

工科院校参考书

材料力学习题解答

根据清华大学《材料力学习题集》编

上册

北方交通大学
机械系力学教研室

前 言

本书是根据清华大学材料力学教研组编《材料力学习题集》（1978年3月第[]本）所作的解答。

1979年为了教学上的需要，我们曾把上述《习题集》作了题解，并由唐山河[]出。《题解》印出后，不少单位及个人向我们订购这本书，但因印数有限无法满足需要者的愿望。今年初，在西南交通大学举办材料力学新教材讲习讨论会期间又有不少兄弟院校要求订购这本《题解》。为满足兄弟院校、有关单位及个人的需要，我们决定将原《题解》进行修订并重新铅印。

为了把这本《题解》的质量尽量搞得好一些，使它既能作《材料力学》教学人员及工程技术人员参考用书，又能作为初学者或自学者学习用书，在修订过程中，我们主要作了三个方面的工作：一是对原《题解》中的错误或不妥之处进行了改正；二是对原《题解》中

… 复核；三是在题解过程中增加了一些必要的说明。

…… 的重印工作得到有关单位的大力支持和协助，谨致谢意。

… 对原《题解》进行了认真地修订和校核，由于水平有限，时间短促，仍会有错

… 欢迎批评指正。

北方交通大学机械系力学教研室

《材料力学习题解答》编写组 1980年5月

上册 目 录

基 本 部 分

第一章 基本概念.....	1
第二章 拉伸与压缩.....	19
I. 应力与变形.....	19
II. 超静定问题.....	45
第三章 剪切.....	67
第四章 扭转.....	72
第五章 截面图形的几何性质.....	97
第六章 弯曲	122
I. 内力	122
II. 应力	187
III. 变形	212
第七章 应力状态理论基础	283

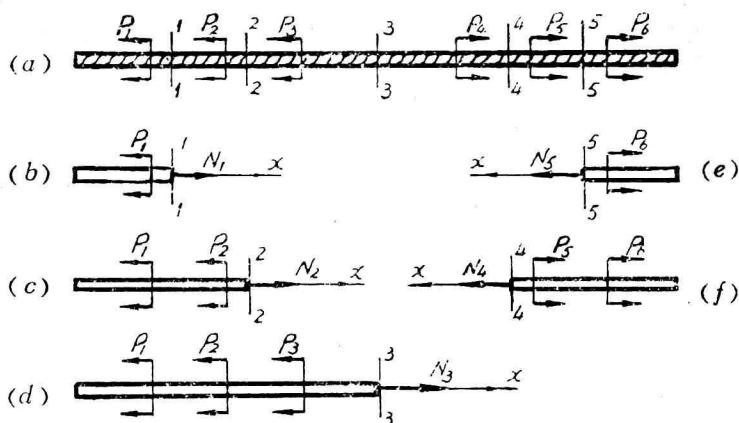
基 本 部 分

第一章 基 本 概 念

1.1 拔河时, 绳子受力如图(a) 所示。已知 $P_1 = 40\text{kg}$, $P_2 = 30\text{kg}$, $P_3 = 35\text{kg}$, $P_4 = 35\text{kg}$, $P_5 = 25\text{kg}$, $P_6 = 45\text{kg}$ (各 P 表示双手的合力)。试求1-1、2-2、3-3、4-4及5-5各截面上的内力素。

解:

1-1截面, 图(b)



$$\sum X = 0 \quad N_1 - P_1 = 0$$

$$\therefore N_1 = P_1 = 40\text{kg} \text{ (拉)}$$

2-2截面, 图(c)

$$\sum X = 0 \quad N_2 - P_1 - P_2 = 0$$

$$\therefore N_2 = P_1 + P_2 = 40 + 30 = 70\text{kg} \text{ (拉)}$$

3-3截面, 图(d)

$$\sum X = 0 \quad N_3 - P_1 - P_2 - P_3 = 0$$

$$\therefore N_3 = P_1 + P_2 + P_3 = 40 + 30 + 35 = 105\text{kg} \text{ (拉)}$$

5-5截面, 图(e)

$$\sum X = 0 \quad N_5 - P_6 = 0$$

$$\therefore N_5 = P_6 = 45 \text{ kg (拉)}$$

4-4截面, 图(f)

