

紧贴1999年教改新精神

同步高效能力训练丛书

初三代数

主编 孙彪 周建勋
韩永芬



名师精讲巧析

紧扣最新教材

强化能力训练

筑起决胜阶梯



天津大学出版社

同步高效能力训练丛书

初三 代数

主编 孙彪 周建勋
韩永芬
编者 高伟忠 王明珠
周中伟

代数

G634.62
S960
3

天津大学出版社

凡本丛书封面无天津大学出版社防伪标志者，为非法出版物
版权所有 翻印必究

图书在版编目 (CIP) 数据

同步高效能力训练丛书：初三代数/孙彪等主编. - 天津：天津大学出版社，1999.5

ISBN 7-5618-1182-9

I. 同… II. 孙… III. 代数课 - 初中 - 教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 15245 号

出版 天津大学出版社 (电话：022-27403647)

出版人 杨风和

地址 天津市卫津路 92 号天津大学内 (邮编：300072)

印刷 山东省莒南县印刷厂

发行 新华书店天津发行所

开本 787mm×1092mm 1/32

印张 8.875

字数 226 千

版次 1999 年 5 月第 1 版

印次 1999 年 5 月第 1 次

印数 1-35 000

定价 9.00 元

《同步高效能力训练丛书》

编 委 会

主 编	周 鑫		
副主编	孙宏杰	孙 彪	吴荣铭
	朱永林	陈 蔚	周建勋
	杨风和		
编 委	王俊杰	魏正清	陈安居
	李良君	欧阳惠	杨得辉
	程宇新	金 彤	赵之慧
	何东方	郑芳芝	诸葛平
	高文华	韩 涛	徐永宁
	罗国章	马仲德	周骏远
	苏世伟	万国泉	钟子荣

立足能力训练 培育国家英才

《同步高效能力训练丛书》序

21 世纪即将来临,新世纪呼唤着创造型的人才。今天,在不断深化的教育改革大背景推动下,无论是中考还是高考,都正从知识的考查逐渐转移到能力的考查。为了适应这种形势的需要,经教育专家和教坛名师的精心策划与编写,一套富有特色的高品位的《同步高效能力训练丛书》与广大读者见面了。

这套丛书充分体现了教育部关于中学教材改革的最新精神,与最新现行教材同步配套,十分注重提炼教材中的知识点和重点、难点,以有效地提高学生的综合能力,将学生引向成功之路。

这套丛书凝聚了一大批特级、高级教师多年积累的宝贵教学经验,融汇了全国各地复习训练的教研成果,充分反映了中、高考命题的基本思路和未来走势,刻意追求“四性”特色——同步性、普适性、创新性、导向性。

同步性:丛书编写的内容与最新现行教材完全同步(文科同步到课,理科同步到节),能力检测设计与中考、高考的发展趋向同步合辙。这样,与学生学习、复习、考试完全协调一致,能取得最佳的效果。

普适性:丛书依据的教材是全国统编的最新现行教材,同时也兼顾到各地采用的多种教材的特点和长处,使丛书可以

更广泛地适应中学生的需要。

创新性：丛书在博采众长的基础上独树一帜，取材新颖、注重精讲，编写思路与解题技巧符合中学生的学习规律和认知规律，充分体现了教学改革与考试改革的创新精神。

导向性：丛书在疏解教学内容时，精要地指出学习要点，精辟地分析知识点和典型题。每课或每章后的同步能力训练、重点难点误区综合点拨，可使学生系统地巩固、加深和拓宽所学知识，收到事半功倍的效果。

能力训练是素质教育的根本要求，也是当前中考、高考的着重点。这套丛书紧紧抓住这个关键，进行同步高效的讲与练，扎扎实实地培养和提高学生分析问题与解决问题的能力，使学生可举一反三、触类旁通。

