

世界著名 科学家传记

数学家

II

吴文俊 主编

科学出版社

世界著名科学家传记
数学家

II

吴文俊 主编

科学出版社

1992

内 容 简 介

《世界著名科学家传记·数学家》将分六集出版，收入世界最著名的数学家的传记100余篇。这是第二集。本集收入古希腊著名数学家阿基米德、欧几里得、阿波罗尼奥斯等人的传记24篇。作者在进行深入研究的基础上，对这些科学家的生平、学术活动、主要贡献和代表作，予以全面、具体、准确的记述，并指明参考文献，即通过介绍科学家的学术生涯，向读者提供有关科学史的实用而可靠的资料。读者不但可以从中了解到这些第一流科学家最深刻的研究工作、杰出成就和对科学的重大影响，而且还可以看到他们的成长道路，成功经验和思想品格，从而受到深刻的启迪。

世界著名科学家传记

数 学 家

II

吴文俊 主编

责任编辑 张鸿林

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码 100701

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1992年5月第 一 版 开本：850×1168 1/32

1992年5月第一次印刷 印张：9

印数：1—3 600 字数：234 000

ISBN 7-03-002114-2/Z · 132

定价：7.90 元

《科学家传记大辞典》

数学学科编委会

主 编 吴文俊

副主编 梁宗巨 李文林 邓东皋

编 委 孙小礼 沈永欢 周民强

张奠宙 袁向东

前　　言

在中国科学院的领导下，科学出版社正在组织我国专家编纂一部大型的科学家传记辞典，计划收入古今中外重要科学家（包括数学家、物理学家、天文学家、化学家、生物学家、医学家、地质学家、地理学家，以及技术科学家即发明家和工程师等）的传记约 8000 篇，字数估计为 2000 万。辞典将对所收科学家的生平、学术活动、主要贡献和代表作，予以全面、具体、简洁、准确的记述，并附文献目录；即通过介绍科学家的学术生涯，向读者提供有关科学史的实用而可靠的资料，特别是那些第一流科学家的最深入的研究工作和成功经验。其中将以足够的篇幅介绍我国古代和现代科学家的重大成就，以及他们为发展祖国的科学事业，不惧险阻，勇攀高峰的精神，以激励青年一代奋发图强，献身“四化”。这就是编纂这部《科学家传记大辞典》的基本目的。

大辞典总编委会由各科学领域的 60 余位著名学者组成，卢嘉锡同志担任主编，严东生、周光召、吴文俊、王绶琯、涂光炽、吴阶平、苏世生等同志担任副主编。1988 年 8 月，在北京召开了总编委会第一次会议，讨论了大辞典的编纂方针，制定了“编写条例”。各学科的编委会也已相继成立。在总编委会和各学科编委会的领导和组织下，编纂工作已全面展开。科学出版社设立了《科学家传记大辞典》编辑组，负责大辞典的编辑组织工作。

对于外国科学家，各学科编委会已分别确定第一批撰稿的最重要的科学家名单，共约 800 人，并已约请有关专家分头执笔撰稿。在大辞典出版之前，按不同学科，定稿每达 20—30 篇，就以《世界著名科学家传记》文集的形式及时发表。这些传记是在进行深入研究的基础上撰写的，又经过比较严格的审核，因而已具有较高的学术水平和参考价值。发表后广泛听取意见，以便将来收入大

辞典时进行必要的修改。

由于这部大辞典是我国编辑的，因而中国科学家辞条将占重要地位，应下大功夫认真撰写，关于中国古代（19世纪以前）科学家的传记，计划收入260余篇，已委托中国科学院自然科学史研究所的专家组织撰写；中国现代科学家的传记，计划收入600余篇，正在由各学科编委会组织撰写。

编纂这部《科学家传记大辞典》，是我国科学文化方面的一项具有重大意义的基本建设；国家新闻出版署已将其列入国家重点辞书规划。这项工作得到了我国学术界的广泛支持。已有许多学者、专家热情地参加工作。他们认为，我国学术界对于科学史研究的兴趣正在与日俱增，只要充分调动中国科学院、各高等院校、各学术团体的力量，认真进行组织，花费若干年的时间，是完全可以编好这部辞典的。他们还认为，组织编写这部辞典，对于科学史的学术研究也是一个极大的促进。在编写过程中，对于尚未掌握的材料，还不清楚的问题，必须进行深入的研究，以任务促科研，有了成果，自然容易写出好文章。

