这两种设施的千米数是在 55km 处.

故选 C.

【特别关注】最大公约数与最小公倍数在解题中运用的关键是先要明确应用问题是否是约数与倍数问题，再选择最大公约数或最小公倍数来解题.

赛点 5：数的整除特征

数的整除特征：

①末位数字是偶数的整数被 2 整除

②末位数字是 0 或 5 的整数被 5 整除

③最末两位数能被 4（或 25）整除的整数，能被 4（或 25）整除

④最末三位数能被 8（或 125）整除的整数，能被 8（或 125）整除

⑤各位数字之和能被 3（或 9）整除的整数，能被 3（或 9）整除

⑥一个自然数，若从其末位起奇数位数字之和与偶数位数字之和的差被 11 整除，则它能被 11 整除

例 8 能被 99 整除且各位数字均不相同的最大自然数是______.

【教练点拨】被 99 整除即是既能被 9 整除又能被 11 整除，再由已知条件确定位数，找出最大值.

【完全解答】易知所求数各位数字之和是 9 的倍数.

$\because 0 + 1 + 2 + \cdots + 9 = 45$,

$\therefore$可考虑此数是十位数且用完 10 个数字.

按整数被 11 整除，可知此数的右起奇数位数字和 P 与偶数位数字和 Q 的差是 11 的倍数，因为 $P + Q = 45$ 是奇数，所以 $P - Q$ 也是奇数，$P - Q = 11$ 或 33 或 $Q - P = 11$ 或 33，又因为 $0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10$，所以 P、$Q \geqslant 10$；因为 $5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 35$，所以 P、$Q \leqslant 35$.故只可能 $P = 28, Q = 17$ 或 $P = 17, Q = 28$.易见符合前者的最大数是 9857261403，符合后者的最大数是 9876524130，两者中又以 9876524130 最大.

赛点 6：整除性质的运用

根据整除的定义，不难得出以下性质：

(1)若$b/a, c/b$，则 c/a;

(2)若$c/a, c/b$，则 $c/(a + b)$;

(3)若$c/a, c \nmid b$，则 $c \nmid (a + b)$;

(4)若b/a，则 b/ac;

(5)若$b/a, c\neq0$,则bc/ac,若bc/ac,则b/a;

(6)若$b/a, c/d$,则bc/ad;

(7)若$a=b+c$,且$m/a, m/b$,则m/c;

(8)若$b/a, c/a$,则$[b,c]/a$;若$b/a, c/a$,且$(b,c)=1$,则bc/a;

(9)若c/ab,且$(a,c)=1$,则c/b;

(10)几个连续自然数之积必能被$1\times2\times3\times\cdots\times n$整除.

例9 x和y均为整数,若$5/x+9y$,求证:$5/8x+7y$.

【教练点拨】只需将$8x+7y$设法凑成$x+9y$的倍数式与5的倍数式的代数和即可获证.

【完全解答】$\because 5/x+9y$, $\therefore 5/2(x+9y)$

而$5/5(2x+5y)$,知$5(2x+5y)-2(x+9y)=8x+7y$,

$\therefore 5/8x+7y$

【特别关注】此例可通过拆项方法获证.即把结论中的代数式按题设中的代数式各对应字母系数的比例展开拆项.

如$8x+7y=8x+72y-65y=8(x+9y)-5\times13y$

$\because 5/x+9y$, $\therefore 5/8(x+9y)$,而$5/(-5\times13y)$,

$\therefore 5/8(x+9y)-5\times13y$,即$5/8x+7y$.

例10 已知正整数n大于30,且使得$4n-1$整除$2002n$,则n等于_____.

(第十四届"五羊杯"竞赛题)

【教练点拨】运用整除的性质,结合奇偶性分析,推出n的值.

【完全解答】设$\frac{2002n}{4n-1}=k$,则

$$k=\frac{2000n-500+2n+500}{4n-1}$$
$$=500+\frac{2(n+250)}{4n-1}$$

因$4n-1$是奇数,

故$4n-1$整除$n+250$.

设$\frac{n+250}{4n-1}=p$,则

$$4p=\frac{4n+1000}{4n-1}=1+\frac{1001}{4n-1}.$$

故$4n-1$整除1001.

