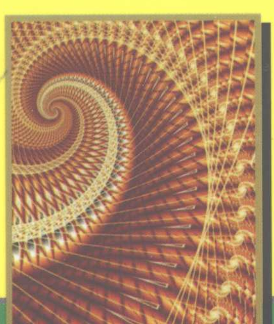
中学数学拓展丛书

数学史话览胜

Shuxue Shihua Lansheng

沈文选　杨清桃　编著



哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

● 中学数学拓展丛书

本丛书是湖南省教育厅科研课题《教育数学的研究》(编号06C510)成果之一

数学史话览胜

SHUXUE SHIHUA LANSHENG

沈文选　杨清桃　编著

哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 提 要

本书共分十一章:第一章学习数学史的意义,第二章数学的起源,第三章数学史的分期及各时期的著名数学家,第四章算术史话,第五章代数史话,第六章函数概念的形成与发展,第七章几何学史话,第八章解析几何史话,第九章微积分史话,第十章射影几何史话,第十一章概率论史话.

本书可作为高等师范院校教育学院、教师进修学院数学专业及国家级、省级中学数学骨干教师培训班的教材或数学参考书.

图书在版编目(CIP)数据

数学史话览胜/沈文选,杨清桃编著.—哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2008.1

(中学数学拓展丛书;6)

ISBN 978-7-5603-2410-4

Ⅰ.数… Ⅱ.①沈…②杨… Ⅲ.数学课-中学-教学参考资料 Ⅳ.G633.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 190743 号

策划编辑 刘培杰
责任编辑 刘 瑶
封面设计 卞秉利
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451-86414749
网 址 http://hitpress.hit.edu.cn
印 刷 黑龙江省教育厅印刷厂
开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 15.5 字数 371 千字
版 次 2008 年 1 月第 1 版 2008 年 1 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-2410-4
印 数 1~4 000 册
定 价 28.00 元

⊙序

我和沈文选教授有过合作，彼此相熟。不久前，他发来一套数学普及读物的丛书目录，包括数学眼光、数学思想、数学应用、数学模型、数学方法、数学史话等，洋洋大观。从论述的数学课题来看，该丛书的视角新颖，内容充实，思想深刻，在数学科普出版物中当属上乘之作。

阅读之余，忽然觉得公众对数学的认识很不相同，有些甚至是彼此矛盾的。例如：

一方面，数学是学校的主要基础课，从小学到高中，12年都有数学；另一方面，许多名人在说“自己数学很差”的时候，似乎理直气壮，连脸也不红，好像在宣示：数学不好，照样出名。

一方面，说数学是科学的女王，“大哉数学之为用”，数学无处不在，数学是人类文明的火车头；另一方面，许多学生说数学没用，一辈子也碰不到一个函数，解不了一个方程，连相声也在讽刺“一边向水池注水，一边放水”的算术题是瞎折腾。

一方面，说“数学好玩”，数学具有和谐美、对称美、奇异美，歌颂数学家的“美丽的心灵”；另一方面，许多人又说，数学枯燥、抽象、难学，看见数学就头疼。

数学，我怎样才能走近你，欣赏你，拥抱你？说起来也很简单，就是不要仅仅埋头做题，要多多品味数学的奥秘，理解数学的智慧，抛却过分的功利，当你把数学当做一种文化来看待的时候，数学就在你心中了。

我把学习数学比做登山，一步步地爬，很累，很苦。但是如果你能欣赏山林的风景，那么登山就是一种乐趣了。

登山有三种意境。

首先是初识阶段。走入山林，爬得微微出汗，坐拥山色风光。体会“明月松间照，清泉石上流”的意境。当你会做算术，会

记账，能够应付日常生活中的数学的时候，你会享受数学给你带来的便捷，感受到好似饮用清泉那样的愉悦。

其次是理解阶段。爬到山腰，大汗淋漓，歇足小坐。环顾四周，云雾环绕，满目苍翠，心旷神怡。正如苏轼名句："横看成岭侧成峰，远近高低各不同；不识庐山真面目，只缘身在此山中。"数学理解到一定程度，你会感觉到数学的博大精深，数学思维的缜密周全，数学的简捷之美，使你对符号运算能够有爱不释手的感受。不过，理解了，还不能创造。"采药山中去，云深不知处。"对于数学的伟大，还莫测高深。