编纂这样一部大型的辞典，涉及面广，要求质量高，工作量很大。这里，我们热切地希望有更多的热心这项事业的学者、专家参加工作，承担撰稿和审稿任务。

我们热烈欢迎广大读者对我们的工作提出宝贵意见。

《科学家传记大辞典》编辑组

目 录

泰勒斯.....	梁宗巨 (1)
毕达哥拉斯.....	梁宗巨 (11)
安纳萨戈拉斯.....	王青建 (27)
芝诺.....	周煥山 (32)
安蒂丰.....	王青建 (41)
希波克拉底.....	王青建 (46)
阿尔希塔斯.....	王青建 (55)
柏拉图.....	周煥山 (62)
欧多克索斯.....	周煥山 (78)
门奈赫莫斯.....	梁宗巨 (85)
欧几里得.....	梁宗巨 (93)
阿基米德.....	梁宗巨 (123)
埃拉托塞尼.....	梁宗巨 (160)
阿波罗尼奥斯.....	梁宗巨 (168)
尼科米迪斯.....	梁宗巨 (188)
希帕霍斯.....	梁宗巨 (193)
海伦.....	梁宗巨 (201)
尼科马霍斯.....	梁宗巨 (216)
门纳劳斯.....	梁宗巨 (224)
丢番图.....	梁宗巨 (230)
帕波斯.....	梁宗巨 (249)
赛翁.....	袁向东 (261)
希帕蒂娅.....	袁向东 (265)
普罗克洛斯.....	梁宗巨 (267)
附录 略论希腊数学.....	梁宗巨 (273)

泰 勒 斯

梁 宗 巨

(辽 宁 师 范 大 学)

泰勒斯(米利都的) (Thales of Miletus) 约公元前 625 年生于伊奥尼亚的米利都, 约公元前 547 年卒。自然哲学、数学、天文学。

泰勒斯是希腊最早的哲学学派(伊奥尼亚学派)的创始人, 也是最早留名于世的数学家和天文学家。伊奥尼亚(Ionia)包括小亚细亚(今属土耳其)西岸中部和爱琴海东部诸岛。公元前 1200 年到前 1000 年间, 希腊部落伊奥尼亚人迁移于此, 因而得名。在那里, 氏族贵族政治为商人的统治所代替。商人有强烈的活动性, 为思想的自由发展创造了有利条件。希腊没有特殊的祭司阶层, 也没有必须遵守的教条, 这大大有助于科学和哲学同宗教分离开来。米利都(Miletus)是伊奥尼亚最繁盛的都市, 位于门德雷斯(Menderes)河口, 地居东西方交通的要冲, 它比希腊其他地区更容易吸收巴比伦、埃及等古国累积下来的经验和文化。

泰勒斯生于米利都, 父亲艾克萨米斯(Examyes)是卡里亚(Caria)人, 母亲克利奥布林(Cleobuline)有腓尼基(Phoenicia)的血统¹⁾。泰勒斯的生年有两种说法, 根据第欧根尼(Diogenes Laertius)²⁾的记载, 阿波洛多罗斯(Apollodorus, 活跃于公元前

1) 根据希腊历史学家希罗多德(Herodotus, 约公元前 484—约前 420)的说法。

2) 3 世纪希腊作家, 著《希腊哲学家传》。

140 年)将泰勒斯的生年定在第 35 个“奥林匹亚”¹⁾的第一年(即公元前 640 年),卒年定在 58 个“奥林匹亚”(公元前 548—前 545 年),终年 78 岁。年龄和生卒年不合,差错的产生可能是将 39(希腊数字 $\gamma\theta$)误写成 35($\gamma\varepsilon$),这样生年应推迟 16 年,即公元前 624 年左右,此说较可信,和历史重大事件对照也相符。

泰勒斯早年是商人,曾游历巴比伦、埃及等地,很快学到那里的数学和天文知识,以后从事政治和工程活动,并研究数学和天文学,晚年转向哲学。他几乎涉猎了当时人类的全部思想和活动领域,获得崇高的声誉,被尊为“希腊七贤之首”。实际上七贤之中,只有他够得上是一个渊博的学者,其余的都是政治家。例如,梭伦(Solon, 约公元前 630—约前 560 年)是雅典的执政官,著名的改革家;开伦(Chilon)是斯巴达的城邦监察官;柏利安得(Periander)是科林斯的统治者等等。

