

科学、工程 和技术中 实际测量的误差

[美] B. A. 巴里 著

测绘出版社

801

内 容 简 介

本书以或然率理论为基础,系统论述了测量误差的统计规律、观测的可靠性及其衡量、误差传播定律、等精度观测及不等精度观测的数字处理、二维误差、误差理论的实际应用等。书末附有若干颇具特色的附录及大量习题,可供测量工作者及测绘专业师生参考。

B.A. Barry

Errors in Practical Measurement
in Science, Engineering, and Technology
John Wiley & Sons, Inc.

New York

1978

科学、工程和技术中实际测量的误差

[美] B.A. 巴里 著

白迪谋 张炜臣 译

余双秀 程昌国

於宗俦 校

*

测绘出版社出版

测绘出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

*

开本 787×1092 1/32·印张 6.75·字数 146 千字

1986 年 12 月第一版·1986 年 12 月第一次印刷

印数 0,001—4,000 册·定价 1.45 元

统一书号: 15039·新 482

序 言

这是一本讨论统计测量和误差理论的书。误差并不是什么新概念，但掌握它的要领，并抓住它与可能性及必然性联系的核心，则是本书要阐明的新概念。通过对测量结果中差异现象的了解，可以明瞭误差的特性，并由此而把握改正值之所在。

本书将尽可能不过多地涉及误差的统计分析原理。对此产生强烈兴趣的人，可以钻研纯统计学，这方面的书籍是既深奥又详尽的；那些没有选择这一途径的人，则至少应该考查测量中实际作业方法的有效范围。

为什么观测任何一个量必须不止一次？重复观测对被观测量的真值有何启示？什么时候观测较为精确？观测结果中的差异现象导致了误差概念的建立，进而又引起对准确度和必然性问题的周详思考。因此，当我们认为已经掌握了准确的观测结果时，就可以满怀信心地期待近似真值的取得。

上述这些就是本书所要阐述的内容。读者只要有少许的兴趣，必可坚持阅读下去，从而掌握这部分并不太难的新知识。

奥斯丁·巴里

1978 年秋于纽约

目 录

第一章 测量介绍	(1)
第一节 工程和科学工作中的测量.....	(1)
第二节 测量成果的使用.....	(1)
第三节 与标准的比较.....	(2)
第四节 长度的标准.....	(2)
第五节 长度的混乱现象.....	(3)
第六节 1960 年法定英寸.....	(4)
第七节 标准的利用情况.....	(5)
第八节 直接测量和间接测量.....	(7)
第二章 测量误差	(8)
第一节 读数.....	(8)
第二节 重复读数.....	(9)
第三节 最佳值.....	(10)
第四节 错误.....	(10)
第五节 不符值.....	(11)
第六节 系统误差.....	(11)
第七节 系统误差的类型.....	(12)
第八节 系统误差的抵消.....	(13)
第九节 系统误差的检验.....	(14)
第十节 偶然误差.....	(14)
第十一节 偶然误差的不符值特征.....	(15)

第十二节	平均值的使用	(15)
第三章	观测的可靠性	(17)
第一节	精密度和准确度	(17)
第二节	方法与结果	(18)
第三节	偶然误差的产生和特性	(19)
第四节	频率密度曲线	(20)
第五节	正态分布曲线	(21)
第六节	正态分布引起的可靠性	(23)
第七节	非对称频率密度曲线	(24)
第八节	最小二乘原理	(25)
第九节	误差和残差	(26)
第十节	残差和偶然误差的关系	(28)
第十一节	精度——准确度的指标	(30)
第四章	误差的或然率理论	(31)
第一节	均方误差	(31)
第二节	标准差	(31)
第三节	总体的标准差	(33)
第四节	样本或观测组中观测值的数目	(33)
第五节	标准误差	(34)
第六节	标准误差的意义	(35)
第七节	标准误差的应用	(36)
第八节	频率分布表	(36)
第九节	计算标准差的简便方法	(38)
第十节	标准误差的应用	(44)
第十一节	直方图和频率密度曲线的绘制	(45)
第十二节	正态概率分布曲线	(51)
第五章	可靠性的衡量	(52)