因$n>30$且$1\ 001=7\times11\times13$,经检查知只可能$4n-1=143, n=36$, $p=2$,符合条件.

赛点 7：同余知识初步

设 a，b 是两个整数，如果 a 和 b 被同一整数 m 除，所得的余数相同，则称 a 与 b 对于 m 同余，记作 $a \equiv b(mod\ m)$

同余的性质：

① $a \equiv a(mod m)$

② $a \equiv b(mod m) \Leftrightarrow b \equiv a(mod m)$

③ $a \equiv b(mod m)$，$b \equiv c(mod m) \Rightarrow a \equiv c(mod m)$

④ $a \equiv b(mod m) \Leftrightarrow m/(a-b)$

⑤ $a \equiv b + mt(mod m) \Leftrightarrow a \equiv b(mod m)$

⑥ $a \equiv b(mod m)$，若 $1/m$，则 $a \equiv b(mod l)$

⑦ $a \equiv b(mod m)$，$c \equiv d(mod m)$，则 $ac \equiv bd(mod m)$

⑧若 $ad \equiv bd(mod m)$，而 $(d, m) = 1$，则 $a \equiv b(mod m)$

⑨若 $a \equiv b(mod m)$，则 $a^n \equiv b^n(mod m)$，n 为正整数

例 11 今天是星期六，再过 9^{2000} 天是星期几？

【教练点拨】问题的实质是求 9^{2000} 除以 7 的余数.

【完全解答】$\because 9^{2000} = 9^{3 \times 666 + 2} = 729^{666} \cdot 81$

$729 \equiv 1(mod 7)$，$729^{666} \equiv 1(mod\ 7)$，$81 \equiv 4(mod\ 7)$

$\therefore 9^{2000} \equiv 729^{666} \cdot 81 \equiv 1 \times 4 \equiv 4(mod\ 7)$

即 9^{2000} 除以 7 余 4，从而再过 9^{2000} 天是星期三.

例 12 某年级八个班约四百余人，在列队中，三个一排多两人，五个一排多三人，七个一排多两人，求该年级确切人数.

【完全解答】设年级人数为 M，依题意设有

$$M = 3x + 2 = 5y + 3 = 7z + 2(x, y, z\text{均为正整数})$$

由 $3x + 2 = 7z + 2$，有 $3x = 7z$，又 3，7 为质数，故 $3/z$，$7/x$.可设 $x = 7x_1$，$z = 3z_1$，代入 $3x + 2 = 5y + 3$ 中得

$21x_1 + 2 = 5y + 3$，即 $y = \dfrac{21x_1 - 1}{5} = 4x_1 + \dfrac{x_1 - 1}{5}$.

因 y 为整数，$\dfrac{x_1 - 1}{5}$ 也应为整数，设 $\dfrac{x_1 - 1}{5} = x_2$，则

$x_1 = 5x_2 + 1$，从而 $x = 7x_1 = 35x_2 + 7$.

$M = 3x + 2 = 3(35x_2 + 7) + 2 = 105x_2 + 23$.

又由题设知 $400 < M < 500$，应取 $x_2 = 4$，可得 $M = 443$，

故该年级人数为 443 人.

【特别关注】本题出自我国古代(三世纪)著名的孙子定理,又称中国剩余定理.它涉及一个同余式组的解.这里没有使用同余式理论和符号,只用一般剩余类方法分析求解.因此在同余式理论和符号不熟练时,可采用此法求解问题.

实战演练

赛点整合,步步为营

1.已知 $2n-1$ 表示"任意正奇数",那么表示"任意不大于零的偶数"的是( )

A.$-2n$　　B.$2(n-1)$　　C.$-2(n+1)$　　D.$-2(n-1)$

(第 18 届江苏省竞赛题)

2.设 p 为正奇数,则 p^2 除以 8 的余数等于( )

A.-1　　B.0　　C.1　　D.2

(2007 年四川省选拔赛试题)

3.若 p 为质数,且 $p+3$ 整除 $5p$,则 p^{2009} 的末位数字是______.

