

数学故事丛书

否定中的肯定

——逻辑的故事

张 远 南

2017

上海科学普及出版社

(沪) 新登字第 305 号

责任编辑 毕淑敏

否定中的肯定

——逻辑的故事

张 远 南

上海科学普及出版社出版

(上海曹杨路 500 号 邮政编码 200063)

新华书店上海发行所发行 常熟高专印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 4.75 插页 2 字数 112000

1990 年 4 月第 1 版 1996 年 4 月第 4 次印刷

印数 114801—137800

ISBN 7-5427-0169-X/O · 5 定价: 5.00 元

内 容 提 要

本书系数学故事丛书中的一册。全书用 24 篇生动有趣的小故事介绍二进位制、逻辑以及有关代数等知识。寓数学知识于趣味之中。主要目的是为提高中学生学习数学的兴趣,加深和扩展中学数学课堂知识。

本书可供中学生、中学数学教师以及广大数学爱好者阅读。

序

分析必须细致，论证务求严谨。用感知替代分析，用例举充当论证，这是思维的贫困，初学的通病。

逻辑一词译自英语 logic，导源于希腊文 logos，原义为思想、思维、理性、言语。现代逻辑一词是多义性的。它既代表思维的规律性，又代表思维形式及其规律性的科学，还引伸表示客观的规律。

推理是从未知到已知的合乎逻辑的思维过程。数学的推理与逻辑之间有着千丝万缕的关系，以致于有不少人认为数学便是逻辑。数学与逻辑之间的这种密切关系，可以追溯到相当久远的年代。

在二千多年前的古希腊，以德谟克利特为代表的唯物主义思想家和以柏拉图、亚里士多德为代表的唯心主义思想家之间的相互辩难和争论，无疑对古希腊数学的高度发展起着推动作用。逻辑学的发展，把数学知识按假设演绎的方法严格加以整理，终于诞生了具有划时代意义的不朽巨著，欧几里得的《几何原本》。

本书并不打算，也不可能对数学逻辑和推理的理论作完整的叙述。作者的目标只是想激发读者的兴趣，并由此引起他们学习这门知识的欲望，因为作者认定：兴趣是最好的老师，一个人对科学的热爱和

献身，往往是从兴趣开始。然而人类智慧的传递，是一项高超的艺术。从教到学，从学到会，从会到用，从用到创造，这是一连串极为能动的过程。作者在长期经验中，深感普通教学的局限和不足，希望能通过非教学的手段，尝试人类智慧的传递和接力。

基于上述目的，作者计划尽自己的力量，写一套各自独立的趣味数学读物，它们是：《偶然中的必然》、《未知中的已知》、《否定中的肯定》、《无限中的有限》、《变量中的常量》、《抽象中的形象》等。分别讲述概率、方程、逻辑、极限、函数、图形等有趣的故事。作者心目中的读者，是广大中学生和数学爱好者，他们应该是评估本书最为精确的天平。

由于作者水平有限，书中缺点错误在所难免，敬请读者不吝指出。

这本书所要讲述的内容，是人类知识的一笔巨大财富。在逻辑问题中，有许多趣闻、难题、技巧和引人入胜的东西，它需要读者反复琢磨，才能领会其中的奥妙，并因此感受到无穷的乐趣。作者希望这本书能够把读者引进人类智慧的这一宝山。

但愿读者不致于入宝山而空返！

张远南

1987年4月

再版前言

数学教育在文化教育中所占比例相当大,它不仅是数学知识与方法的传授,也是思维能力与思想方法的训练。对于青少年学生,开发智力的途径是多方面的,数学训练却是一种不可替代的特殊的思维训练。当前,科学的数学化浪潮正席卷着自然科学、社会科学和工程技术的各个领域,数学作为科学技术的语言和思想的工具,越来越被科学家所重视。古代科学家伽俐略说,大自然的书是数学写成的。现在人们普遍认为:科学的本质是数学。