第一节	几个定义.....	(52)
第二节	平均值.....	(52)
第三节	中位值.....	(52)
第四节	众数.....	(53)
第五节	分散度.....	(53)
第六节	全距.....	(54)
第七节	平均偏差.....	(55)
第八节	方差与标准差.....	(55)
第九节	“ σ_s ” 误差.....	(57)
第十节	“ $2\sigma_s$ ” 误差	(58)
第十一节	“ $3\sigma_s$ ” 误差	(59)
第十二节	或是误差.....	(59)
第十三节	标准差和标准误差的意义.....	(60)
第十四节	概率应用.....	(68)
第六章	重复观测的可靠性.....	(76)
第一节	多次观测.....	(76)
第二节	重复观测的次数.....	(76)
第三节	观测值的剔除.....	(77)
第四节	可能出现的最大误差.....	(78)
第五节	最大误差的应用.....	(79)
第六节	显著性.....	(79)
第七节	用标准误差比较各组观测结果.....	(79)
第八节	平均值之差的标准误差.....	(80)
第九节	差值标准误差的限值.....	(82)
第七章	运算中的误差传播.....	(83)
第一节	前言.....	(83)
第二节	包含误差的值相加.....	(83)

第三节	包含误差的值相减·····	(84)
第四节	包含误差的值相乘·····	(85)
第五节	包含误差的值相除·····	(86)
第六节	包含误差的值乘以常数·····	(87)
第七节	包含误差的量的乘方·····	(87)
第八节	包含误差的量的方根·····	(89)
第九节	其它运算·····	(90)
第八章	误差和权·····	(92)
第一节	权和可靠性·····	(92)
第二节	加权平均值·····	(92)
第三节	权的确定·····	(93)
第四节	等权·····	(96)
第五节	具有精确检核值等权情况·····	(97)
第六节	具有不定检核值的等权情况·····	(97)
第七节	分量与总量均为等权的情况·····	(98)
第八节	与观测次数成正比的权·····	(99)
第九节	权与误差·····	(100)
第十节	权与标准误差·····	(100)
第十一节	权与改正数·····	(101)
第十二节	具有精确检核值的不等权情况·····	(102)
第十三节	若干个平均值的平均值的标准误差 ·····	(104)
第十四节	算例·····	(104)
第九章	测量误差理论的实际应用·····	(108)
第一节	总论·····	(108)
第二节	标准差准则·····	(108)
第三节	最大期望误差的确定·····	(108)

第四节	“最大误差”的选定.....	(109)
第五节	限定误差的程序.....	(110)
第六节	程序的标准化.....	(110)
第七节	标准程序的应用.....	(110)
第八节	标准程序技术要求的制订.....	(115)
第九节	观测次数的选定.....	(116)
第十章	二维误差	(118)
第一节	概述.....	(118)
第二节	定义.....	(118)
第三节	概率椭圆.....	(119)
第四节	概率圆.....	(121)
第五节	椭圆(圆)误差估计.....	(122)
第六节	点位精度的应用.....	(125)
第七节	控制系统的应用.....	(127)
附录一	测量中的有效数字	(128)
附录二	概率论基本概念与正态概率曲线	(133)
附录三	为作业程序编写规范示例	(147)
附录四	大地控制测量的等级、精度标准和一般说明	(152)
附录五	大地水准面	(164)
附录六	频率分布曲线	(172)
附录七	计算机与计算器解题	(182)
附录八	习题	(188)
参考书目		(207)
译者的话		(208)

第一章 测量介绍

第一节 工程和科学工作中的测量

所有工程的基础是设计，一切设计的基础是测量。在科学工作和工程中，收集资料就意味着进行测量。测量一旦完成，就要对其成果加以编制、评价和解释。

任何测量都要产生误差，唯一的例外是当测量工作是对离散个体进行计数时(例如清点一个房间里的人数)。由于没有一种测量是没有误差的，所以就必须采取一定的步骤来估算测量中的精密度和准确度。要排除虚假的精度，必须首先研究误差的性质，同时也要研究各个测量阶段产生误差的根源、类型、大小以及它们之间的相互关系。只有这样，才能估计最后测量结果中误差的数量级。