传说与轶事

泰勒斯没有留下完整的传记。历史上流传着许多关于他的轶事,从各个角度去描绘这个人物,在一定程度上反映了他的生平事迹。这些传说未必完全真实,但和他的性格是相称的。

(一) 早年的商旅活动,使他接触各种事物,了解各地的人情风俗,开阔眼界。他用骡子运盐,某次,一头骡滑倒在溪中,盐被溶解了一部分,负担顿觉减轻,于是这头骡每过溪水就打一个滚。泰勒斯为了改变这牲畜的恶习,让它驮海绵,吸水之后,重量倍增,这头骡再也不敢故伎重演了。亚里士多德(Aristotle)提到另一则故事:泰勒斯利用各方面的知识,预见橄榄必然获得特大丰收,于是就垄断了这一地区的榨油机,事情果然不出所料。他用自定的价格出租榨油机,获得巨额财富。他这样做并不是想成为富翁,而

1) “奥林匹亚”(Olympiad) 是古希腊计算年代的一种方式,从公元前 776 年第一次奥林匹克运动会算起,每 4 年举行一次,两次之间的 4 年叫做一个奥林匹亚。

是想回答有些人对他的讥讽：如果他真的聪明的话，为什么不发财呢？他现身说法，用事实证明发财不见得比研究天文学更加困难。他终于走上了探讨大自然奥秘的道路。

(二) 柏拉图 (Plato) 记述另一件轶事，说泰勒斯仰观天象，不小心跌进沟渠中，一位秀丽的色雷斯 (Thrace)¹⁾女仆嘲笑他说：近在足前都看不见，怎么会知道天上发生的事情呢？——“智者千虑，必有一失”。

(三) 梭伦的故事。普卢塔克 (Plutarch)²⁾ 记载，梭伦到米利都去探望泰勒斯，问他为什么不结婚。泰勒斯当时没有回答。几天之后，一个陌生人来到梭伦面前，声称十天前曾去过雅典。梭伦问他有何见闻，那人说：有一个青年人的葬礼轰动了全城，因为其父是一位尊贵人物。儿子死时父亲不在家，他很久以前就外出游历去了。梭伦急切地问：“他叫什么名字？”那人说已记不清，只听说他很聪明、很正直。当惊慌失措的梭伦就要猜出死者是自己儿子的时候，泰勒斯笑着说：“这就是我不娶妻生子的原因。这种事连你那么坚强都承受不了。不过，这个消息完全是虚构的，不必介意。”(见 [4]，p. 65.)

(四) 泰勒斯言谈幽默并常含有哲理。他对于“怎样才能过着正直的生活？”的回答是：“不要做你讨厌别人做的事情。”这和中国的“己所不欲，勿施于人”(《论语·颜渊》)如出一辙。有人问：“你见过最奇怪的事情是什么？”回答：“长寿的暴君。”又“你作出一项天文学的发现，想得到些什么？”他答道：“当你告诉别人时，不说你是你的发现，而说是我的发现，这就是对我的最高奖赏。”

预 测 日 食

泰勒斯最脍炙人口的事迹是预报了一次日食，使战争停止。

1) 希腊北部地区。

2) 1 世纪希腊传记作家，

根据希罗多德 (Herodotus, 公元前 5 世纪中叶) 的记载¹⁾, 公元前 612 年, 米底王国²⁾与两河流域下游的迦勒底人 (Chaldean) 联合攻占了亚述 (Assyria)³⁾ 的首都尼尼微 (Nineveh), 亚述领土被米底和迦勒底瓜分。米底占有今伊朗的大部分, 准备向西扩充, 遇到吕底亚王国⁴⁾的顽强抵抗, 在哈吕斯河一带展开激战, 连续 5 年未见胜负, 生灵涂炭, 横尸遍野。泰勒斯预先知道有日食, 便扬言上天反对战争, 某日必用日食来作警告。到了那一天, 果然发生了日食, 白昼顿成黑夜。正在酣战的双方士兵、将领大为恐惧, 于是停战和好, 后来两国还互通婚姻。