数学充满了辩证法,正数与负数,常量与变量,数与形,微分与积分,直观与抽象,有限与无限,分析与综合,等等,都是客观世界矛盾运动与数量空间形式上的反映。解数学应用题的过程,是将实际问题转化为数学问题,又用数学方法解决实际问题的过程。

数学是一门优美的科学,从形式到内容,从理论到实践,都体现着美的特征,展现着独特的风格。一位伟人曾赞美是一首数学的诗。数学具有形态美,和谐、整洁、对称、有序;思维美,思路清晰、多向传导、构思巧妙;作用美,数学是人类最高超的智力成就,人类心灵最独特的创作;历史美,每一个重要公式、定理,每一个重要方法,都

隐载着一个美好的历史故事。若说音乐能激发或抚慰情怀,绘画使人赏心悦目,诗歌可以动人心弦,科学可以改善物质生活,则数学可以提供以上的一切。

福建省南平市教师进修学校校长、特级教师张远南编著的《数学故事丛书》,以引人入胜的故事把学生导入数学乐园,是青少年启迪智慧灵感、步入科学殿堂的好伙伴。

南平地处建溪与剑溪汇合处,两溪在这里汇流成闽江向东注入东海。当地志书说:“南平自晋雷焕之携剑成龙,从此剑州、剑州名播海内”。传说晋焕之得二剑于丰城,一与张华,留一自佩。华死,失剑所在。其后焕子佩剑经此,跃入水,化为龙,剑溪由此得名,又曰剑津。据地方志记载,南剑州(今南平市)在天圣三年(1025年)就以官办的形式创办剑学,设置学田,以助学子。该地“遥望双溪入海,仰观九迭摩云”。现尚存宋碑《南剑州重建州学记碑文》立于现南平第二中学校园内。这样算起来,南平二中有九百六十多年的办学历史了。张远南曾长期在该校执教数学。运笔得山川之灵秀,可谓山美水美书也美了。

马长冰

一九九一年三月于福州

目

录

1. 从“人机之战”谈起 (1)
2. 演绎的科学 (6)
3. 勒让德教授的失误 (12)
4. 几何王国的孪生三姐妹 (18)
5. 否定中的肯定 (24)
6. 异曲同工的证明方法 (29)
7. 文恩氏的图形推理法 (35)
8. 智力游戏的间接推理 (41)
9. 巧解逻辑难题 (46)
10. 尝试, 经验与信念的支柱 (56)
11. 步向真理的阶梯 (62)
12. 数学史上亘古未有的奇迹 (67)
13. “外星人”的算术 (72)
14. 魔术“猜姓”的科学原理 (79)
15. 火柴游戏的决胜奥秘 (85)
16. 布尔先生的命题代数 (90)
17. 太极八卦与命题简化 (96)

- 18. 思维机器的“脑细胞” (103)
- 19. 开关电路与自动装置 (109)
- 20. 人脑与电脑，思路与程序 ... (115)

- 21. 神奇的射流技术 (122)
- 22. 错觉的漩涡 (127)
- 23. 识别伪科学 (133)
- 24. 数学家和数学思维 (139)

1.

从“人机之战”谈起

伦敦某剧院，座无虚席。观众正屏声静气地观看台上魔术大师马斯特曼教授的精彩表演：“绝妙的记忆术”。

突然，“砰！”地一声枪响，教授应声倒地，凶手趁人们惊愕之际，逃之夭夭。第二天报纸头版头条，刊登了这一骇人听闻的剧场谋杀案。与此同时，报纸的另一页还显赫地刊登了以下消息：

“目前，大不列颠有一千台计算机出故障！近来，全世界各地相继出现计算机停转的现象。对此科学家们迷惑不解。他们说这些计算机并未损坏，好端端的就是不工作。”“美国有一万台计算机停转，苏联有八千台停转，迄今，全世界停转的计算机总数达二万五千台之巨！”“美国国家宇航局局长表示，这是一个极为严重的问题，如果这种现象持续下去，我们的宇航计划将要告吹，苏联的也将下马，我们的工作离不开计算机。”云云。