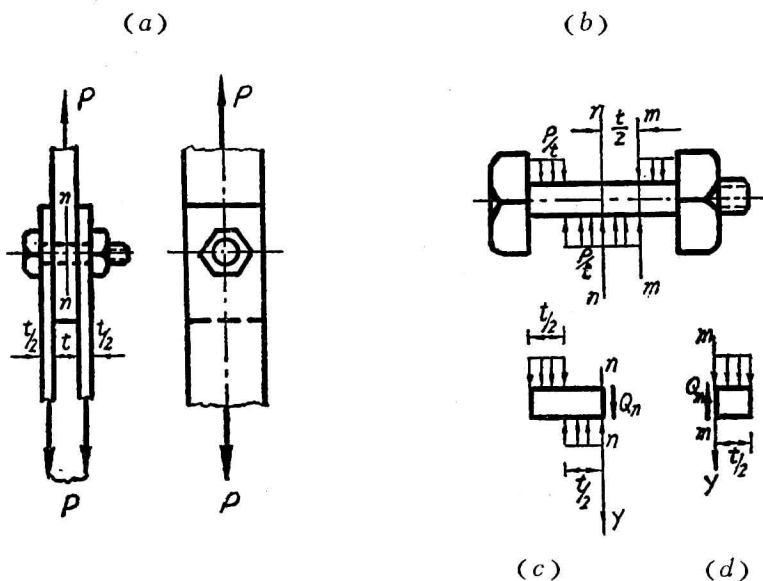
$$\Sigma X = 0$$

$$N_4 - P_5 - P_6 = 0$$

$$\therefore N_4 = P_5 + P_6 = 25 + 45 = 70 \text{ kg (拉)}$$

1.2 一螺栓连接三块平板, 受力如图(a)所示。试求螺栓上 $m-m$ 及 $n-n$ 截面上的剪力。设螺栓上的载荷为均匀分布如图(b)。

解: 利用截面法将螺栓沿图(b)所示的 $n-n$ 和 $m-m$ 截开



$n-n$ 截面, 图(c)

设剪力为 Q_n , 由 $\Sigma Y = 0$, 得

$$\frac{P}{t} \cdot \frac{t}{2} - \frac{P}{t} \cdot \frac{t}{2} + Q_n = 0 \quad \therefore Q_n = 0$$

$m-m$ 截面, 图(d)

设剪力为 Q_m , 由 $\Sigma Y = 0$, 得

$$-Q_m + \frac{P}{t} \cdot \frac{t}{2} = 0$$

$$\therefore Q_m = \frac{P}{t} \cdot \frac{t}{2} = \frac{P}{2} \text{ (方向向上)}$$

1.3 如图所示, 圆轴在皮带力作用下等速转动, 两皮带轮直径均为 d 。试说明圆轴将发生何种变形, 并求 B 轮左侧截面和右侧截面上的内力素。

解: 轴将发生扭转和弯曲变形。

(1) 求 A 、 C 处支座反力 R_A 及 R_C ,

图 (a)

由 $\sum M_c = 0$ 得

$$2R_A a + 3Ta - 3Ta = 0,$$

$$\therefore R_A = 0$$

由 $\sum Y = 0$ 得 $R_C = 6T$

(2) B 轮左侧 1-1 截面内力,

图 (b)

由 $\sum Y = 0$ 得 $Q_1 = 0$

$\sum M_x = 0$ 得 $M_n = 0$

$\sum M_z = 0$ 得 $M = R_A a = 0$

(3) B 轮右侧 2-2 截面内力,

图 (c)

由 $\sum Y = 0$, 得 $-Q_m - 3T = 0$

$\therefore Q = -3T$ (向上)

由 $\sum M_x = 0$, 得 $M_n + 2T \cdot \frac{d}{2} - T \cdot \frac{d}{2} = 0$

$\therefore M_n = -\frac{Td}{2}$ (从左向右看, 顺钟)

由 $\sum M_z = 0$, 得 $M = 0$

1.4 绞车如图所示。已知重物 $G = 20\text{ kg}$, $a = 15\text{ cm}$, $L = 40\text{ cm}$, $c = 30\text{ cm}$, $d = 4\text{ cm}$ 。试求:

(1) 使 G 等速上升所需之 P ;

(2) 支座反力 (支座 A 、 B 可视为铰支);

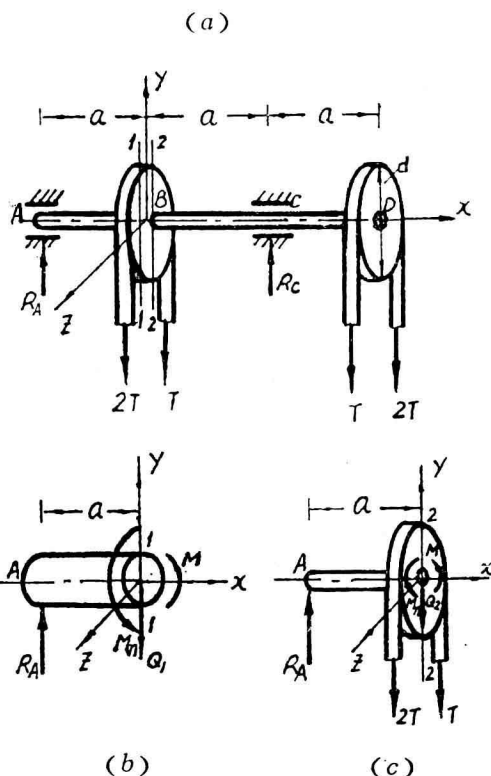
(3) 1-1 截面上的内力素。

解:

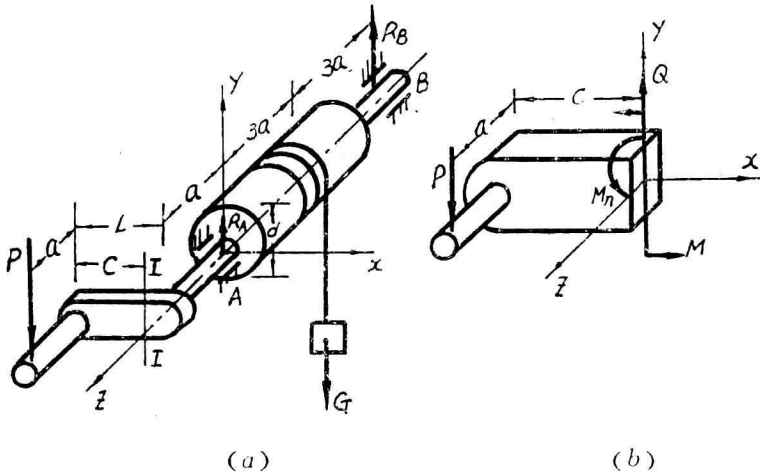
(1) 使重物 G 等速上升所需之力 P , 图 (a)

$$\sum M_z = 0, \quad PL = G \cdot \frac{d}{2}$$

$$\therefore P = \frac{G \cdot d}{2L} = \frac{20 \times 40}{2 \times 40} = 10\text{ kg}$$