第三则是登顶阶段。攀岩涉水，越过艰难险阻，到达顶峰的时候，终于出现了"会当凌绝顶，一览众山小"的局面。这时，一切疲乏劳顿、危难困苦，全都抛到九霄云外。"雄关漫道真如铁"，欣赏数学之美，是需要代价的。当你破解了一道数学难题，"蓦然回首，那人却在灯火阑珊处"的意境，是语言无法形容的快乐。

好了，说了这些，还是回到沈文选先生的丛书。如果你能静心阅读，它会帮助你一步步攀登数学的高山，领略数学的美景，最终登上数学的顶峰。于是劳顿着，但快乐着。

信手写来，权作为序。

张奠宙
2007 年 11 月 13 日
于沪上苏州河边

附　文

（文选先生编著的丛书，是一种对数学的欣赏。因此，再次想起数学思想往往和文学意境相通，年初曾在《文汇报》发表一短文，附录于此，算是一种呼应）

数学和诗词的意境

张奠宙

数学和诗词，历来有许多可供谈助的材料。例如：

一去二三里，烟村四五家；
楼台七八座，八九十支花。

把十个数字嵌进诗里，读来琅琅上口。郑板桥也有咏雪诗：

一片二片三四片，五片六片七八片；
千片万片无数片，飞入梅花总不见。

诗句抒发了诗人对漫天雪舞的感受。不过，以上两诗中尽管嵌入了数字，却实在和数学没有什么关系。

数学和诗词的内在联系，在于意境。李白《送孟浩然之广陵》诗云：

故人西辞黄鹤楼，烟花三月下扬州。

孤帆远影碧空尽，唯见长江天际流。

数学名家徐利治先生在讲极限的时候，总要引用“孤帆远影碧空尽”这一句，让大家体会一个变量趋向于0的动态意境，煞是传神。

近日与友人谈几何，不禁联想到初唐诗人陈子昂《登幽州台歌》中的名句：

前不见古人，后不见来者；

念天地之悠悠，独怆然而涕下。

一般的语文解释说：上两句俯仰古今，写出时间绵长；第三句登楼眺望，写出空间辽阔；在广阔无垠的背景中，第四句描绘了诗人孤单寂寞悲哀苦闷的情绪，两相映照，分外动人。然而，从数学上看来，这是一首阐发时间和空间感知的佳句。前两句表示时间可以看成是一条直线(一维空间)。陈老先生以自己为原点，前不见古人指时间可以延伸到负无穷大，后不见来者则意味着未来的时间是正无穷大。后两句则描写三维的现实空间：天是平面，地是平面，悠悠地张成三维的立体几何环境。全诗将时间和空间放在一起思考，感到自然之伟大，产生了敬畏之心，以至怆然涕下。这样的意境，数学家和文学家是可以彼此相通的。进一步说，爱因斯坦的四维时空学说，也能和此诗的意境相衔接。

贵州六盘水师专的杨老师告诉我他的一则经验。他在微积分教学中讲到无界变量时，用了宋朝叶绍翁《游园不值》中的诗句：

满园春色关不住，一枝红杏出墙来。

学生每每会意而笑。实际上，无界变量是说，无论你设置怎样大的正数 M，变量总要超出你的范围，即有一个变量的绝对值会超过 M。于是，M 可以比喻成无论怎样大的园子，变量相当于红杏，结果是总有一枝红杏越出园子的范围。诗的比喻如此恰切，其意境把枯燥的数学语言形象化了。

数学研究和学习需要解题，而解题过程需要反复思索，终于在某一时刻出现顿悟。例如，做一道几何题，百思不得其解，突然添了一条补助线，问题豁然开朗，欣喜万分。这样的意境，想起了王国维用辛弃疾的词来描述的意境：“众里寻它千百度，蓦然回首，那人却在灯火阑珊处。”一个学生，如果没有经历过这样的意境，数学大概是学不好的了。