第二节 测量成果的使用

本书所讨论的是使用分划尺、标尺、卷尺、光波进行的长度测量和使用量角器、经纬仪、陀螺仪进行的角度测量。对人差、仪器误差和自然条件引起的误差作了研究，并分析这些误差是累积性的还是在一定程度上有抵偿性的。对准确度和精密度加以区别，进行测量成果分析时要使设计的方法和技术要求能达到预期的结果。分析了经验方法和经验公式，以决定它们对于工程师来说是否有价值，也对现行的限差作了研究。

利用测量成果是每个工程师份内的事，而且大多数工程

师要花费一部分时间使用测量数据来进行规划和设计。自己不做测量工作的工程师几乎没有。虽然有许多测量工作是由技术员和辅助专业人员担任的，但对这些测量工作的计划和指导则是工程专业人员的全部职责，他们要用对基本原则的了解来指导工程的规划、设计和施工。

测量和标准

第三节 与标准的比较

测量这个词含有把某量与其同类标准量进行比较的意思，一个待定量（长度、重量、方向、时间、体积等等）可与一个标准量相对比地被直接或间接量测。经过历史的沿革，有些标准已经或多或少地固定了下来，如腕尺（腕肘到指尖）、英尺（一脚之长）、英寸（拇指关节到指尖）等等。后来，确定长度标准的努力又转移到行进中的人的身上，如步长、跨距（一大步）、英里（1000 大步）等等。据说早期的地图制作是件难事，因为标准随地而异。把各地传述的距离画到图上，就得出一些奇形怪状的东西。古罗马人就是这样，作为一种防卫措施，有意制造混乱，以免他们的敌人知道真正的距离。

米是后来采用的长度标准，原意认为是地球表面从赤道到极点距离的一千万分之一。不过，后来的观测表明它有小量的差异。英寸和码（两者都是英制单位）是独立发展起来的，当今已通过法定的换算系数将它们和米联系起来了。

第四节 长度的标准

英寸（inch）这个词来源于拉丁文uncia，意思是十二分

之一，自英王威廉一世以前，在盎格鲁撒克逊族领地内测量物体。那时，一英寸被定义为人的拇指的宽度，因此充其量也不过是一个粗略的标准。把英寸首先作为精密测量基础的是在爱德华一世（1272—1307）时代。当时，一英寸被定义为等于三个完整的干大麦粒头尾相接的长度。这个标准被认为是相当精确的，曾推行了几个世纪之久。只是在最近二百年，在长度检定方面才有了真正的进步。

1866年美国第一次把英寸和当时的国际标准联系起来，国会法案宣布，保存在巴黎的国际原型米尺等于 39.37 in。几年以后，由于美国参加了于 1875 年召开的公制会议，接受了一个铂铱米尺，从而这个尺就成为全美法定的长度测量标准。在以后的几十年中，长度检定做得更精确了。1940 年，美国国家标准局（NBS）确定一英寸的精度能够达到一百万分之一。但是，科学技术并不允许他们停留在这个重要的成就上。几年前，一个来自机床工业的计量专家组报告国家标准局，现有的规块的精度已不能满足他们更高的需要了，强烈要求将英寸的精度提高到一千万分之一或一千万分之二。这是国家标准局在私人工业合作之下正在为之积极奋斗的一个计划。

第五节 长度的混乱现象

正如许多专家所指出，提高美国英寸的精度就有理由地需要与英国英寸和加拿大英寸实现标准化，由于 1866 年的国会法案，美国英寸等于 2.540005cm，而英国英寸等于 2.539995cm。大多数专家都要求美国采用英国标准。在第二次世界大战期间，这个 0.00001cm 的微小差异曾大大复杂了大西洋两岸精密仪器的制造和交换。

