

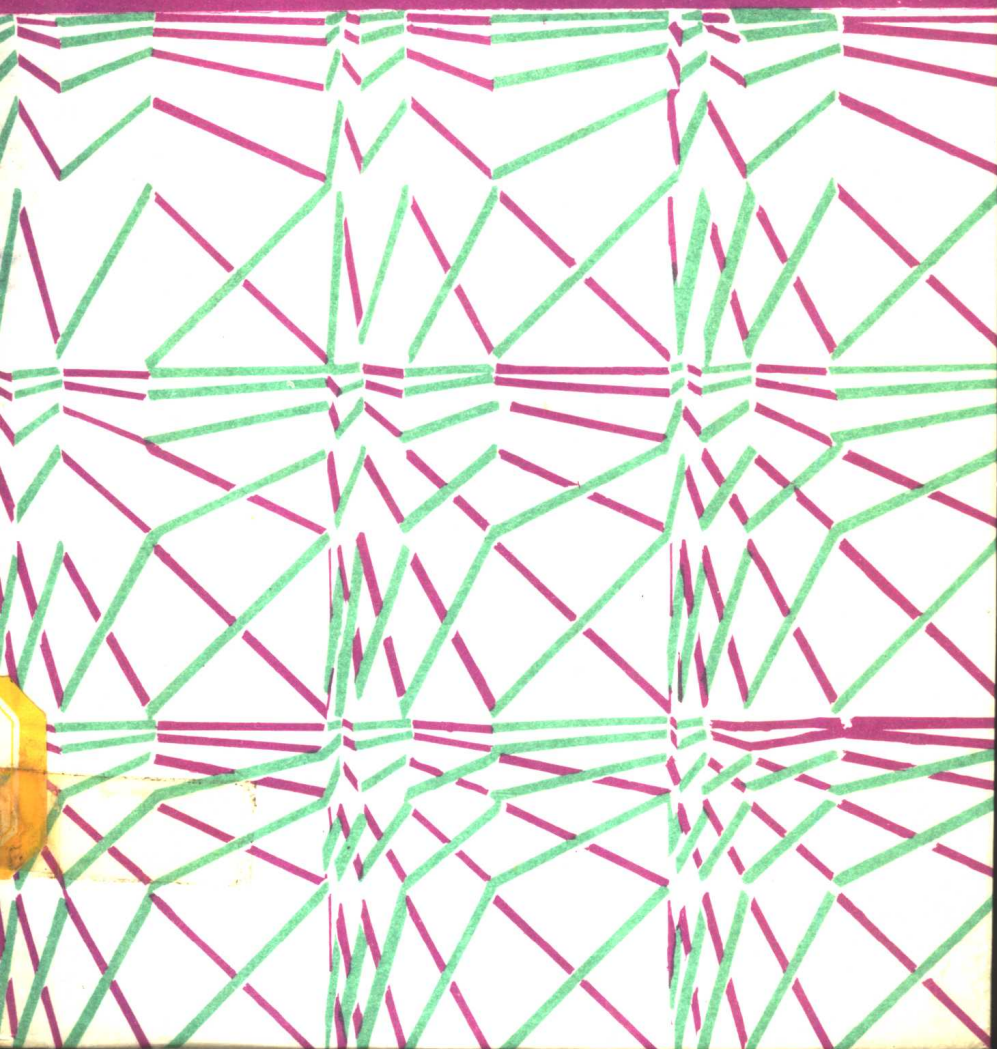
建筑力学

薄壁空间体系

[苏] A·Φ·斯米尔诺夫 主编

颜景田 译

哈尔滨工业大学出版社



建筑力学

薄壁空间体系

[苏]A.Φ.斯米尔诺夫 主编

颜景田 译

哈尔滨工业大学出版社

内 容 提 要

本书是苏联高等及中等专业教育部批准的高等院校土建类专业教科书,是建筑力学教程的第二部分。它主要研究薄壁空间体系的计算方法,对有限单元法给予了很大注意;阐述了利用三角级数以位移法的形式将二维问题转化为一维问题的方法;给出了关于按极限状态进行计算及求解建筑力学几何非线性问题的资料。