◎前言

音乐能激发或抚慰情怀，绘画使人赏心悦目，诗歌能动人心弦，哲学使人获得智慧，科技可以改善物质生活，但数学却能提供以上的一切。

——Klein

任何一门数学分支，不管它如何抽象，总有一天会在现实的现象中找到应用。

——Lobachevshy

数学是有用的，如果谁想理解自然并利用它的能量，那他甚至不能离开数学。

——A·Renyi

数学甚至在其最纯的与最抽象的状态下，也不与生活相分离。它恰恰是掌握生活问题的理想方式，这正如同雕刻把人的体形理想化，或者如同诗和画，分别把形象与景物理想化一样。

——C. J. Keyser

人们喜爱音乐，因为它不仅有神奇的乐谱，而且有悦耳的优美旋律！

人们喜爱画卷,因为它不仅描绘出出自然界的壮丽,而且可以描绘人间美景!

人们喜爱诗歌,因为它不仅是字词的巧妙组合,而且有抒发情怀的韵律!

人们喜爱哲学,因为它不仅是自然科学与社会科学的浓缩,而且使人更加聪明!

人们喜爱科技,因为它不仅是一个伟大的使者与桥梁,而且是现代物质文明的标志!

而数学之为德,数学之为用,难以用旋律、美景、韵律、聪明、标志等词语来表达!

你看,不是吗?

数学眼光,使我们看到世间万物充满着带有数学印记的奇妙的科学规律,看到各类书籍和文章的字里行间有着数学的踪迹,使我们看到的是满眼绚丽多彩的数学景象!

数学思想,使我们领悟到数学是用字母和符号谱写的高亢歌曲,似协奏曲一样充满着和谐的旋律,让人难以忘怀,难以割舍!

数学应用,给我们展示出了数学的神通广大,在各个领域与角落闪烁着人类智慧的火花!

数学建模,呈现出了人类文明亮丽的风景!特别是那呈现出的抽象彩虹—— 一个个精巧的数学模型,璀璨夺目,流光溢彩!

数学方法,像画卷一样描绘着各学科的异草奇葩般的景色,令人目不暇接!

数学史话,充满了诱人的前辈们的创造或再创造的心血机智,使人获得明智的丰富营养!

因此,我们可以说,你可以不信仰上帝,但不能不信仰数学。

从而,提高我国每一个公民的数学文化水平及数学素养,是提高我国各个民族整体素质的重要组成部分,这也是数学基础教育中的重要目标。为此,笔者构思了这套丛书。

这套丛书是笔者学习张景中院士的教育数学思想:对一些数学素材和数学研究成果进行再创造并以此为指导思想来撰写的;是献给中学师生,企图为他们扩展数学视野、提高数学素养以响应张奠宙教授的倡议:建构符合时代需求的数学常识,享受充满数学智慧的精彩人生的书籍。

不积小流无以成江河,不积跬步无以致千里,没有积累便没有丰富的素材,没有整合创新便没有鲜明的特色。这套丛书的写作,是笔者在多年资料的收集、学习笔记的整理及笔者已发表的文章的修改并整合的基础上完成的。因此,每册书末都列出了尽可能多的参考文献,在此,忠心地感谢这些文献的作者。

这套丛书,作者试图以专题的形式,对中、小学中典型的数学问题进行广搜深掘来串联,并以此为线索来写作的。因而,形成了这六册书。

这一册是《数学应用展观》。

数学无处不在,无处不用。人类生存的每时每刻都要和数学打交道,在生活中,在生产中,在社会生活的各个领域里,都在运用着数学的概念、法则和结论。

衣食住行、三万六千行,几乎没有一行不和数学有关。量体裁衣需要数学帮助计算用料、度量尺寸、划线落料、绘制图样;淘米下锅、量米计水和菜肴烹饪、调味辅料、营养成分、装盘图式等也离不开数学。

在科学技术各个领域,数学的应用自不待言。

精确科学,如力学、热学、电磁学、天文学、化学等,都需要数学的表述,用数学的符号、公式法则来表述这些学科的定律和规律。特别是宇宙航行的时代,人造地球卫星的上天,航天

飞机的回返等高技术领域中,从宇宙速度的计算、火箭推力的计算、卫星形状的设计、卫星轨道的确定,无一不与高深的数学发生关系。时至今日的生物科学已是数学大显身手的重要领域,生物工程、遗传变异、生物优选、遗体基因、生物统计、生物医学、CT扫描的医疗设备等各个领域都广泛地应用着数学的丰硕成果。