(2) 求支座反力 R_A 、 R_B ，图 (a)。以 A 为矩心取对 x 轴之矩



$$\begin{aligned}\sum M_x &= 0 & 6aR_B - G3a + P2a &= 0 \\ & \therefore R_B = 6.67 \text{ kg (上)} \\ \sum Y &= 0 & R_A + R_B - G - P &= 0 & \therefore R_A = 23.3 \text{ kg (上)} \\ \text{(3) 1-1 截面上的内力素, 图 (b)} \\ \sum Y &= 0, & Q - P &= 0 \\ & \therefore Q = P = 10 \text{ kg} \\ \sum M_x &= 0 & aP + M_n &= 0 \\ & \therefore M_n = -aP = -15 \times 10 = -150 \text{ kg-cm} \\ \sum M_z &= 0 & M + cP &= 0 \\ & \therefore M = -Pc = -10 \times 30 = -300 \text{ kg-cm}\end{aligned}$$

1.5 图示 AB 杆之左端固定在墙内。试求：

(1) 支座反力；

(2) 1-1、2-2及3-3各横截面上的内力素 (1-1、2-2是无限接近集中力偶的截面)。

解：

(1) 支座反力，图 (a)

$$\begin{aligned}\sum Y &= 0 \\ R_A - 1 \cdot 1 &= 0 & \therefore R_A &= 1 \text{ t} \\ \sum M_A &= 0\end{aligned}$$

$$M_A + \frac{1}{2} - 1 \cdot 1 \cdot \frac{3}{2} = 0$$

$$\therefore M_A = 1 \text{ t-m (逆)}$$

(2) 求1-1、2-2和3-3截面上的内力素

1-1 截面 图 (b)

$$\sum Y = 0, \quad Q_1 = 1 \times 1 = 1t \quad (\text{上})$$

$$\begin{aligned} \sum M_c = 0, \quad M_1 &= -1 \times 1 \times \frac{1}{2} \\ &= -0.5t - m \quad (\text{逆}) \end{aligned}$$

2-2 截面 图 (c)

$$\sum Y = 0, \quad Q_2 = 1 \times 1 = 1t \quad (\text{上})$$

$$\sum M_c = 0,$$

$$M_2 = -1 \times 1 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

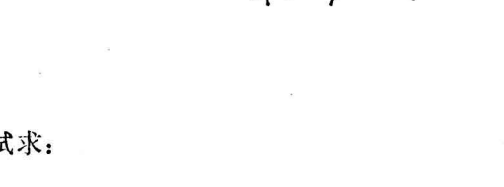
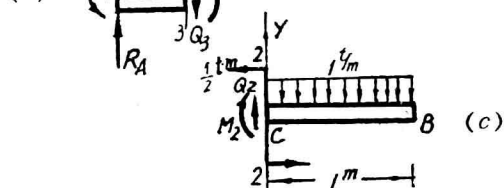
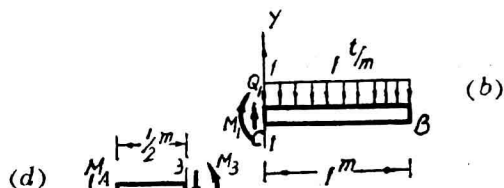
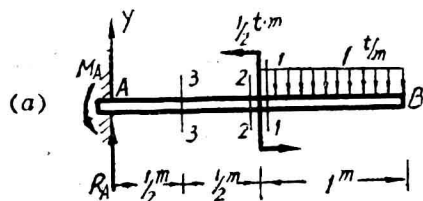
3-3 截面 图 (d)

$$\sum Y = 0, \quad Q = R_A = 1t$$

$$\sum M_c = 0$$

$$M_3 = R_A \frac{1}{2} - M_A = -0.5t - m$$

(顺时针)



1.6 两端铰支的梁，中间承受一力偶 M_0 。试求：

(1) 支座反力；

(2) 1-1、2-2 横截面上的内力素 (1-1、2-2 是无限接近力偶 M_0 的截面)。

解：

(1) 求支座反力， 图 (a)

$$\sum M_A = 0, \quad (a+b) R_B - M_0 = 0$$

$$\therefore R_B = \frac{M_0}{a+b} \quad (\text{上})$$

$$\sum M_B = 0, \quad (a+b) R_A - M_0 = 0$$

$$\therefore R_A = \frac{M_0}{a+b} \quad (\text{下})$$

(2) 1-1、2-2 横截面上的内力素

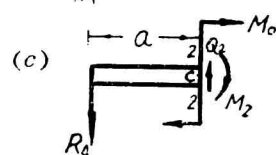
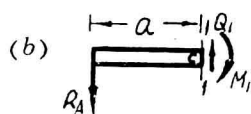
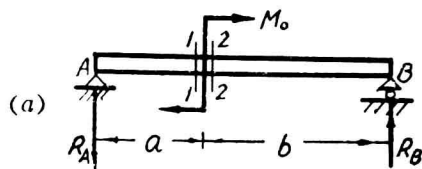
在 1-1 截面， 图 (b)