除了希罗多德之外, 第欧根尼也记载了克森诺芬尼斯 (Xenophanes, 约公元前 560—约前 478 年)⁵⁾ 对这次日食预测的赞颂, 他是当时的目击者。

这次战争的结束, 当然还有政治、经济等方面的原因, 日食只是起到促进的作用。不过由此知道泰勒斯预测了日食。历史学家还反过来根据日食的日期来印证重大的历史事件, 因为即使是两千多年前, 日食也是可以较准确地计算出来的⁶⁾。多数学者认为这次日食发生在公元前 585 年 5 月 28 日下午 3 时⁷⁾。

泰勒斯是怎样预知的? 这是很重要的问题。后人作过种种猜测, 一般认为是应用了迦勒底人发现的沙罗周期 (Saros)。一个沙罗周期等于 223 个朔望月⁸⁾, 即 6585.321124 日或 18 年零 11 日(如其间有 5 个闰年则是 18 年零 10 日)。日月运行是有周期性的, 日

1) 希罗多德的《历史(希腊波斯战争史)》(Historiae), 中译本, 1959, p.203.

2) 在今伊朗西北部, 公元前 8 世纪建国, 公元前 550 年为波斯所灭。

3) 底格里斯中游的军事强国, 在今伊拉克北部。

4) 公元前 7—6 世纪小亚细亚国家, 最早铸造金银货币。

5) 卑达哥拉斯学派的哲学家。

6) 奥地利天文学家奥泊尔子 (Theodor von Oppolzer, 1841—1886) 著《日月食典》(Canon der Finsternisse, 1887), 推算从公元前 1207 年到公元 2163 年间的 8000 次日食和 5200 次月食。据此可知泰勒斯日食的时间。

7) 另一种可能是公元前 609 年 9 月 30 日。见 W. W. R. Ball, A Short account of the history of mathematics, Dover Publications, 1960, p. 17.

8) 从朔(阴历初一)到第二次朔的平均间隔, 等于 29.530588 日。

月食也有周期。日食必发生在朔日，假如某个朔日有日食，18年11日之后也是朔日，而日月又大致回到原来的位置上，因此很有可能发生类似的现象。例如1973年6月30日有日食，1991年7月11日又有日食。不过一个周期之后，日月位置只是近似相同，所以见食地点和食象都有所改变甚至不发生日食。泰勒斯大概知道公元前603年5月18日有过日食，因而侥幸猜对。

有的学者认为他利用了另一种较短的周期：47个朔望月或别的什么周期。（见[6]，p.87.）也有人持否定态度，说对一个固定地区来说，根本不存在日食周期，所有周期都是对整个地球来说的。（见[7]，p.142.）在当时的条件下，不大可能有全球性的统计资料。故泰勒斯预测是后人穿凿附会。现姑存此说。

测金字塔的高

泰勒斯另一项备受赞扬的业绩是他在埃及时，测定了金字塔的高度。最早的记载出自海罗尼莫斯（Hieronymus，公元前4—前3世纪）¹⁾，第欧根尼援引他的话，说泰勒斯利用人的身高和影子相等时，金字塔的高也和影子相等的道理，成功地测出金字塔的高度。（[5]，p.129.）普利尼（Pliny，公元23—79年）²⁾也有类似的记述：泰勒斯发现怎样可以得到金字塔或者其他物体的高，他在人身和影子等长的时候去量物体的影子。普卢塔克的记载更进一步，认为是利用了相似三角形的原理。他记述尼洛克森纳斯（Niloxenus）对泰勒斯所说的话：你的其他贡献，最使他（雅赫摩斯二世）³⁾高兴的是金字塔的测量。不用许多工具，仅仅在金字塔影子的端点处树立一根杆子，借助太阳的光线，构成两个三角形，你指出塔高与杆高之比，等于两者影长之比。

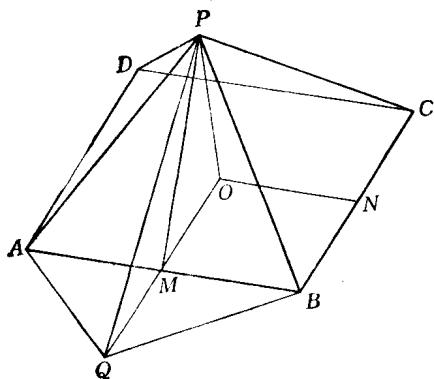
1) 亚里士多德的门徒，曾在亚历山大大帝手下任将军，有历史著作。

2) 罗马学者，著《自然史》（Historia naturalis）37卷，是当时的自然科学百科全书。

3) Ahmose II，古埃及26王朝法老，公元前570—前526年在位。

前一种说法原理较简单，容易被人接受，因此可能性较大。但

问题在于金字塔不是一根杆，它的底很大，底的中点不能到达，影长是难以直接量得的。历史上没有更详细的记载，现在只能作一些推测。如果太阳在适当的位置，影长还是可以量出来的。以最大的胡夫（Khufu）¹⁾金字塔为例，原高 146.5 米，底为每边长