本书可供高等学校土建类专业本科生、研究生使用,也可供教师及工程技术人员参考。

主审: 基辅建筑工程学院建筑力学教研室及技术科学博士H. H.列昂节夫教授(莫斯科建筑工程学院)

主编: 苏联科学院通讯院士A. Ф.斯米尔诺夫

著者: A. B.阿列克桑德洛夫, Б. Я.拉谢尼科夫,
H. H.沙波什尼科夫

建 筑 力 学

薄 壁 空 间 体 系

[苏] A. Ф.斯米尔诺夫 主编
颜景田 译

哈尔滨工业大学出版社出版发行
哈尔滨建工学院附属印刷厂印刷

开本787×1092 1/32 印张 18.75 字数419 000

1988年12月第1版 1988年12月第1次印刷

印数 1—2 000

ISBN 7-5603-0157-6/TU·2 定价2.85元

序 言

苏共第二十六次代表大会特别注意提高建筑工程领域科研工作效果和在建筑工程实践中加速推广应用科研工作成果的措施问题。实际推广应用建筑力学成果的主要方向是完善结构和构筑物的计算及设计方法，在保证可靠性和耐久性的情况下，降低材料用量及造价。

结构和构筑物计算及设计方法的完善，设计自动化的发展，都直接与电子计算机的应用有关。因此现代薄壁空间体系应用电子计算机的计算方法，现在已经成为建筑力学的主要部分之一。

本书是建筑力学教程的第二部分，并且基本上是根据苏联高等及中等专业教育部批准的教学大纲，专门阐述薄壁空间体系的计算方法。作者们在选材时是以在莫斯科铁路运输工程师学院讲授本门课程的经验为依据的。

本书对于讲述变形体系的现代通用的计算方法——有限单元法给予了很大的注意。该方法的某些特点及其算法，已于本教程的第一部分《建筑力学·杆件体系》中通过杆件体系的计算例题讨论过。本书第1—3章的内容与教程的第一部分的内容有关，也专门讨论了杆件体系。包括给出了类似于弹性理论相应方程的杆件体系力学的一般方程。讨论了利用静力几何相似性问题及求解方程式的方法。

在单独章节中阐述了悬挂式结构及混合结构作为几何非线性体系的计算特点。给出了空间及平面扁平索作为结构承重构件的基本方程。除这些方程的微分形式之外，还给出了它们呈代数向量矩阵形式的离散表达式。讲述了求解建筑力

学各种非线性问题广泛使用的牛顿法及逐次加载法。

在阐述薄壁体系的计算方法时，著者并未打算把建筑工程中所广泛采用的所有的多种经济结构，都包括进来作为自己的任务。本书的目的是研究基本方法，掌握了这些基本方法，读者便能读懂关于薄壁空间结构计算的专门文献。例如书中通过工程构筑物屋盖结构经常采用的圆筒形褶皱板体系及双曲扁壳的计算例题，讲述在计算各种薄壁体系时所广泛使用的转化法，即用单三角级数把二维问题化为一维问题的方法，该方法具有采用电子计算机进行计算时所固有的那种位移法的现代典型形式，这种形式使该方法与有限单元法相类似。类似的方法可以毫不费力地应用于其它型式之薄壁结构的计算，包括轴对称平板及壳体的计算中。

用单独章节专门讲述了B. 3. 符拉索夫的变分法理论及其在电子计算机上具体应用的问题。列举了弹塑性体系极限平衡的概念及定理，给出了关于确定极限荷载时使用线性规划方法的资料。

书中主要采用按不变形构筑物的简图进行计算的方法，这种方法对学生来说是最简单易行，而又是被广泛采用的。但如前所述，在第二章中讲述有限单元法的同时，也非常注意建筑力学几何非线性问题的求解问题。