$$\sum Y = 0, \quad Q_1 - R_A = 0,$$

$$\therefore Q_1 = R_A = \frac{M_0}{a+b} \quad (\text{上})$$

$$\sum M_c = 0, \quad R_A a - M_1 = 0,$$

$$\therefore M_1 = R_A a = \frac{M_0 a}{a+b} \quad (\text{顺})$$



在 2-2 截面, 图 (c)

$$\Sigma Y = 0, \quad Q_2 - R_A = 0, \quad \therefore Q_2 = \frac{M_0}{a+b}$$

$$\Sigma M_C = 0, \quad Ra - M_2 - M_0 = 0$$

$$\therefore M_2 = R_A a - M_0 = \frac{M_0 a}{a+b} - M_0 = -\frac{M_0 b}{a+b} \quad (\text{逆})$$

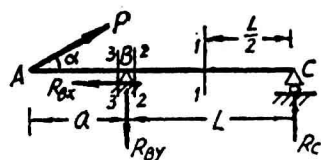
1.7 直杆 ABC 如图所示, $\alpha = 30^\circ$ 。试求 1-1、2-2 及 3-3 各横截面上的内力素 (2-2、3-3 是无限接近支座 B 的截面)。

解: 设 B 支座的支反力为 R_{BX} 和 R_{BY} , C 支座为 R_C , 如图示

求支座反力

$$\Sigma X = 0, \quad P \cos \alpha - R_{BX} = 0$$

$$\therefore R_{BX} = \frac{\sqrt{3}}{2} P$$



$$\Sigma M_B = 0, \quad R_C L - P a \sin 30^\circ = 0 \quad \therefore R_C = \frac{P \frac{1}{2} a}{L} = \frac{Pa}{2L} \quad (\text{上})$$

$$\Sigma Y = 0, \quad R_C - R_{BY} + P \sin 30^\circ = 0 \quad \therefore R_{BY} = R_C + \frac{1}{2} P = \frac{P(a+L)}{2L} \quad (\text{下})$$

求内力

$$1-1 \text{ 截面 (取右段)} \quad Q_1 = R_C = \frac{Pa}{2L} \quad (\text{下})$$

$$M_2 = R_C \frac{L}{2} = \frac{Pa}{4} \quad (\text{顺})$$

$$2-2 \text{ 截面 (取右段)}, \quad Q_2 = R_C = \frac{Pa}{2L} \quad (\text{下}), \quad M_2 = R_C L = \frac{Pa}{2} \quad (\text{顺})$$

$$3-3 \text{ 截面 (取左段)} \quad Q_3 = P \sin 30^\circ = \frac{P}{2} \quad (\text{下})$$

$$M_3 = P \sin 30^\circ a = P \frac{1}{2} a = \frac{Pa}{2} \quad (\text{逆})$$

$$N_3 = P \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} P \quad (\text{压})$$

1.8 试求图示各梁的支座反力及中间截面 ($x = \frac{L}{2}$) 上的内力素。

(a) 解: 支座反力, 图 (a-1)

$$\Sigma M_A = 0, \quad R_B L - \frac{1}{2} q_0 L \frac{2L}{3} = 0$$

$$\therefore R_B = \frac{q_0 L}{3} \quad (\text{上})$$

$$\Sigma Y = 0, \quad R_A + R_B - \frac{1}{2} q_0 L = 0$$

$$\therefore R_A = \frac{q_0 L}{6} \quad (\text{上})$$

在中央截面 $x = \frac{L}{2}$ 截面的内力素, 图

(a-2)

$$\therefore q(x) = \frac{q_0 x}{L}, \quad \therefore q(L/2) = \frac{q_0}{2}$$

$$\Sigma Y = 0, \quad R_A - Q - \frac{q_0}{2} \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{2} = 0$$

$$\therefore Q = \frac{q_0 L}{24} \quad (\text{向下})$$

$$\Sigma M_C = 0, \quad M - R_A \frac{L}{2} + \frac{q_0}{2} \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{L}{2} \cdot \frac{1}{3} \right) = 0$$

$$\therefore M = \frac{q_0 L^2}{16}$$

(b) 解: 已知

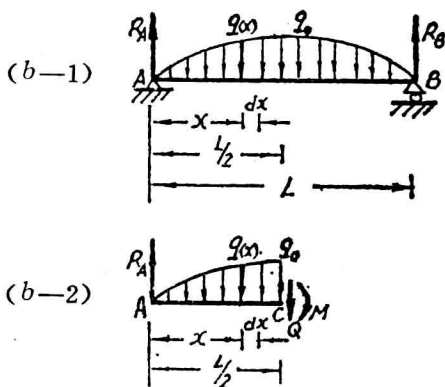
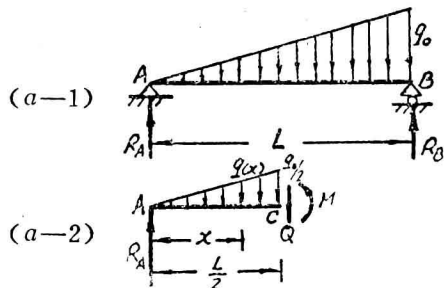
$$q(x) = \frac{4x}{L} \left(1 - \frac{x}{L} \right) q_0 \quad (1)$$