但是，在美国采用英国英寸的建议却遭到了反对。虽然陆军、海军、国家航空顾问委员会、国家标准局都予以支持，但海岸大地测量局（即现在的国家大地测量局）却指出，改变标准将带来难以解决的问题。约在三十年前，国家大地测量局已经在四十八个州各建立了平面坐标系统，后来在夏威夷和阿拉斯加也都建立了类似的坐标系统。这些坐标系统包括大约十五万个三角点和导线点。如果采用英国英寸，这些点就不得不相对地改变几英尺。经过协商，对大地测量局的特殊问题取得了一致的认识，因而该局仍然继续采用原来的英寸标准。美国政府其他机关则转而采用新英寸（恰好等于 2.54 cm）。例如，美国国家航空顾问委员会已经将这个标准用于高度测量和气流速度计算方面，并且还用于定义标准大气压上。

随着把英寸正式规定为 2.54 cm 整，跟着就产生了如何定义标准米的问题。经验告诉我们，即使是在恒温下密封保存的铂铱尺也不是恒定不变的。原子的蜕变过程使它产生微小的变化，十年十年地演变着。

第六节 1960年法定英寸

世界科学家为了给长度测量建立一个原子标准而繁忙地工作着。1960 年，国际会议达成关于特定原子波长的协议，就是所谓的氪-86 同位素 (^{86}Kr) 谱线。英寸被定义为 2.54 cm 整，米则等于氪-86 原子在 $2P_{10}$ 与 $5d_5$ 能级之间跃迁所对应的真空中放射波的 1650763.73 个波长的长度。

人们也许会这样想：现在英寸的长度可以很好地固定下来，至少在可预见的将来不必更改。然而，1970 年美国国家标准局却宣布研制成一种新的长度标准，即采用甲烷稳态

氦-氖激光作为新的长度标准。由于能以 10^{11} 分之一的精度再现其长度，所以作为长度的标准，这种激光是继 氪-86 之后的一个有希望的候选者。

第七节 标准的利用情况

由于时间、温度、电压、重量、角度、重力和频率等都已建立了标准，可妥切地说我们今天是生活在一个标准化的世界里。例如，安培定义为这样大小的电流：在自由空间中相距一米的两根平行长导线上通以电流，使得该二导线每米长度上产生的力（由于磁场的存在）为 $2 \times 10^{-7} \text{N}$ ，则此时每根导线上所通过的电流即为一安培。在国际单位制（SI）中，热力学温标或 Kelvin（开尔文）温标的原点或零点为绝对零度（0K），温标在水的三相点上有一固定点，标定为 273.16K。同样，在国际单位制中，Candela（坎德拉）的定义为：处于铂凝固温度（2042K）的辐射黑体，其六十万分之一平方米表面面积所发出的光的强度。①

绝对重力值于 1904 年在波茨坦完成测定，通过国际协议，该值成为重力基准，所有其他重力测量都要同这个基准相联系。1967 年，美国国家标准局曾进行了新的绝对重力测量，在马里兰州的格兹尔博格测定的重力加速度值为 9.801018m/s^2 ，伴有 $\pm 0.3 \times 10^{-6} \text{m/s}^2$ 的标准差（即 $\pm 0.3 \text{mGal}$ ）。

① 在国际单位制（SI）中，安培的定义为：安培是一恒定电流，若保持在真空中相距一米的两根无限长而圆截面积可忽略的平行直导线内，则此两导线之间产生的力在每米长度上等于 $2 \times 10^{-7} \text{N}$ ；开尔文（K）的定义为：热力学温度单位开尔文是水的三相点热力学温度的 $1/273.16$ ；坎德拉的定义为：在 101325Pa 的压力下，处于铂凝固温度的黑体的 $1/600000 \text{m}^2$ 表面垂直方向上的光强度。——译者注

时间标准传统地保持在天文台的“标准”钟上，并由星体观测来检查，近年来，这个标准已经传给不随时间变化的“原子钟”。时间单位秒目前的定义是铯-133 原子基态的两个超精细能级之间跃迁所对应的辐射的 9192631770 个周期所持续的时间。美国国家标准局每天从科罗拉多发布广播时号 WWV，精度可以达到百万分之几秒。此外，1970 年美国国家标准局测定了氦-氖激光器发出的红外光束频率 ($88376245 \times 10^6 \text{ Hz}$)，这也可提供一个新的时间尺度。这是一个比以前所有仪器更精密的测时装置，特别是易于在任何地方都能重建标准。