数学在经济学研究中,在促进经济发展中发挥着极为重要的作用。每一个经济问题,都要涉及大量的数据。企业的管理、规划和质量分析以及生产过程控制等各方面要运用到数学中的规划论、控制论、泛函分析、微分方程等各方面的知识。因而有人说:"经济学如果没有数学将不是真正的经济学。"

数学在工程学研究中的作用也是不言而喻的。材料的选择与定量地预测其状态和性能,仪器的安装与测试,工程的设计与实施等各方面都离不开数学技术,甚至组织大规模战争的运筹方案也离不开数学技术。

数学在社会科学,如语言学、心理学、考古学中都有着广泛的应用,这也是有目共睹的。

综上可知,如果没有数学,全部现代科学、现代技术将成为不可能。因而,可以说,一切高技术都可归结为数学技术,现代化就是数学化。正因为如此,我国著名的数学家、数学教育家华罗庚教授早于1959年5月在《人民日报》上发表了《大哉数学之为用》,精彩地描述了数学的各种应用:宇宙之大、粒子之微、火箭之速、化工之巧、地球之变、生物之谜、日用之繁等各个方面无处不有数学的重要贡献。

注重数学的实际应用,也是中国数学中的优良传统。例如,我国最著名的数学典籍《九章算术》就是246个实际应用题的汇集。

加强数学应用教育,是数学教育的一个重要方面。这不仅是促进教育现代化的重要途径之一,也是激发学生学习数学的兴趣的根本措施。在我们的课堂内外增加一些有生活、生产、学习背景的应用问题,并通过学习这些实际应用范例逐步使学生领悟到怎样运用数学知识去分析、处理、解决一些实际问题,让学生在学数学中做数学,在做数学中学数学,这也将极大地提高学生的数学素养。

让我们展观数学应用!让我们在数学应用展观中有所收获吧!

沈文选

2007年6月于岳麓山下

目录
CONTENTS

第一章 学习数学史的意义

第二章 数学的起源

第三章 数学史的分期及各时期的著名数学家

目录 CONTENTS

第四章 算术史话

第五章 代数学史话

目录
CONTENTS

第八章　解析几何史话

第九章　微积分史话

第十章　射影几何史话

第十一章 概率论史话

目录
CONTENTS

第一章 学习数学史的意义

1.1 数学史研究的对象

任何一种事物都有其自身的具体内容和发展规律,有些事物从外表上看起来似乎杂乱无章,但实际上都是按照某些规律发展着的.数学也不例外,它也有自身的具体内容和发展规律.数学史不研究数学的具体内容,而是研究这些具体内容是如何萌芽、生长、壮大和成熟的,研究其中最一般的原则和规律,即数学史是研究数学发展规律的学科.

学习和研究数学发展规律不能凭空进行,学习与研究者要明确研究对象和掌握资料.数学史的研究对象与数学的研究对象是两个不同的范畴.数学的研究对象是空间形式和数量关系——抽象出规律来,如定义、公理、定理,乃至数学理论,等等.数学史的研究对象是数学发展的规律,包括研究方法、历史背景、学术交流、哲学对数学发展的影响、数学与实践的关系,等等.从认识上看,数学是第一个层次,数学史是第二个层次,后者是以前者为基础的.因此,数学史的研究对象是历代的数学成果和影响数学发展的各种因素.

中学数学史是研究中学数学发展的规律.

小学数学的发展,不是零散数学发现的堆砌,而是通过知识的积累,既有量的增长,也有质的变化.后来的数学理论并非是对前有理论的否定,而是在不断拓广,不断深化.前者为后者提供了准备,后者通过进一步抽象概括把前者囊括在自身之中.

1.2 学习数学史的意义

数学史是一门交叉学科,它的研究领域是数学和史学相重叠的那个部分.在数学里,不论我们是否需要,过去的成果和我们是休戚相关的.不论一个数学家是否愿意,也不管数学的陈述形成如何,他必须从古代数学的内容开始学习.数学是如此古老的一门学科,要比其他学科的产生早得多,致使其历史的研究也成了学者们努力探求的一个公认的学术领域.于是,使学习数学的学生了解所学科目的历史是很自然的事情,数学史可以看成是数学的一个重要组成部分,也可以看成是科学史或整个史学的一个组成部分.