求支反力 R_A 和 R_B , 图 (b-1)

由于载荷是按曲线规律分布的, 所以要用积分的方法求支反力。由 $\Sigma M_B = 0$, 得

$$R_A L - \int_0^L q(x)(L-x)dx = 0 \quad (2)$$

将 (1) 代入 (2) 后, 积分得



$$R_A = \frac{1}{3} q_0 L \quad (\text{上})$$

用同样方法, 取 $\sum M_A = 0$, 或根据对称性可求得

$$R_B = R_A = \frac{q_0 L}{3} \quad (\text{上})$$

求中间截面上的内力素, 图 (b-2)

设此截面上的内力为 Q 及 M , 由 $\sum Y = 0$, 得

$$R_A - Q - \int_0^{\frac{L}{2}} q(x) dx = 0$$

将 (1) 代入, 积分得 $Q = 0$ 。由 $\sum M_C = 0$ 得

$$R_A \frac{L}{2} - \int_0^{\frac{L}{2}} q(x) \left(\frac{L}{2} - x \right) dx + M = 0$$

积分得

$$M = -\frac{5}{48} q_0 L^2 \quad (\text{逆})$$

1.9 杆系结构如图所示。已知 $P = 600 \text{ kg}$, $q = 400 \text{ kg/m}$ (各杆自重均不计)。试求:

(1) AB 杆横截面上的内力素;

(2) BD 梁 1-1 截面上的内力素。

解:

(1) AB 杆横截面上的内力素

已知 $P = 600 \text{ kg}$, $q = 400 \text{ kg/m}$ 以 KC 为研究对象, 图 (b)

由 $\sum M_K = 0$, 得

$$T_{BC} \times 6 - q \times 6 \times 3 = 0$$

则 $T_{BC} = 3 \times q = 3 \times 400 = 1200 \text{ kg}$

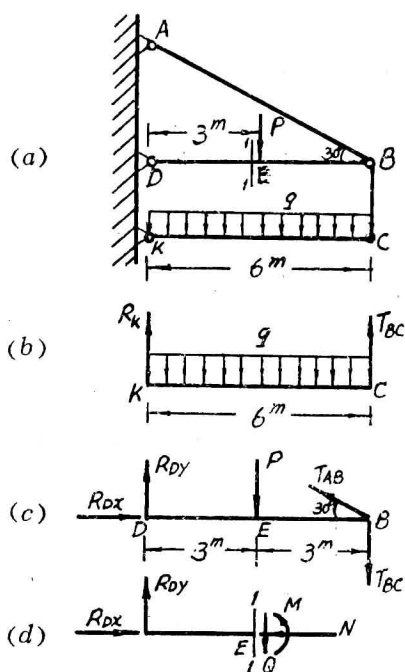
以 BD 为研究对象, 图 (c)

由 $\sum M_D = 0$, 得

$$(T_{AB} \sin 30^\circ) \times 6 - P \times 3 - T_{BC} \times 6 = 0$$

则

$$\begin{aligned} T_{AB} &= \frac{3P + 6T_{BC}}{6 \sin 30^\circ} \\ &= \frac{3 \times 600 + 6 \times 1200}{6 \times 0.5} = 3000 \text{ kg} \end{aligned}$$



由 $\Sigma X = 0$, 得

$$R_{DX} - T_{AB} \cos 30^\circ = 0$$

则 $R_{DX} = T_{AB} \cos 30^\circ = 3000 \times \cos 30^\circ = 2600 \text{ kg}$

由 $\Sigma Y = 0$, 得

$$R_{DY} + T_{AB} \cdot \sin 30^\circ - P - T_{BC} = 0$$

则 $R_{DY} = P + T_{BC} - T_{AB} \sin 30^\circ = 600 + 1200 - 3000 \times \frac{1}{2} = 300 \text{ kg}$

AB 杆为轴向受拉, 故横截面上的内力素为

$$N_{AB} = T_{AB} = 3000 \text{ kg}$$

(2) BD 梁 1-1 截面上的内力素

从 1-1 截面处截开, 取左部分考虑平衡, 图 (d)

由 $\Sigma X = 0$, 得

$$R_{DX} - N = 0, \quad \text{则} \quad N = R_{DX} = 2600 \text{ kg (压)}$$

由 $\Sigma Y = 0$, 得

$$R_{DY} - Q = 0, \quad \text{则} \quad Q = R_{DY} = 300 \text{ kg (向下)}$$

由 $\Sigma M_E = 0$, 得

$$M - R_{DY} \cdot 3 = 0, \quad \text{则} \quad M = 3 \times R_{DY} = 3 \times 300 = 900 \text{ kg-m}$$

1.10 托架如图所示。试求 1-1、2-2、3-3 及 4-4 各横截面上的内力素 (B 、 C 、 D 处均为销钉)。

解:

(1) 求支座反力 R_X 、 R_Y 、 M_E , 图 (a)

$$\Sigma X = 0 \quad R_X = 0$$

$$\Sigma Y = 0 \quad R_Y = P$$

$$\Sigma M_E = 0 \quad M_E = 2PL$$

(2) 以 ABC 为研究对象, 计算 R_{CX} 、 R_{CY} 及 T_{BD} , 图 (b)

$$\Sigma M_C = 0 \quad (T_{BD} \sin 45^\circ) L - P \cdot 2L = 0$$

$$T_{BD} = \frac{2PL}{\frac{1}{\sqrt{2}}L} = 2\sqrt{2}P \text{ (压)}$$

$$\Sigma Y = 0 \quad R_{CY} + T_{BD} \sin 45^\circ - P = 0$$

$$R_{CY} = P - T_{BD} \frac{\sqrt{2}}{2} = -P \quad \text{(向下)}$$

$$\Sigma X = 0 \quad R_{CX} - T_{BD} \cos 45^\circ = 0$$

$$R_{CX} = 2\sqrt{2}P \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2P \text{ (向左)}$$

(3) 1-1 截面内力, 图 (c)

$$Q_1 = P \quad (\text{上})$$

$$M_1 = \frac{1}{2} PL \quad (\text{逆})$$

2-2 截面内力, 图 (d)

$$Q_2 = R_{CY} = -P \quad (\text{上})$$

$$N_2 = R_{CX} = 2P \quad (\text{拉})$$

$$M_2 = R_{CY} \frac{L}{2} = \frac{-PL}{2} \quad (\text{顺})$$

3-3 截面内力, 图 (e)

BD 为二力杆

$$Q = 0$$

$$N_3 = T_{BD} = 2\sqrt{2}P \quad (\text{压})$$

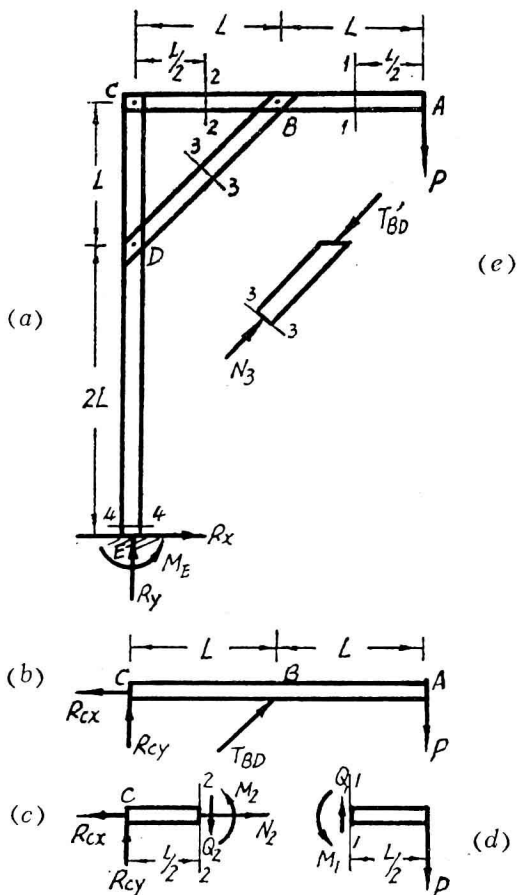
$$M = 0$$

4-4 截面内力, 图 (a)

$$Q_4 = 0$$

$$N_4 = R_Y = P \quad (\text{压})$$

$$M_4 = M_E = 2PL \quad (\text{顺})$$



1.11 试求图示桁架中 $m-m$ 截面上的内力素。

解: 用一截面同时将 CB、BD、AD

杆截开, 取上半部为研究对象, 如图 (b)。

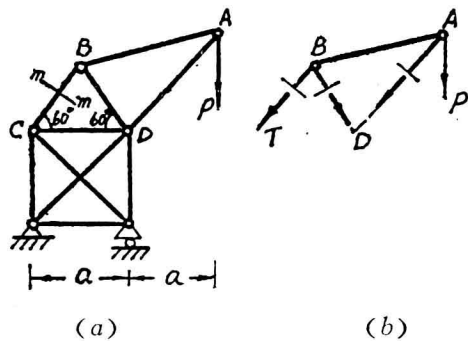
设 BC 杆中的力为拉力 T

由 $\sum M_D = 0$, 得

$$Pa - T a \sin 60^\circ = 0$$

$$\therefore T = \frac{2}{\sqrt{3}} P$$

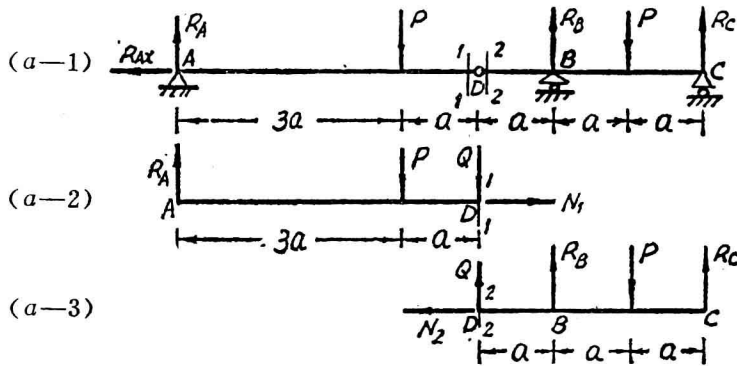
$$\therefore N_m = T = \frac{2}{\sqrt{3}} P = \frac{2\sqrt{3}}{3} P \quad (\text{拉})$$