结构物稳定及动力学问题，将在第三册书中阐述。

本书第二、七、八章及附录5由 A. B. 阿列克桑德洛夫编写；第一、三、四、五、六章及附录1—4由 H. H. 沙波什尼科夫编写；第九、十章由B. Я. 拉谢尼科夫编写。

译 者 的 话

自1956年同济大学力学教研组翻译出版И. М. 拉宾诺维奇所著的《杆件体系结构力学》及1965年哈尔滨建工学院郭长城、王惠德同志重译该书修改、补充第三版以来,已时过二十余年。在此期间因与苏联科技文化交流较少,未见有苏联其它版本结构力学的中译本问世。苏联的大学教材早已以其体系严谨、内容丰富、理论联系实际等特点而为广大读者所称颂。在1985年结构力学及弹性力学教学与教材经验交流会上,哈尔滨建筑工程学院郭长城教授及刘芝瑞副教授发表了“苏联现用三本结构力学教材的评介”一文。该文引起了许多同行专家的兴趣,并被选登在《结构力学及弹性力学教学与教材研究》1986年第1期上。该文在分析对比了其它苏联教材和我国教材的基础上,推荐和建议首先翻译苏联科学院通讯院士А. Ф. 斯米尔诺夫教授等著述的这套建筑力学教材。译者不久前得到这套共三册的教材,便决心把它翻译过来,介绍给我国广大读者,以期对我国高等学校结构力学的教材建设,以及对土建类专业的本科生及研究生的学习,能有较大的参考价值,起到有益的作用。

这套教材的特点是它适应了用电子计算机进行结构计算的需要,对结构力学的传统讲法作了较大的改革,对内容进行了一些更新,侧重讲述结构矩阵的算法,较好地反映了结构力学的现代发展趋势。本书是这套教材的第二分册。

在翻译这套教材过程中,得到了郭长城教授的热情支持。他还对译文进行了仔细、认真的审阅,提出了许多宝贵

的修改意见。在此谨向他表示衷心的感谢！

翻译过程中发现并改正原书印刷错误九十余处。

译文中不当之处，望读者指正。

译 者

于哈尔滨建筑工程学院

1988年5月

目 录

序言	(1)
第一章 超静定桁架、拱及拱顶的计算特点	(1)
§ 1.1 引言	(1)
§ 1.2 超静定桁架的计算	(4)
§ 1.3 超静定拱的计算	(15)
§ 1.4 处于弹性环境中拱顶结构的计算	(28)
第二章 悬挂式及混合式体系的计算特点	(35)
§ 2.1 受拉柔索作承重构件	(35)
§ 2.2 扁平空间索的平衡方程及变形方程	(40)
§ 2.3 平面索	(44)
§ 2.4 索的平面体系及空间体系	(52)
§ 2.5 关于非线性方程的求解	(63)
§ 2.6 具有刚性梁的柔索	(69)
第三章 建筑力学的一般方程及其应用电子计算机的 求解方法	(84)
§ 3.1 引言	(84)
§ 3.2 作为有限自由度体系的杆件体系	(85)
§ 3.3 杆的建筑力学基本方程	(91)
§ 3.4 建立杆件体系的基本方程	(103)
§ 3.5 静力几何相似性·建筑力学问题的提出 及其求解的一般体系	(117)
§ 3.6 建筑力学一般方程组的解·混合法	(120)
§ 3.7 位移法	(121)
§ 3.8 力法	(126)