为了便于学生自读自练，丛书中所有的练习均附有参考答案和提示。初三和高三各册还设计了一定量的系统复习题，以适应初中、高中毕业复习和升学应试之需。

我们深信，广大中学生认真学习这套丛书，必将迅速提高综合能力和应试能力，筑起决胜的阶梯。愿同学们展开腾飞的翅膀，叩响新世纪的大门。

本套丛书问世后，诚请广大读者提出宝贵意见，对疏漏之处请批评指正，以便再版时修订，使其臻于完善。

1999年5月1日

前言

《同步高效能力训练丛书》数学部分从初一年级到高三年级共有 11 册，这是与人民教育出版社最新出版的教科书同步到章节的学习辅导读物。

本书为九年义务教育三年制初级中学代数第三册的辅导读物。每节编写分为 [学习要点]——提出本节学习要点内容，本节的重点、难点，使学生明确对所讲授的内容中要掌握的精髓和要达到的目标。[知识点精讲]——深入浅出讲述本节的重要知识点，使学生透彻理解和掌握基础知识及其内在联系。[典型题解析]——所列例题有较强的典型性和新颖性，根据近年来中考的试题走向，精要给出解题思路和习题分析，有些题还给出多种解法，以培养学生的创新思维能力。[同步能力训练]——分为目标测试和能力测试两部分。目标测试为合格性练习，着重于基础知识和基本技能，为一般普通中学期中、期末测试和毕业考试的要求。能力测试是着重于灵活运用基础知识解决问题的能力练习，同中考的难度相当。每个单元及每章后有 [重点难点误点综合点拨]，简要综合归纳、剖析本单元和本章所讲授的重点、难点及内容的学习关键，对学生容易出现错误，即所谓误点予以简要分析和必要的纠正，使学生避开误区，从而使形成的概念正确，掌握的知识基础扎实。同时，还设有 [单元学习自我检测] 和 [本章学习自我检测]，进行阶段性验收测试，以进一步巩固、加深学生所学知识，提高学生综合运用所学知识的能力。同时，本册书还给出期中学习自我检测试题及期末学习自我检测试题。附录（书末）还给出了各类测

试题的答案或提示。在初三几何的辅导读物书后面，还附有中考模拟试卷六套。在学完初三代数、几何以后，可供学生作复习练习、自我检测之用。

通过这本与教科书同步的教学辅导用书的学习，有利于优化课堂教学过程，掌握数学思想方法，提高学生的学习能力和创新意识；有利于学生掌握基础知识和基本技能，培养学生的运算能力和应用基础知识解决实际问题的能力。

总之，通过本书的学习，将有利于推进素质教育，使程度不同的学生都学有所得，从而促使教学质量的普遍提高。

本书由高伟忠、王明珠、周中伟等同志编写，并得到李娟文、诸雅芳同志的协助和支持，最后由孙彪、周建勋、韩永芬同志审订。

由于时间仓促，对书中疏漏不当之处，欢迎广大师生指正，以便再版时修订。

编 者

1999年5月

目 录

第十二章 一元二次方程	1
一 一元二次方程	1
12.1 一元二次方程	1
12.2 一元二次方程的解法	7
12.3 一元二次方程的根的判别式	23
12.4 一元二次方程的根与系数的关系	31
12.5 二次三项式的因式分解(用公式法)	44
12.6 一元二次方程的应用	51
单元小结	60
二 可化为一元二次方程的分式方程和无理方程	63
12.7 分式方程	63
初三上学期代数期中测试题	79
12.8 无理方程	81
单元小结	94
三 简单的二元二次方程组	97
12.9 由一个二元一次方程和一个二元二次方程组 成的方程组	97
12.10 由一个二元二次方程和一个可以分解为两个 二元一次方程的方程组成的方程组	108
单元小结	115

本章小结	118
第十三章 函数及其图像	122
13.1 平面直角坐标系	122
13.2 函数	130
13.3 函数的图像	140
13.4 一次函数	146
13.5 一次函数的图像和性质	154
13.6 二次函数 $y = ax^2$ 的图像	168
13.7 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像	177
13.8 反比例函数及其图像	194
本章小结	206
初三上学期代数期末测试题	214
第十四章 统计初步	218
14.1 平均数	218
14.2 众数与中位数	224
14.3 方差	228
14.4 频率分布	234
本章小结	240
初三下学期代数期中测试题	244
附录 测试题答案或提示	249

第十二章 一元二次方程

一元二次方程是中学数学的主要内容之一，在初等代数中占有极其重要的地位，它是我们研究中学数学的重要基础。另外，方程的思想是中学数学中重要思想方法之一，是我们解决许多数学问题的纽带。本章具体研究了一元二次方程的概念、一元二次方程的解法、一元二次方程根的判别式及根与系数的关系、可化为一元二次方程的分式方程和无理方程以及简单的二元二次方程组等内容。

一元二次方程

12.1 一元二次方程

【学习要点】

(1) 理解整式方程和一元二次方程的概念。

(2) 掌握一元二次方程的一般形式。

重点 把一元二次方程化成一般形式。

难点 理解一元二次方程一般形式中 $a \neq 0$ 的条件。

【知识点精讲】

(1) 方程两边都是关于未知数的整式，这样的方程叫做整式方程。要注意这里所说的整式是关于未知数的整式，有些含字母的方程尽管分母中含有字母，但只要分母中不含未知数，这样的方程仍是整式方程。例： $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ 就

是关于 x 的整式方程.

(2) 只含有一个未知数、并且未知数的最高次数是 2 的整式方程叫做一元二次方程. 一元二次方程必须同时满足以下三个条件: ①方程是一个整式方程; ②它只含有一个未知数; ③未知数的最高次数是 2. 三个条件缺一不可.