频率标准(声频和射频)，以及其他许多标准都以不同的形式、在不同的地点被慎重地保存起来。作为质量的单位千克，其标准是保存在巴黎国际计量局的铂铱合金圆柱体。这是一个真正的、唯一的、仍然由人工制品定义的基本单位。

但是为了便于广泛的应用，各种标准都必须很慎重地经过复制并分发。然后，由这些复制品再制成实际工作用的标准，从而分发使用。例子之一如由华盛顿国家标准局为要求提供证明的某个人开具长度证明的带尺。虽然如此，这些工作用的标准一般也都不直接用于测量，而只是用以对一般测量工具进行校核而已。

在当今的世界上，测量业务比历史上任何时候都进行得更多、更精密了。因此，必须将测量及其知识视作任何一种技术的基础，对我们的全部文化都关系重大。技术对于测量的准确性、可靠性和灵敏性提出越来越严格的要求，过去那些费时而冗繁的测量方法已被一些敏捷而往往较为复杂的间接方法所取代了。

第八节 直接测量和间接测量

在长度测量中，用原标准或复制标准进行直接比较是很普遍的。分析化学家用杆秤去测量（实际上是进行比较）质量，这种测量方法叫做“称”。表则是直接测量时间的工具。然而更多的测量是间接地同标准量去进行比较的。例如，通常用弹簧秤来测量重量，是通过测定弹簧在受拉时伸长的长度来进行的；普通疲劳计也几乎以同样的方式来指示气压；水银温度计通过把流体体积的热膨胀量化为便于观测的线性值来测量温度；液体的粘滞性可用测量钢球在液体中降落的时间来确定；液体流过一根管子的流量可通过读取沿置在管子不同地点的两个压力表的读数来确定；土壤的密实度是用核子计数器测定射入土壤中的原子中的粒子的反射率来计算的，等等。事实上，现代飞机上的一系列仪表，都是显示被测信号电输入的变化，从而指示燃料的数量、空气的速度、气压、温度、方向、流速，等等。其中许多都只是对基本量进行的间接测量。

不管怎样，每次测量最终必定产生一个读数，因为人们迟早总会接受同某一标准进行个别比较的概念。读数以及随之而来的一些难点将在以后各章讨论。

第二章 测量误差

第一节 读数

一般说来，在任何一种分划尺上读取读数时，其最后一位数字都是估计的，例如图 2.1 中在精密刻划之间的距离估读数为 6.27。该距离可能是在一个五十英尺长、分划为十分之一英尺并标有半个分划刻度的钢尺上的一个端点读数。同样，在一个立有标尺的点上读取读数，以测定该点的高程也和这种情况类似。

图 2.1 中，虽然有些人对该量进行多次测量时，很可能估读成 6.27，6.26 或 6.28，但大多数人将会估读成 6.27，



而不是 6.26 或 6.28。显然，如果要求更高，则可以使用一个刻划得更精细的尺寸（比如千分之一英尺），并用放大镜来读取读数，从而就能读到万分之一英尺。如果由相同的人（甚或不同的人）重复地读数，那么，这些读数的末位数就可能差别较大。但必须提出，这样的读数毕竟是由万分之一英尺，比之图 2.1 的读数就精确得多了，而末位数波动较大并无伤大体。

图 2.1 估计的末位读数

第二节 重复读数

假设对于上述之情况，使用更精细的分划尺和放大镜，即读到万分之一英尺（或英寸）其一系列观测结果列于表 2.1。如果只读到千分之一单位，则所有的读数必然成为 6.276 ft；如果只读到百分之一单位，则必为 6.28 ft；如果只读到十分之一单位，则必为 6.3 ft。当这样一组观测表现出无差异或差异很小时，我们就可以怀疑这些观测是粗劣的或粗糙的。

表 2.1

编 号	读 数
1	6.2763
2	6.2757
3	6.2761
4	6.2760
5	6.2761
6	6.2758
7	6.2760
8	6.2764
9	6.2759
10	6.2760
平 均	6.27603

在这种情况下，从该组观测值中所取得的最佳值便是算术平均值，简称平均值。如表 2.1 所示，即 6.27603，或