§ 3.9	考虑局部荷载	(136)
§ 3.10	求解几何及物理非线性问题的方程	(140)
第四章	有限单元法的基本规则	(165)
§ 4.1	弹性理论方程及其与建筑力学方程的联系	(165)
§ 4.2	拉格朗日定理	(176)
§ 4.3	列依斯涅尔定理·作为列依斯涅尔定理 特例的拉格朗日及卡斯提良诺定理	(179)
§ 4.4	有限单元法及其与里兹(Ритц)法的联系	(192)
§ 4.5	有限单元法与建筑力学方法的联系	(197)
§ 4.6	有限单元法与位移法的联系	(203)
§ 4.7	按有限单元法解弹性理论的平面问题	(216)
§ 4.8	轴对称问题	(236)
§ 4.9	按有限单元法求解弹性理论的空间问题	(248)
§ 4.10	复杂单元	(257)
第五章	薄板受弯计算	(289)
§ 5.1	矩形单元	(289)
§ 5.2	弹性地基上平板的计算	(311)
§ 5.3	三角形单元反力矩阵的获得	(314)
§ 5.4	轻质填料三层板的计算	(319)
§ 5.5	在轴对称荷载作用下薄壁圆锥壳单元反 力矩阵的获得	(335)
§ 5.6	用直线正交网格有限单元法计算具有复 杂周边的扁壳及平板	(346)
第六章	有限单元法半解析法及其在薄壁空间体系计 算中的应用	(366)

§ 6.1	引言	(366)
§ 6.2	由双曲正交异性壳切出窄条的反力矩阵 的获得	(368)
§ 6.3	从轻质填料三层平板中切出的窄条反力 矩阵的获得	(390)
§ 6.4	用以求由窄条组成的薄壳反力矩阵的超 单元	(402)
§ 6.5	非轴对称荷载作用下薄壁圆锥壳单元反 力矩阵的获得	(404)
第七章 利用位移法及单三角级数形式的平板弹性理 论解来计算棱柱形槽板体系		
§ 7.1	引言	(421)
§ 7.2	铰支槽板壳位移法的典型方程	(422)
§ 7.3	矩形平板受弯时因板边位移而引起板边 反力的确定·平板受弯的初参数法	(429)
§ 7.4	由于矩形平板平面中板边发生位移而在 其板边上引起的反力的确定	(440)
§ 7.5	确定位移法方程组系数的技巧	(447)
§ 7.6	关于位移及反力的互等定理及其在确定 由结点外荷载引起的反力中的应用	(457)
§ 7.7	例题	(460)
§ 7.8	关于混合法的应用	(471)
第八章 矩形平面壳体结构的计算		
§ 8.1	概述	(475)
§ 8.2	直角坐标系中弹性扁壳的线性方程	(482)
§ 8.3	用重三角级数计算铰支壳	(489)
§ 8.4	铰支壳边缘构件的计算	(496)

§ 8.5	位移法及单级数法在双曲扁壳计算中的应用	(502)
§ 8.6	用方程的精确积分法建立壳体板块的刚度矩阵	(506)
§ 8.7	建立板块刚度矩阵的数值法	(517)
第九章 多维问题向一维问题的转化·关于用B. 3.		
	符拉索夫法计算圆柱体系的概念	(527)
§ 9.1	多维问题向一维问题的转化	(527)
§ 9.2	关于变分法微分方程的求解	(539)
§ 9.3	按B. 3. 符拉索夫法计算棱柱薄壁体系	
	的原理	(544)
第十章 极限平衡法原理		
§ 10.1	关于极限平衡荷载及破坏机构的概念	(546)
§ 10.2	关于极限平衡的定理	(548)
§ 10.3	关于使用线性规划法的概念	(554)
附录 1	面积坐标	(559)
附录 2	沿三角形域的积分	(562)
附录 3	变分学的某些资料	(565)
附录 4	沿矩形域的积分	(569)
附录 5	接位移法计算平板用的函数 $f_i(\alpha)$ 及 $\psi_i(\alpha)$ 表	(572)
参考文献		(581)

第一章 超静定桁架、拱及拱顶的计算特点

§ 1.1 引言

在工程实践中常常使用超静定桁架、拱及拱顶来作承重结构。超静定桁架、拱及拱顶与静定的相比，其工作特点是它们中的内力与构件刚度有关，这些体系里会由于温度、支座沉降以及个别构件制造不精确而产生内力。