(3) 方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 称为一元二次方程的一般形式. 任何一个一元二次方程都可以化为这样的形式.

在这里, 要特别注意 $a \neq 0$ 的条件. 如果 $a = 0$, 则方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 就不是一元二次方程; 反过来, 如果 $ax^2 + bx + c = 0$ 是一元二次方程, 就隐含了 $a \neq 0$ 的条件.

方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 中, ax^2 叫做二次项, a 叫做二次项系数; bx 叫做一次项, b 叫做一次项系数; c 叫做常数项.

一次项系数 b 和 c 可以是任何实数, 二次项系数 a 是不等于零的实数.

(4) 我们把缺一次项或常数项的一元二次方程称为不完全的一元二次方程. 一元二次方程可分类如下:

一元二次方程	{	完全的一元二次方程
		$ax^2 + bx + c = 0 (b \neq 0, c \neq 0)$
$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)	{	不完全的一元二次方程
		$ax^2 + c = 0$ ($b = 0, c \neq 0$), 缺一次项
		$ax^2 + bx = 0$ ($b \neq 0, c = 0$), 缺常数项
		$ax^2 = 0 (b = c = 0)$, 缺一次项、常数项

【典型题解析】

例 1 判断下列方程是不是一元二次方程.

$$(1) 5x - \frac{1}{3}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0; \quad (2) 2x^2 - y + 3 = 0;$$

$$(3) ax^2 + bx + c = 0; \quad (4) x + \frac{1}{x} - 4 = 0;$$

$$(5) xy = 0; \quad (6) x^2(x+3) + 2y - 8x = x^3 + 2y - 9.$$

解：根据一元二次方程的定义可知：

(2)、(5) 含有两个未知数，(4) 不是整式方程，所以它们都不是一元二次方程；

(1) 可以化成 $-\frac{1}{3}x^2 + 5x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ ，(6) 可以化成 $3x^2 - 8x + 9 = 0$ ，所以它们都是一元二次方程。因此，不能看表面，要化为一般式之后再定。

(3) 如果 $a \neq 0$ ，它是一元二次方程；如果 $a = 0$ ，它不是一元二次方程。

想一想：方程 $bx + b^2 = 4$ 是不是关于 x 的一元二次方程？是不是关于 b 的一元二次方程？

例 2 把下列方程化为一元二次方程的一般形式，并写出方程中的二次项系数 a ，一次项系数 b ，常数项 c （要求二次项系数是正数）。

$$(1) x^2 - 3 = 4x; \quad (2) 4 = 3x^2;$$

$$(3) 4x^2 - 5x = 0; \quad (4) (x+3)(x-2) = 4;$$

$$(5) (x+1)^2 - 2(x-1)^2 = x - 2.$$

解：

原 方 程	一 般 形 式	a	b	c
$x^2 - 3 = 4x$	$x^2 - 4x - 3 = 0$	1	-4	-3
$4 = 3x^2$	$3x^2 - 4 = 0$	3	0	-4
$4x^2 - 5x = 0$	$4x^2 - 5x = 0$	4	-5	0
$(x+3)(x-2) = 4$	$x^2 + x - 10 = 0$	1	1	-10
$(x+1)^2 - 2(x-1)^2 = x - 2$	$x^2 - 5x - 1 = 0$	1	-5	-1

说明 判断一元二次方程的各项，应当先把方程化为 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的形式. 方程 (2) 和 (5) 化为一般形式也可以是 $-3x^2+4=0$ 和 $-x^2+5x+1=0$ ，但一般情况下，我们把二次项系数 a 化为正数. 另外，还要注意：若 a 、 b 、 c 三个系数有分数时，通常要化为整系数；若 a 、 b 、 c 三个整数系数有公约数时，应约去这个公约数，使方程简化.

例 3 当 m 取何值时，方程 $(m^2-1)x^2+2mx+3=0$ 是关于 x 的一元二次方程.

解：当 $m^2-1 \neq 0$ 时，即 $m \neq \pm 1$ 时，方程是关于 x 的一元二次方程.

说明 一元二次方程的条件是二次项系数不能为 0.