1.12 结构如图所示。试求

(1) 支座反力;

(2) 中间铰两侧截面上的内力素。



(a) 解:

(1) 求支座反力

考虑梁ABC的平衡, 图(a-1), 得

$$\sum X = 0, \quad \therefore R_{Ax} = 0 \quad (1)$$

$$\sum Y = 0, \quad R_A + R_B + R_C - 2P = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_C = 0, \quad 7R_A a + 2R_B a - 4Pa - Pa = 0 \quad (3)$$

在(2)(3)两式中包含 R_A 、 R_B 和 R_C 三个未知数, 所以支反力还解不出来, 因此还必须考虑在中间铰D处, $M_D = 0$ 这一条件。

将梁从D处断开, 取其左段, 图(a-2), 考虑其平衡, 得

$$\sum M_D = 0, \quad 4R_A a - Pa = 0 \quad (4)$$

$$R_A = P/4 \quad (\text{上})$$

已知 $R_A = P/4$, 代入(2)(3)解得

$$R_B = \frac{13}{8}P \quad (\text{上})$$

$$R_C = \frac{1}{8}P \quad (\text{上})$$

(2) 求中间铰两侧截面上的内力素

在中间铰左侧即1-1截面上作用 Q_1 及 N_1 的内力, 图(a-2)

根据平衡条件 $\sum X = 0$ 得 $N_1 = 0$

$$\sum Y = 0, \quad R_A - P - Q_1 = 0$$

$$\therefore Q_1 = -\frac{3}{4}P \quad (\text{上})$$

同理在右侧即2-2截面, 图(a-3)的内力

$$N_2 = 0$$

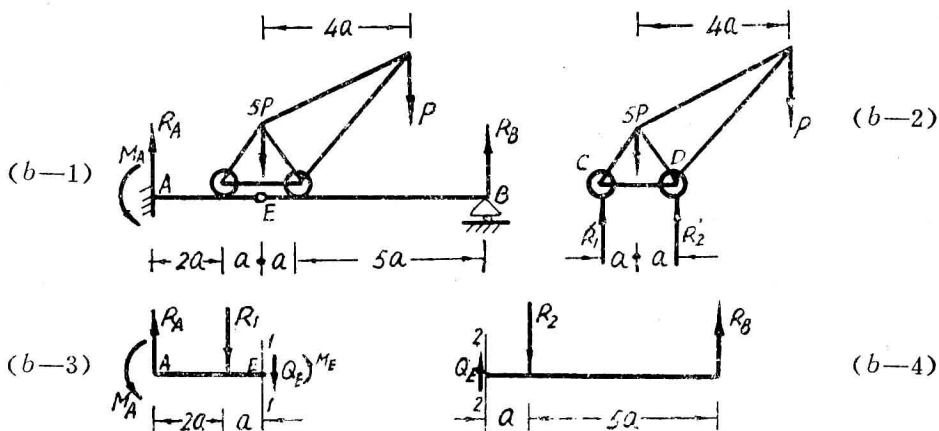
$$Q_2 = -\frac{3}{4}P \quad (\text{下})$$

总结以上可知，具有中间铰的多跨静定梁的支反力，不能仅靠梁整体的平衡条件解出，还必须利用在中间铰处不能抵抗力偶矩，即 $M = 0$ 这一条件。

(b) 解：

(1) 求支反力

设梁的支反力为 R_A 、 M_A 和 R_B ，如图 (b-1)。如上所述，梁的支反力不能仅靠梁的整体平衡条件解出，必须在中间铰处断开，利用中间铰处 $M = 0$ 这一条件，为此先考虑小车对梁的作用。



以小车为分离体，求梁对小车的支反力 R_1' 及 R_2' ，图 (b-2)

$$\sum M_C = 0, \quad 2R_2'a - 5Pa - 5Pa = 0$$

$$R_2' = 5P \quad (\text{上})$$

$$\sum M_D = 0, \quad 2R_1'a - 5Pa + 3Pa = 0$$

$$R_1' = P \quad (\text{上})$$

以梁的 BE 段为分离体，图 (b-4)，研究其平衡。因 $R_1 = -R_1'$ $R_2 = -R_2'$ ，故

$$\sum M_E = 0 \quad 6R_Ba - R_2a = 0$$

$$R_B = R_2/6 = 5P/6 \quad (\text{上})$$

以整个梁作为研究对象，考虑其平衡，得

$$\sum M_A = 0 \quad 9R_Ba - 7Pa - 15Pa - M_A = 0$$

$$M_A = 22Pa - 9 \left(\frac{5}{6}P \right) a = 29Pa/2 \quad (\text{逆})$$

以 AE 段为研究对象，考虑其平衡，图 (b-3)

$$\sum M_E = 0 \quad 3R_Aa - R_1a - M_A = 0$$

$$R_A = \frac{1}{3a} \left(Pa + \frac{29}{2}Pa \right) = 31P/6 \quad (\text{上})$$

(2) 求中间铰两侧的内力素

以梁的 AE 段为研究对象，求 1-1 截面的剪力，图 (b-3)

$$\begin{aligned}\Sigma Y = 0 \quad R_A - R_1 - Q_1 &= 0 \\ Q_1 &= R_A - R_1 = 25P/6\end{aligned}\quad (\text{下})$$