上面就是英国作家 L. G. 亚历山大的科幻小说《“万能脑袋”侦破记》的最初情节。“万能脑袋”是魔术师马斯特曼教



授的美称。他具有惊人的记忆力。那天，他正在台上表演“非凡记忆”的拿手好戏，一个陌生人登上了舞台，递给魔术师一张字条，上面写有一长串数字。这一天文数字的头四个数码是4967。正当魔术师试图复述整个数目的时候，陌生人朝他开了枪。

故事以后的情节是这样的：英国行动总局派机灵的谍报人员卡斯泰，潜入爱琴海的一个名叫多利福罗斯的小岛，那里有一台硕大无朋的计算机“DOT”，它能够对世界各地的电子计算机发出信息，而其本身却独立工作。据了解，当全世界数以千计的计算机接连停转的时候，“DOT”工作正常。局长在交待任务时，还给了卡斯泰一张纸条，并要其默诵纸条上的字母和一串数字：

“CDS4967543287043789076543”。这是马斯特曼教授死前两天交给行动总局的。

此后，小说情节高潮迭起，引人入胜。主人公上岛后，几度遇险落难，又几度绝处逢生，终于靠勇敢和机智，探明了多利福罗斯岛上的巨大秘密。

原来，五年前两位才华盖世的电子工程师，奉命来岛建成了“DOT”。一位来自美国，叫哈德倍克，另一位来自伦敦，叫史密斯。后者主持了“DOT”的设计工作，但两年前因与哈德倍克不和，离开此地并埋名隐姓，浪迹天涯。从此哈德倍克便主管全岛事务。可是此人权欲熏心，企图谋求控制全世界的电子计算机，并通过“DOT”的控制，制造全球性的停机事件，妄图使世界陷入恐慌，并听命于他一人的主宰。

与此同时，“DOT”经过几年的运转，逐渐意识到自身的威力。于是开始自命“元首”，并从哈德倍克手中接管了岛上最高权力，正打算进一步称霸全球。只是它对哈德倍克和史密斯略有忌惮，因为他俩掌握有“DOT”的破坏数据。为此，

“DOT”一面派人谋杀了改名为马斯特曼的史密斯，一面借卡斯泰上岛的机会干掉哈德倍克。“DOT”自以为此举干净利落，无懈可击，从此便可高枕无忧。不料史密斯死前得知世界上大量计算机停转的消息，意识到这是“DOT”暗中作怪，预感人类将经受一场严峻的挑战。良知的驱遣，使他毅然向行动总局送去了破坏数据。

话说卡斯泰上岛后，即被“DOT”看中，认为与其留着对自己有威胁的哈德倍克，不如用一个对自己没有威胁的人来替代。因此尽管哈德倍克几次三番想处死潜上岛来的不速之客，都被“DOT”以元首之命救了下来。哈德倍克被杀后，卡斯泰运用自己的智慧，一面假装对“DOT”俯首称臣，一面利用“DOT”没有防范的机会，进入控制室，拨动了电报发号系统（CDS），及一长串数字4967543287043789076543。终于制服了不可一世的计算机“DOT”，使全世界计算机恢复了正常运转。

故事到此结束，这实际上是作者精心描绘的一幅人与机器战争的景象，虽然没有滚滚的硝烟和隆隆的炮声，却也腥风血雨，险象万千！

故事中的战争虽然以计算机失败而告终，但读者不禁要问：人类的才智果然不及计算机吗？今后会不会发生一场世界性的“人机大战”？会不会有朝一日，创造出计算机的人类，反成了计算机的奴仆？要回答这一系列问题，还得从人的思维和推理讲起。

当人们进行思索的时候，脑中是怎样运转的呢？可以想象得到，首先闪进脑海的，应该是大量与思索对象有关的事实和结论。这些事实和结论在脑中形成一连串判断的句子。这些句子在逻辑上称为命题。这一连串的命题便构成了思索的前提。

例如，当我们思考如何保证飞机上的人员在紧急状态下

的安全时，闪现在脑中的命题大概会是：

命题 1：物体从高处下落，落体的速度会越来越快。

命题 2：人以极大速度落于地面会造成死亡。

命题 3：在空气中纸张要比石子下落慢得多。

命题 4：如果天空有风，那么风筝将会飘悬在半空。

.....