想一想：若 $3x^{m^2-2}+(m-2)x-2=0$ 是关于 x 的一元二次方程，则 m 应满足什么条件？

【同步能力训练】

目标测试

一、判断下列方程是不是关于 x 的一元二次方程，是的打 $\checkmark$ ，不是的打 $\times$

1. $5x^2=0$. ()

2. $x^2+x+y=2$. ()

3. $\frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} = \frac{2}{3}$. ()

4. $\frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 = 0$. ()

5. $(\sqrt{2}-1)x^2-3x-\sqrt{3}x=1$. ()

$$6. (m-2)x^2 + 4x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 (m \neq 2).$$

$$7. cx^2 + bx + a = 0.$$

$$8. mx + m^2x = 2.$$

二、填空

题号	方 程	一般形式	二次项系数	一次项系数	常数项
9	$-x^2 = 2$	$-x^2 - 2 = 0$	-1	0	-2
10	$\sqrt{2}x - 5x^2 = 0$	$-5x^2 + \sqrt{2}x = 0$	-5	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
11	$x^2 = 2(\sqrt{3}x - 1)$	$x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$	1	$-2\sqrt{3}$	2
12	$(x+2)(2x-1) = 1$	$(x+2)(2x-1) - 1 = 0$			
13	$(x+3)^2 + (2x-1)^2 = 11x$	$(x+3)^2 + (2x-1)^2 - 11x = 0$			

三、选择题

14. 一元二次方程 $-3x^2 + 4x + 2 = 0$ 把二次项系数变为正数，且使方程的根不变的是 ()

A. $3x^2 + 4x + 2 = 0$ B. $3x^2 - 4x - 2 = 0$

C. $3x^2 - 4x + 2 = 0$ D. $3x^2 + 4x - 2 = 0$

15. 把 $x^2 - 3 = -3x$ 化为 $ax^2 + bx + c = 0$ 的形式后， a 、 b 、 c 的值分别为 ()

A. 0, -3, -3 B. 1, -3, 3

C. 1, 3, -3 D. 1, -3, -3

能力测试

一、选择题

1. 下列方程是一元二次方程的是 ()

A. $3x^2 = (x-3)(3x+2)$

B. $x^2(x-1) = 0$

C. $\frac{1}{x^2} = 3x + 2$

D. $3x^2 = 10$

2. 方程 $(x+1)(x-1) = 2x^2 - 4x - 6$ 化为一般形式为 ()

A. $x^2 - 4x + 5 = 0$

B. $x^2 + 4x + 5 = 0$

C. $x^2 - 4x - 5 = 0$

D. $x^2 + 4x - 5 = 0$

3. 方程 $(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) + (2x + 1)^2 = x - 2$ 的常数项是 ()

A. 5

B. 3

C. -3

D. 0

4. 下列方程是不完全一元二次方程的是

A. $x(x-2) = 3$

B. $5x^2 + 7 = x$

C. $(2x)^2 = (x+1)^2$

D. $x^2 - 3(x+2)(x-2) = 0$

5. 关于 x 的方程 $m^2x^3 + mx^2 = m^2x^3 + nx^2 + px + q$ (其中 $m \neq n$), 经过化简整理化为 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的一般形式, 其中 a 、 b 、 c 分别为

A. $a = m - n, b = p, c = q$

B. $a = m - n, b = -p, c = q$

C. $a = m - n, b = -p, c = -q$

D. $a = m - n, b = p, c = -q$

二、解答题

6. 把方程 $(2\sqrt{2} + y)(2\sqrt{2} - y) = (y - 2)^2$ 化为一般形式, 并写出 a 、 b 、 c 的值.

7. 写出下列关于 x 的一元二次方程的二次项系数、一次项系数及常数项.

(1) $(m+n)x^2 - (m-n) = 0$ ($m+n \neq 0$);

(2) $(5-m) + p^2x - px^2 = 0$ ($p \neq 0$);

(3) $(m-x)^2 = 9(m+x)^2$.

12.2 一元二次方程的解法

1. 公式法

【学习要点】

- (1) 会用直接开平方法解形如 $(x-a)^2=b(b\geq 0)$ 的方程.
- (2) 会用配方法解数字系数的一元二次方程.
- (3) 掌握一元二次方程的求根公式的推导, 能够运用求根公式解一元二次方程.

重点 一元二次方程的解法, 特别是公式法.

难点 根据方程的特征, 灵活运用一元二次方程的各种解法求方程的根.

【知识点精讲】

1. 直接开平方法

方程 $x^2-16=0$ 可以化为 $x^2=16$, 由平方根的意义可以看出 $x=\pm 4$ 是方程的根. 这种通过对方程两边直接开平方法来解方程的方法, 叫做直接开平方法. 一般来讲, 形如 $(x-a)^2=b(b\geq 0)$ 的一元二次方程都可用直接开平方法来解.

2. 配方法

配方法是一种重要的数学方法. 它不仅在解一元二次方程上有所应用, 而且在今后所学的许多数学内容中都有极为广泛的应用, 我们务必要掌握这种方法.

用配方法解一元二次方程时的一般步骤是:

- (1) 化二次项系数为 1;
- (2) 移项, 使方程左边为二次项和一次项, 右边为常数