计算金属桁架时，一般认为结点是铰接的，因而这种理想桁架的全部杆件均在受拉或受压状态下工作。广泛采用的钢筋混凝土桁架（图1.1），具有短而抗弯刚度很大的杆件。计算这些桁架必须既考虑轴向力，又考虑弯矩。因此在钢筋混凝土桁架的计算简图中认为结点是刚接的，这些体系具有高次超静定的性质。

超静定拱体系与静定三铰拱相比，具有一系列结构优点，因而也广泛应用于建筑工程实践。按外部支承性质，拱区分为无铰拱及两铰拱（图1.2）。无铰拱广泛

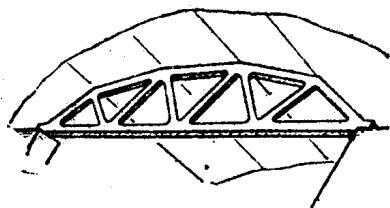


图 1.1

应用于桥梁结构（图1.3）。车道在下面的拱形桥面结构组成外静定体系。这种体系中横推力由拉杆来承受（图1.4）。它的优点在于不产生支座沉降内力。有拉杆的拱可能有三种型式：1) 具有柔拉杆的刚性拱（如果 $EJ_a \gg EJ_s$ ，这里 EJ_a ——拱的抗弯刚度； EJ_s ——拉杆的抗弯刚度）；2) 具有刚性梁的柔性拱（如果 $EJ_a \ll EJ_s$ ）；3) 具有刚性拉杆的刚性拱（如果 $EJ_a \approx EJ_s$ ）。

常常采用拱顶结构（图1.5）作为承重结构，拱顶结构是推力体系，其工作与拱类似，与拱不同的是，拱顶在垂直其平面方向的延续长度可达很大尺寸。为了近似地计算拱顶承受垂直于其横截面方向的固定荷载，可以从拱顶中取宽度等于1的拱带（图1.5）。拱顶和拱都近似地当作平面体系来计算，它们的区别在于对拱是研究平面应力状态（ $\sigma_z = 0$ ），而对拱顶则研究平面应变状态（ $\epsilon_z = 0$ ）。考虑上述情况，计算拱时取弹性模量为 E ，而对拱顶则取 $E' = E/(1 - \mu^2)$ 。用作建筑结构的拱及拱顶，一般用偏心受压直杆公式而不是曲杆公式进行计算，因为其中 $h/R < 1/5$ 。在拱及拱



图 1.2



图 1.3

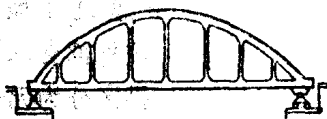


图 1.4

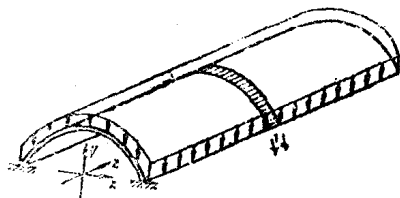


图 1.5

顶中产生很大的轴向力，由于这些力作用而产生的位移与弯曲产生的位移是同一数量级。因此在使用莫尔公式时应考虑两部分（由于 M 和 N 产生的变形）。

设计地下构筑物时广泛采用拱顶式结构体系，其上的主要荷载是上面土层的压力（图1.6）。属于这类结构的还有铁路隧道、各种专门用途的坑道、地下水电站的机器房、地下仓库、国防构筑物等等。有时地下结构作成圆环形（地下铁隧道，水工涵洞等）或圆环形体系。例如深埋的地下铁道车站就属此种结构（图1.7）。这些结构工作类似于拱顶。