有了这些命题作为思索的前提，接下去便是依据这些命题作合理的推理，降落伞便是这种合理推理的产物。

命题有简单的，也有复杂的，已为人类长期实践所证实，我们无需证明而认为是正确的命题，叫“假说”或“公理”。而那些能够证明是正确的命题叫“定理”。在数学中，我们经常用字母表示数。在逻辑学中，我们则常用一个字母表示一句话。如：

$P =$ “天空有风”

$Q =$ “风筝会飘悬在半空”

很明显， P 与 Q 各自代表一个简单的命题。在命题 4 中， P 是 Q 的前提，因此这是一个复合命题。在逻辑学中，我们常用箭矢号“ $\rightarrow$ ”表示联系词“如果…，那么…”或“若…，则…”。例如，命题 4 可以用符号写成：

$P \rightarrow Q$

表示式 $P \rightarrow Q$ 称为一个蕴涵关系。在蕴涵关系中，如果作为前提的命题是真的，那么作为结论的命题便是可信的，第一个使用降落伞的人，就是相信了这样的推理：用伞状的布，可

以帮助自己从高处下落的危险中得以解救。

一个命题的反意或否定，我们用在代表该命题的字母顶上加一横来表示。例如：

$\bar{P}$ = “天空没有风”

$\bar{Q}$ = “风筝不会飘悬在半空”

容易理解 $\bar{Q} \rightarrow \bar{P}$

这个符号的含意是：“如果风筝不会飘悬在半空，那么天空没有风。”

关于推理的科学，以后的章节我们会陆续讲到。读者将会看到，数学与逻辑推理有着千丝万缕的关系。数学家为我们创造了思考和观察世界的方法，使人类能够卓有成效地进行一连串推理。在古代的希腊，研究几何需要一个欧几里得那样的脑袋。而公元1637年，法国数学家笛卡儿（Descartes, 1596~1650）却告诉人们，如何把几何问题转化为代数问题，借助于这种方法，几何中便不会有多大的难题。同样地，对复杂的逻辑问题，直接推理常使人感到智穷力竭。然而，十九世纪中叶，英国数学家布尔（Boole, 1815~1864）所创立的逻辑代数，却能轻松地解决这类难题。今天，人们把布尔的法则输入计算机，才使计算机赋有了逻辑推理的神力。

不过，计算机虽然能够出色地使用解析几何或布尔代数的方法，却不能创造这些方法。创造这些方法的是人！就本质讲，计算机只是人的“模仿”，它必须照人类的安排去执行，仅此而已。对人类来说，重要的是创造。创造这个字眼似乎很神秘，但却是人类的骄傲！

2.

演绎的科学

这是一则寓意深刻的故事。

从前有一个懒人，他有一大瓮的米。一天，他躺在米瓮边的一张席子上，开始想入非非：

“我将卖掉这些米，并买来尽可能多的小鸡。这些鸡长大后会上很多蛋。然后我把鸡和蛋卖了，再买来许多猪。当这些猪长大的时候，便会生许多小猪。那时我再把它们卖了，买回一些水牛。有了水牛，就会有許多小水牛。如果我把它們卖了，我就有钱买一块地。有了地，便可以种稻米、甘蔗和谷物。有了收成，我还可以买更多的地。再经营几年，我就能够盖上一幢漂亮的房子。”

“当我盖好房子，我将娶一个世上最美的女人做妻子。”

“那时，我是多么地富有，多么地幸福啊！”