(2009 年天津市初赛)

4.已知 a,b,c,d 是互不相等的正整数,且 $abcd=441$,那么 $a+b+c+d$ 的值是( )

A.30　　B.31　　C.32　　D.36

(2009 年"希望杯"大赛七年级试题)

5.某人将 2008 看成了一个填数游戏式:2□□8,于是他在每个框中各填写了一个两位数 $\overline{ab}$ 与 $\overline{cd}$,结果所得到的六位数 $\overline{2abcd8}$ 恰是一个完全立方数,则 $\overline{ab}+\overline{cd}=$( )

A.40　　B.50　　C.60　　D.70

(2008 年江西决赛试题)

6.已知 a、b 是正整数,($a>b$),对于如下两个结论:(1)在 $a+b$、ab、$a-b$ 这 3 个数中必有 2 的倍数;(2)在 $a+b$、ab、$a-b$ 这 3 个数中必有 3 的倍数( )

A.只有(1)正确　　B.只有(2)正确

C.(1)(2)都正确　　D.(1)(2)都不正确

(第 18 届江苏省竞赛题)

7.设 a 与 b 是正整数,$a+b=33$,最小公倍数 $[a,b]=90$ 则最大公约数 $(a,b)=$( )

A.1　　B.3　　C.11　　D.9

("五羊杯"竞赛题)

8.已知 $1176a=b^4$,a、b 为自然数,求 a 的最小值.

9.证明:形如 $\overline{abcabc}$ 的六位数总能被 7,11,13 整除.

10.已知 p 为大于 3 的质数,求证:$24/(p^2-1)$.

11. 书店有单价为 10 分，15 分，25 分，40 分的四种贺年卡，小华花了几张一元的纸币，正好买了 30 张，其中两种各 5 张，另外两种各 10 张，问小华买贺年卡共花去了多少钱.

12. 某校举行春季运动会，由若干名同学组成一个 8 列的长方形队列，如果原队列中增加 120 人，就能组成一个正方形队列；如果原列中减少 120 人，也能组成一个正方形队列，问原长方形队列有多少名同学？

（2005 年 · （卡西欧）全国初中数学竞赛题 B 卷）

智能升级，链接赛题

13. 若 a、b 为质数，且 $a-b=39$，则 $-a^{b}=$______

（2007 年"希望杯"大赛七年级复赛题）

14. 已知 m,n 都是正整数，若 $1\leqslant m\leqslant n\leqslant 30$，且 mn 能被 21 整除，则满足条件的数对 (m,n) 共有______个.

（2008 年天津市竞赛题）

15. 在 0，1，2，3，…，100 这 101 个整数中，能被 2 或 3 整除的数一共有______个.

16. 有序正整数对 (a,b)，满足 $a+b=2008$，$a<b$，且 a,b 互质，则满足条件的 (a,b) 共有______对.

（2008 年上海市竞赛题）

17. 已知 a,b,c 都是质数，且满足 $a+b+c+abc=99$，求 $\left|\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right|+\left|\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right|+\left|\frac{1}{c}-\frac{1}{a}\right|$ 的值.

（2009 年"希望杯"大赛七年级试题）

18. 已知，正整数 a,b 之差为 120，它们的最小公倍数是最大公约数的 105 倍，求 a,b 的值.

（2003 年全国初中数学联赛题）

19. 一个长方形的长为 42cm，宽为 35cm，高为 31.5cm，如果要把这个长方形正好分割成若干个大小相同的小正方体，那么这些小正方体至少有多少个？

（第 18 届江苏竞赛题）

20. 如果一个正整数的立方的末三位数字为 999，则这样的正整数为"千禧数".试求最小的"千禧数".

（2000 年武汉市初三竞赛题）

21. 证明：对于任意自然数 n 来说，总能使 $(n+1)^{2005}+n^{2005}+(n-1)^{2005}-3n$ 被 10 整除.

（2005 年俄罗斯萨温数学竞赛题）

22. 第 29 届奥运会于 2008 年 8 月 8 日在中国首都北京举行.北京有一个比赛场馆可容纳 20000 人.8 月 10 日上午在此场馆内观看比赛的人数被 2、3、4、5、