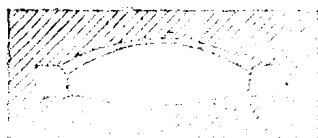


图 1.6

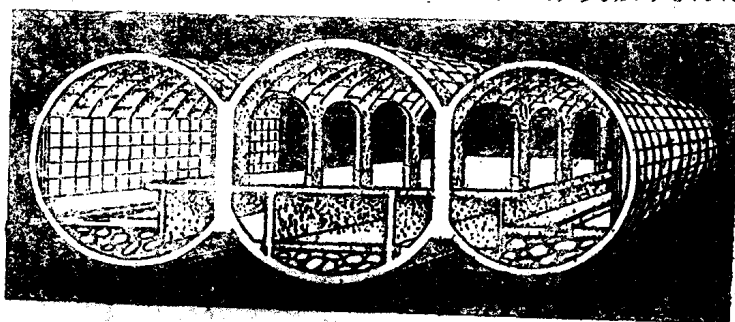


图 1.7

地下铁车站是复杂的空间结构，但为进行近似计算可以截取典型单元当作平面体系来计算（图1.8）。此时柱子象似“分布”在单元的长度上。计算地下结构时，仅仅在结构向岩层一方位移的情

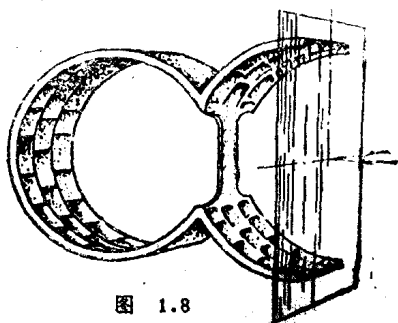


图 1.8

况下才应考虑周围土壤的作用；如果位移发生在相反方向，则可不考虑周围土壤的作用。这样一来，土壤是单方面的联系。常常取用文克列尔模型作为土壤模型。

计算桁架、拱及拱顶可以应用力法及位移法。由于使用电子计算机，后者得到了广泛应用。因此桁架、拱及拱顶广泛应用于工程构筑物中，关于它们的计算问题，我们将详细讨论。

§ 1.2 超静定桁架的计算

我们来讨论用力法计算超静定桁架。计算从确定超静定次数开始。以后各处都假设初始体系是不可变的。我们按公式 $n = s - k$ 来确定图1.9所示桁架的超静定次数，式中 k ——桁架节点数； s ——包括支杆在内的杆数：a) $n = 14 - 12 = 2$ ；b) $n = 39 - 38 = 1$ ；b) $n = 32 - 30 = 2$ ；r) $n = 40 -$

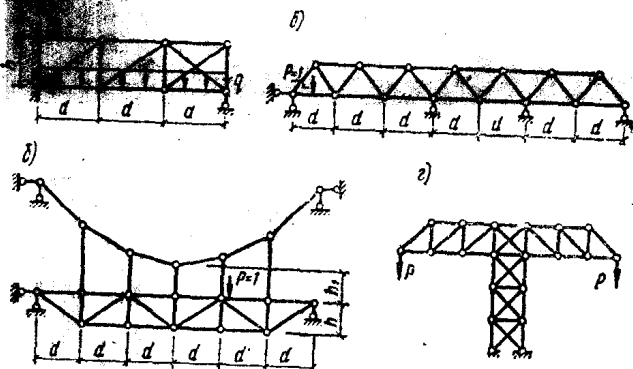


图 1.9

确定超静定次数之后，选择基本体系。然后组成典型方

程组（其数目等于超静定次数）由典型方程组确定多余未知数（所去掉联系中的内力）。因为在铰接桁架里只产生轴向力，所以确定单位位移和荷载位移时，莫尔公式中仅保留与轴向力 N 有关的一项。找出多余未知数之后，其余杆件中的内力按下列公式来求

$$N = N^0 + \bar{N}_1 X_1 + \bar{N}_2 X_2 + \cdots + \bar{N}_n X_n \quad (1.1)$$

我们通过图1.9, a所示的二次超静定桁架的例题来研究计算步骤。图1.10, a 给出基本体系。分布荷载用集中力 $P = qd = 4q$ 来代替。加于点1和点4的集中力未标出，因为这些力在桁架中不引起内力。基本体系的典型方程组有下列形式

$$\begin{cases} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \Delta_{1P} = 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \Delta_{2P} = 0 \end{cases}$$