懒人兴奋了，终于手舞足蹈，一脚踢翻了米瓮。瓮子破了，立时米像水一般倾泻出来，落在肮脏的地面上。此时，邻居的一大群鸡蜂拥而来，把地上的米啄食精光。小鸡、猪、土地、房子和美丽的女人，一切的一切全都成了泡影。留给这个懒人的只是一只破了的瓮。

这个故事告诉人们：光想是不够的，更重要的是着手去做。千里之行，始于足下。不过，尽管懒人的结局是可悲的，但他的演绎术却颇值称道。演绎是一种证明的方法，它不是基

于经验或尝试，也不依赖于人们的感官，而是建立在严格推理之上的。数学大厦的基础，正是用这种演绎的方法砌成的。

下面我们研究一下懒人是怎样进行一连串推理的。首先，他从一瓮米开始，提出命题：“如果有米，那么可以卖掉米，买来尽可能多的小鸡”。简记为：“若有米，则有鸡”。这实际上是关于“有米”者的一个命题，不论这有米者是谁。所以是个大前提。懒人的第二个命题是：“我有一瓮米”，这是小前提。如果上述两个前提为真，那么推出的结论一定不假。用 P 代表“有米”， Q 代表“有鸡”，于是有：

【大前提】 $P \rightarrow Q$ ，若有米，则有鸡。

【小前提】 P ，我有一瓮米。

【结 论】 Q ，那么我有尽可能多的鸡。

懒人接下去的推理是：

【大前提】若有鸡，则有蛋。

【小前提】我有鸡。

【结 论】我有蛋。（我的鸡会生蛋）

【大前提】若有鸡和蛋，则有猪。

【小前提】我有鸡和蛋。

【结 论】我有尽可能多的猪。

.....

以上这些都是演绎法的简单例子。这种由大前提、小前提和结论三部分组成的演绎推理方法，称为“三段论法”。在三段论法中，如果我们承认 $P \rightarrow Q$ 是真实的，而由此推得的逻辑上的合理结论，可以写成：

$$\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ P \\ \hline Q \end{array}$$

假如 P 、 Q 是经验命题，这表明复合命题 $P \rightarrow Q$ 也可能成立，也可能不成立。后者只要举出一个反例就够了。例如“凡

是鸡都会下蛋”，“若有鸡和蛋，则有猪”，这些经验命题都未必是成立的。这正是懒人悲剧之所在。而懒人的演绎推理方法，却是无可指责的。

又若 P 、 Q 是分析命题，例如 P 是“乘法交换律 $m \cdot n = n \cdot m$ ”， Q 是“ $5 \cdot 3 = 3 \cdot 5$ ”，对于规定的“数”和“乘法”，要么两者都成立，要么两者都不成立。如果我们同意前一个命题，我们也就必须同意后一个命题。复合命题 $P \rightarrow Q$ 在这种意义下被认为是真实的。

两千多年前的古希腊数学家欧几里得 (Euclid, 前 330? ~ 前 275?)，正是使用“点”、“线”、“圆”、“相交”、“重合”等基本砖石，在公理的基础上，通过科学的演绎，建筑起宏伟的几何学大厦的。这就是我们今天初中课本上讲的平面几何。

下面我们看一看如何通过演绎的方法，证明“三角形内角和等于 180° ”。已知 $\triangle ABC$ ，各角如图标。

(1) 【大前提】：过直线外一点，有且只有一条直线与已知直线平行。

【小前提】 C 是直线 AB 外一点。

【结 论】存在唯一直线 $CD \parallel AB$ 。

(2) 【大前提】两直线平行，同位角相等。(定理)

【小前提】 $CD \parallel AB$

【结 论】(同位角) $\angle 1 = \angle 4$

(3) 【大前提】两直线平行，内错角相等。(定理)

【小前提】 $CD \parallel AB$

【结 论】(内错角) $\angle 2 = \angle 5$

(4) 【大前提】若是平角，则等于 180° (定义)