学习和研究数学史最基本的目的,一是了解和熟悉数学发展的历史事实;二是了解和掌握数学在其历史发展过程中的特点和规律,探索前人的数学思想.熟悉、掌握数学史和发展规律,是数学学习和研究的必要基础;探索前人的数学思想,可以指导当前的数学教育工作.法国数学家庞加莱(Poincare,1854—1912)曾说过:“如果我们想要预见数学的将来,适当的途径是研究这门科学的历史和现状.”我国数学家吴文俊也说过:“数学教育和数学史是分不开的.”

我国教育行政管理部门是十分重视数学史的教学的.中国数学史已成为中学数学教材的一个重要组成部分.现行中学数学课本中直接介绍中国数学史的有数处,涉及数学家、数学名著、数学成就和方法等有几十个地方,并以习题、注释、课文、附录等多种形式出现.

为了贯彻“教育要面向现代化、面向世界、面向未来”的战略思想，要对现行教育体制进行改革，强调提高的素质与能力.为了达到数学学科的教学目标，对数学史的教学应提出明确的要求：要使学生懂得数学来源于实践又反过来作用于实践，数学知识是相互联系和不断变化发展的，初步形成辩证唯物主义观点.结合有关内容的教学，使学生了解我国国情，社会主义建设成就以及数学史料，提高学生的爱国主义热情和民族自尊心、自信心.

作为一名中学数学教师更需要对数学史有一定程度的了解.只有这样，才能把握初等数学中各学科的起源、发展的脉络，了解各种数学概念的背景材料，以便对于数学思想、数学方法有一个全面的了解，而不至于仅仅传授给学生一些支离破碎的数学知识.认真探索先人的数学思想，往往比仅仅掌握由此而得出的数学结论更为重要.中学数学史的学习与研究，对于中学数学教师来说，有着重要的意义.只有知其所以然，才能教其所以然.学习数学史，至少有如下五方面的意义.

第一，学习和研究数学史，有助于加深对数学知识本身的理解.

学习和研究数学史，可以追根溯源培养史学观念，有助于全面深刻地理解数学知识.数学中的各个基本概念、基本定理和基本理论，只有了解它们产生、形成和发展的过程，才能深刻掌握它们的本质.任何一部分数学知识的获得，都是一个运动的、历史的过程，都是前人长期探索的结果，它们都处于不断更新的永恒流动之中.回顾历史，就会使人们消除对已有数学知识来源的神秘感，消除对已有知识的僵化认识.例如，自然对数的底 $e=\lim\limits_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n=2.71\cdots$，为什么把这样复杂的极限作为自然对数的底呢?回答这个问题，只能从对数发展史中获得.

耐普尔从 1690 年开始研究对数，当时还没有指数的概念，他是这样引出对数的.

设线段 TS 长度为 a，$T'S$ 是一条射线，质点 G 从 T 开始作变速运动，其速度与它到了的距离成正比.质点 L 从 T' 开始作匀速运动，其速度与 G 的初速相同，如图 1.1 所示.

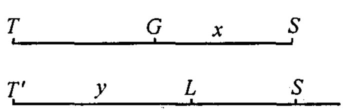


图 1.1

当 G 运动到 G 点的时候，L 运动到 L 点，设 $GS=x$，$T'L=y$，耐普尔称 y 为 x 的对象.实际上，当 x 在变化时，可以看成一个无穷递减的等比级数，而当 y 在变化时，可以看成一个无穷递增的等差数列.

耐普尔的对数概念，如果用现代数学语言叙述就清楚明白了，因为，G 的速度与 x 成正比，所以 $\frac{dx}{dt}=-kx$（k 为比例常数，负号表示减速）.又因为 L 作匀速运动，其速度等于 G 在 T 的初速度 ka，所以 $\frac{dy}{dt}=ka$（a 是 TS 的长度），从而 $\frac{dy}{dx}=\frac{dy/dt}{dx/dt}=\frac{ka}{-kx}=-\frac{a}{x}$.

为了简单起见，设 $a=1$（单位长），则 $\frac{dy}{dx}=-\frac{1}{x}$，再对比式求积分，我们得到 $\log_e x=-y$ 或 $\log_{\frac{1}{e}}x=y$.