230 米的正方形。四面正对着东南西北。如果太阳位于正东、正南、正西（正北是不可能的），仰角又小于侧面与底的夹角 $\angle OMP$ （约等于 $51^{\circ}52'$ ），塔影就是一个等腰 $\triangle AQB$ ，影长应该是 $OQ = OM + MQ$ ，而 OM 等于底边长之半，现在只要量出 MQ 就行了。如果应用相似三角形的关系，下一步的工作是作比例计算。若避免用比例，可以等待太阳的仰角为 45° 时（即杆长与影长相等时）再量 MQ ，这时 OQ 就是塔高。

这种可能性是存在的。比方，每天正午（太阳在正南方）定时观测杆影，不难发现秋分以后影子逐渐增长，到了某一天，影长和杆长相等，这时太阳既在正南，仰角又是 45° 。²⁾ 如选择正东或正西方向，情况与此类似。总之，只要耐心观察，测度塔高不用比例就能解决。

如允许应用比例原理，就可以不必受时间的限制。较合理的方法是作两次观测。第一次记下杆顶影子的位置 a ，和塔顶影子

1) 一译库孚，古希腊人称之为奇阿普斯（Cheops），古埃及第 4 王朝法老（约公元前 2589—前 2566 年）。

2) 金字塔的地理纬度是北纬 $29^{\circ}59'$ ，暂作 30° 计算，秋分时的正午，太阳仰角 60° （纬度的余角），以后太阳渐向南移，11 月 3 日前后的某一天，太阳的赤纬是 -15° ，正午时仰角就是 45° ，冬至时仰角最小，以后又渐渐增大，到 2 月 8 日左右又是 45° 。这种办法有时有些误差，但一般不超过 $10'$ 。

的位置 A , 第二次观测时杆顶影子在 b 处, 塔顶影子在 B 处。那么, $AB:ab$ 就等于塔高与杆长的比。(见 [9], p.53.) 不管用哪一种方法, 都可以说是西方测量术的滥觞, 泰勒斯对相似形已有初步的认识。

数 学 的 贡 献

泰勒斯在数学方面的划时代贡献是开始引入了命题证明的思想。命题的证明, 就是借助一些公理或真实性业经确定的命题来论证某一命题真实性的思想过程。它标志着人们对客观事物的认识从经验上升到理论。这在数学史上是一次不寻常的飞跃。在数学中引入逻辑证明, 它的重要意义可以从下面这几个方面看出来: 一、保证命题的正确性, 使理论立于不败之地; 二、揭露各定理之间的内在联系, 使数学构成一个严密的体系, 为进一步发展打下基础; 三、使数学命题具有充分的说服力, 令人深信不疑。证明命题是希腊几何学的基本精神, 而泰勒斯是希腊几何学的先驱。

欧德莫斯 (Eudemus, 约公元前 335 年)¹⁾ 是有资料可查的第一个科学史家, 曾著《算术史》、《几何学史》、《天文学史》, 可惜均已失传。普罗克洛斯 (Proclus) 是雅典柏拉图学园²⁾ 晚期的导师³⁾, 公元 450 年左右, 给欧几里得《几何原本》卷 I 作评注, 写了一个“几何学发展概要”, 通常叫做《普罗克洛斯概要》(Proclus's summary) (以下简称《概要》, 见 [10], pp.144—161), 或叫《欧德莫斯概要》(Eudemian summary), 因为它主要取材于欧德莫斯的《几何学史》。

《概要》写道: “泰勒斯是到埃及去将这种学问(几何学)带回希腊的第一人。他自己发现了许多命题, 又将好些别的重要原理透露给他的追随者。他的方法有些是具有普遍意义的, 也有一些只是经验之谈。”

1) 亚里士多德的门徒, 曾阐发并宣扬亚里士多德的学说。

2) 柏拉图在公元前 387 年创立的著名学习场所。

3) 新柏拉图主义的领袖, 曾诠释柏拉图的学说。

普罗克洛斯指出他发现的命题有：

(1) 圆的直径将圆平分。

普罗克洛斯说泰勒斯第一个证明了这个命题。多数学者认为他大概只是认识了这个性质而不是确实证明了它。(见 [5], p. 131). 在《几何原本》中，欧几里得也只是作为定义提出来(卷 1 定义 17: 直径是通过圆心的直线，……将圆平分)。M. 康托尔(Cantor) 推测，可能是受到某些图形的启发。(见 [8], p. 140.)