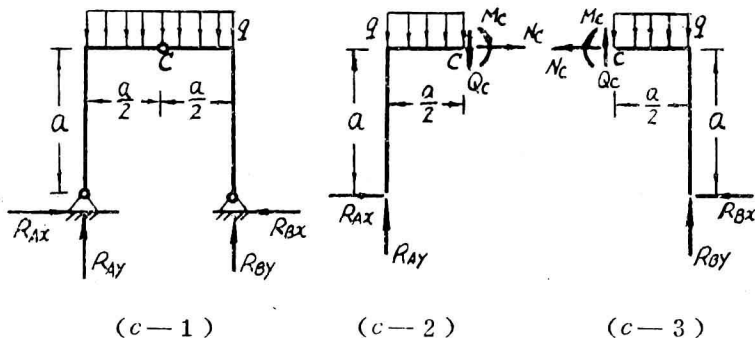
以EB段为研究对象求2-2截面的剪力, 图(b-4)

$$\Sigma Y = 0 \quad R_B + Q_2 - R_2 = 0 \quad Q_2 = R_2 - R_B = 25P/6 \quad (\text{上})$$

由此可见, 中间铰两侧1-1和2-2截面的剪力是相等的。至于中间铰处的弯矩则必然为零。

(c) 解:

(1) 设支座反力为 R_{Ax} 、 R_{Ay} 、 R_{Bx} 和 R_{By} , 从整体考虑, 图(c-1)由于结构和载荷均为对称



$$\therefore R_{Ay} = R_{By} = \frac{qa}{2} \quad (\text{上})$$

$$R_{Ax} = R_{Bx}$$

以CB为研究对象求 R_{Bx} , 图(c-3)

$$\Sigma M_C = 0, \quad R_{By} \frac{a}{2} - R_{Bx} a - \frac{qa}{2} \cdot \frac{a}{4} = 0$$

$$\therefore R_{Bx} = \frac{qa}{8} \quad (\text{左})$$

$$R_{Ax} = R_{Bx} = \frac{qa}{8} \quad (\text{右})$$

(2) 中间铰两侧截面内力素, C铰左截面内力, 图(c-2)

$$\Sigma X = 0, \quad R_{Ax} + N_C = 0$$

$$\therefore N_C = -R_{Ax} = -\frac{qa}{8} \quad (\text{压})$$

$$\Sigma Y = 0, \quad R_{Ay} - \frac{qa}{2} - Q_C = 0$$

$$\therefore Q_C = 0$$

$$\sum M_C = 0, \quad R_{AY} \frac{a}{2} - R_{AX} a - \frac{qa}{2} \cdot \frac{a}{4} - M_C = 0$$

$$\therefore M_C = 0$$

C铰右截面内力与左截面内力相同，但方向相反。

1.13 刚架ABC受力如图所示。试求支座反力及1-1截面上的内力素(1-1截面垂直于轴线AB且无限接近于刚节点B)。

解： 设支反力为 R_{AX} 、 R_{AY} 和 R_C

(1) 求支座反力，图(a)

$$\sum X = 0, \quad -R_{AX} + P = 0$$

$$\therefore R_{AX} = P \quad (\text{左})$$

$$\sum M_A = 0, \quad R_C a - P a = 0$$

$$\therefore R_C = P \quad (\text{上})$$

$$\sum Y = 0, \quad R_{AY} + R_C = 0$$

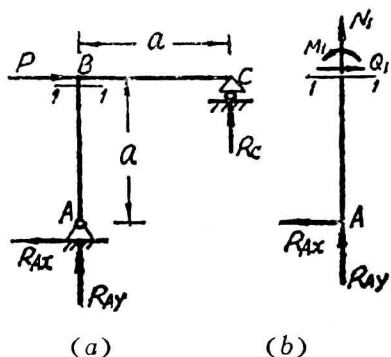
$$\therefore R_{AY} = -R_C = -P \quad (\text{下})$$

(2) 求1-1截面内力，图(b)

$$\sum X = 0, \quad Q_1 = R_{AX} = P \quad (\text{右})$$

$$\sum Y = 0, \quad N_1 = R_{AY} = P \quad (\text{拉})$$

$$\sum M_A = 0, \quad M_1 - Q_1 a = 0 \quad \therefore M_1 = P a \quad (\text{逆})$$



1.14 图示为一端固定的圆弧形杆。试求1-1、2-2、3-3及4-4各横截面上的内力素。

解：

(1) 1-1 截面上的内力素，图(b)

$$\sum Y = 0, \quad P + Q_1 = 0$$

$$\therefore Q_1 = -P \quad (\text{上}) \quad (a)$$

$$\sum M_B = 0, \quad M_1 + \frac{3}{2}PR = 0$$

$$\therefore M_1 = -\frac{3}{2}PR \quad (\text{顺})$$

(2) 2-2 截面上的内力素，图(c)

$$\sum Y = 0 \quad S - P = 0$$

$$\therefore S = P \quad (\text{上})$$

将S分解，即得轴力 N_2 和剪力 Q_2

$$N_2 = S \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} P \quad (\text{拉})$$

$$Q_2 = S \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} P \quad (\text{上})$$