由此看出，耐普尔对数实际上是以 $\frac{1}{e}$ 为底的对数.当时由于天文学计算的需要，耐普尔把 $TS=a$ 当做最大的正弦值，而计算 x 的相对应数值 y，这样他造出了世界上第一个对数

表.

第二,学习和研究数学史,可以开阔视野,提高境界,激发民族自豪感,增强攀登世界科技高峰的信心.

在世界数学史上,如果说古希腊数学以抽象性和系统性为其特点,并以其几何学闻名于世,那么中国传统数学则以计算见长,通过直接的途径把理论与实践联系起来,并且奠定了正确地反映现实世界的数学理论基础,从而体现出另一种迥然不同的风格,这一风格是可以与古希腊数学所具特色媲美.在原始社会后期,我们的祖先就已经建立了十进制;至迟到春秋战国之际,在计算中又普遍使用了算筹,这种优越的记数法和当时较为先进的筹算制,使中国传统数学在计算方面取得了一系列杰出的成就:秦汉时分数四则运算、比例算法、开平方与开立方,盈不足术,“方程”解法,正负数运算法法则;5世纪的孙子定理、圆周率的测算;7世纪的三次方程数值解法;7世纪到8世纪的内插法;11世纪到14世纪的高次方程数值解法、贾宪三角、高次方程组解法、大衍求一术、高阶等差级数求和;13、14世纪的珠算,等等.以上大多数成果在世界数学发展史上曾处于遥遥领先的地位,其中有些成果还直接促进了世界数学的发展.英国科学史家李约瑟(J.Needhan)指出:“在人类了解自然和控制自然方面,中国人是有过贡献的,而且贡献是伟大的.”

第三,学习和研究数学史,可以了解数学发展过程中各个时期的主要特点(包括世界各个地区或国家的成功与失败、经验与教训),以提高历史鉴别能力,使我们更加客观、明智.

例如,自6世纪到17世纪初的初等数学交流与发展时期,对数学做出较大贡献的有中国、印度、日本、阿拉伯等国家和地区,特别是印度.印度数学一受婆罗门教影响,二受希腊、中国和远东数学影响,尤其是中国数学的影响.它的主要成就在算术和代数方面,特别是计算技术取得了重大进展,广为流传的所谓“阿拉伯数码”实际源于印度.阿拉伯数学主要受希腊数学和印度数学影响,它首先是把印度的计算系统实行了改进.“代数”一词源出阿拉伯数学家花拉子模的著作,它的研究对象被规定为方程论.

从希腊数学、印度数学和阿拉伯数学中可以看出两种数学传统:一种是希腊传统,强调数学是逻辑的,是认识自然的工具,重点为几何,重视理论;一种是印度 - 阿拉伯传统,强调数学是经验的,是支配自然的工具,重点为算术和代数,重视应用.

又如,从17世纪初到18世纪末的近代数学的创立与发展时期,封建社会解体,资本主义生产方式形成并发展.继希腊数学诞生并从经验数学跃入理论数学之后,数学在这一时期又出现一次从常量数学到变量数学的跃进,以解析几何和微积分为代表.数学教育范围扩大,从事数学工作的人数迅速增加,数学著作广为传播,学园、学会、研究院、科学院等学术团体或场所相继创立.数学传统由古希腊以来的几何(形)研究的为主导转变为以数、代数为主导.数学开始进入其他学科,科学数学化的过程从此开始了.总之,17世纪数学有三个特点:一是产生了一系列影响深远的新领域,如解析几何、微积分、概率论、射影几何和和数论等;二是出现了代数化的趋势;三是一系列新的数学概念相继出现,如:无理数、虚数、瞬时变化率、导数、积分等,其特点是,它们都不是经验事实的直接反映,而是数学认识的进一步抽象的产物.它们表明,数学在自己抽象化的进程中又升高一个层次.

再如,18世纪的数学,以英国的工业革命和法国的启蒙运动为社会背景,有以下四个特点:一是以微积分为基础发展形成一个新的宽广的研究领域 —— 数学分析;二是数学方法发生了转变,主要是欧拉、拉格朗日和拉普拉斯完成的从几何方法向解析方法的转变;三是