为求单位位移及荷载位移，我们确定桁架杆件中由 X_1 , X_2 及荷载 P 产生的内力。求出 $\sin \alpha = 3/5 = 0.6$; $\cos \alpha = 4/5 = 0.8$ 。

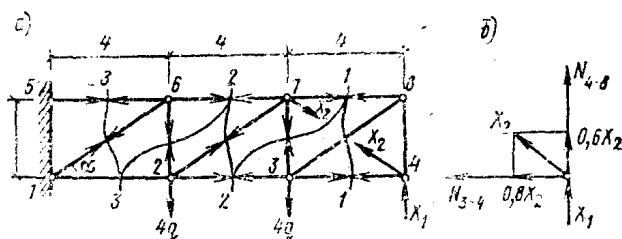


图 1.10

切截出结点4（图1.10, b），确定 N_{3-4} 及 N_{4-8} ：

$$\sum X = -0.8X_2 - N_{3-4} = 0; \quad N_{3-4} = -0.8X_2$$

$$\sum Y = X_1 + 0.6X_2 + N_{4-8} = 0; \quad N_{4-8} = -X_1 - 0.6X_2$$

$$0.6X_2$$

作截面1—1得

$$\Sigma M_3 = X_1 \cdot 4 + 0.6X_2 \cdot 4 + N_{7-8} \cdot 3 = 0$$

$$N_{7-8} = -1.333X_1 - 0.8X_2$$

$$\Sigma Y = X_1 + 0.6X_2 - N_{3-8} \cdot 0.6 = 0$$

$$N_{3-8} = 1.667X_1 + X_2$$

作截面1—2, 求出 N_{3-7}

$$\Sigma Y = X_1 + 0.6X_2 - 4q + N_{3-7} = 0$$

$$N_{3-7} = -X_1 - 0.6X_2 + 4q$$

作截面, 2—2得

$$\Sigma M_7 = X_1 \cdot 4 - N_{2-3} \cdot 3 = 0; N_{2-3} = 1.333X_1$$

$$\Sigma M_2 = X_1 \cdot 8 - 4q \cdot 4 + N_{8-7} \cdot 3 = 0$$

$$N_{8-7} = -2.667X_1 + 5.333q$$

$$\Sigma Y = X_1 - 4q - N_{2-7} \cdot 0.6 = 0$$

$$N_{2-7} = 1.667X_1 - 6.667q$$

作截面2—3, 求出 N_{2-6}

$$\Sigma Y = X_1 - 8q + N_{2-6} = 0; N_{2-6} = -X_1 + 8q$$

作截面3—3, 得

$$\Sigma M_1 = X_1 \cdot 12 - 4q \cdot 4 - 4q \cdot 8 + N_{5-6} \cdot 3 = 0$$

$$N_{5-6} = -4X_1 + 16q$$

$$\Sigma M_6 = X_1 \cdot 8 - 4q \cdot 4 - N_{1-2} \cdot 3 = 0$$

$$N_{1-2} = 2.667X_1 - 5.333q$$

$$\Sigma Y = X_1 - 4q - 4q - N_{1-6} \cdot 0.6 = 0$$

$$N_{1-6} = 1.667X_1 - 13.333q$$

假定上列公式中 $X_1 = 1$, $X_2 = 0$, $q = 0$, 则得到全部杆中由 $X_1 = 1$ 产生的内力。类似地可以求得由于 $X_2 = 1$ 及荷载产生的内力。得到典型方程系数的过程, 可以很方便地