埃及的纪念碑上常看到将圆分成若干扇形的图，这些扇形显然都是相同的。

(2) 等腰三角形两底角相等。

在《几何原本》中，这是卷 1 命题 5，也就是有名的“驴桥”。泰勒斯是用“相似”这个词来描述相等角的，说明他还未将角作为具有大小的量，而是看作有某种形状的图形。这和古代埃及人的观点一致。

(3) 两直线相交，对顶角相等。

这是《几何原本》卷 1 命题 15.

(4) 有两角夹一边分别相等的两个三角形全等。

这是《几何原本》卷 1 命题 26. 欧德莫斯在《几何学史》中将这定理归功于泰勒斯，并说他利用这定理测出从船只到岸边的距离。具体怎样测法，数学史家作过几种猜测。T. 希思(Heath)设计一种简单易行的方法，其原理实际就是“一顶军帽定河宽”：人站在岸边，将军帽戴得低一些，使得眼睛望着彼岸某一点，同时看到帽檐，这时，视线、河宽和身高构成一直角三角形。现在转过身来，同样顺着帽檐看到此岸的一点，这一点和人的距离就是河宽。(见 [5] p.133.) 如要更精确一些，可制作一个工具，站在高处测量。

(5) 对半圆的圆周角是直角。

这是第欧根尼的记载，他引用潘菲拉 (Pamphila)¹⁾ 的话，说泰勒斯从埃及人那里学到了几何学，第一次在圆内作内接直角三角形，并为此宰了一头牛来庆祝。但也有人说这是毕达哥拉斯发现勾股定理时的故事。

如果这记载可靠，那么泰勒斯的几何学已经达到相当高的水平，应该能够掌握更多的知识，如三角形内角和等于两直角等（见 [3]，p.10）。上述的命题看起来并不复杂，有些仅凭直观就能判断，然而泰勒斯不满足于“知其然”，还要穷究“所以然”。历史学家强调他证明了（至少是企图证明）这些命题。在数学中引入证明的思想，这是难能可贵的。从此数学从具体的、实验的阶段过渡到抽象的、理论的阶段，逐渐形成一门独立的、演绎的科学。

其他的成就

泰勒斯是公认的希腊哲学鼻祖，他第一次冲破了超自然的鬼神思想的羁绊，去揭示大自然的本来面目。他看到一切生命都依赖于水，而水无处不在，于是断言水是万物的本质。而地球像一个圆盘，漂浮在浩瀚无垠的水中。这种观点使他无法解释日月食的现象。他可能写过《航海天文学》，建议希腊的航海者按小熊星座去寻找北极，他们过去的习惯是看大熊星座。欧德莫斯说他已知按春分、夏至、秋分、冬至来划分的四季是不等长的。在物理学方面，琥珀摩擦产生静电的发现也归功于他（见 [11]，中译本 p.11）。

泰勒斯思想的影响是巨大的。在他的带动下，人们摆脱了神的束缚，去探索宇宙的奥秘，经过数百年的努力，出现了希腊科学的繁荣。泰勒斯首创之功，不可磨灭。

文 献

[1] H. Diels and W. Kranz, Die Fragmente der Vorsokratiker, 6th ed., 3 vols,

1) 罗马皇帝尼禄 (Nero) 统治时期(公元 54—68 年)的女作家，以写历史备忘录著称。

- Berlin, 1951—1952.
- [2] D. R. Dicks, Thales, *Classical Quarterly*, 1959, pp. 294—309.
 - [3] G. J. Allman, Greek geometry from Thales to Euclid, Dublin-London, 1889; Arno Press, New York; 重印, 1976.
 - [4] D. E. Smith, History of mathematics, Ginn and Company, I 1923.
 - [5] T. L. Heath, A history of Greek mathematics, Oxford at the Clarendon Press, I 1921.
 - [6] B. L. van der Waerden, Science awakening, Translated by A. Dresden, P. Noordhoff Ltd., 1954.
 - [7] O. Neugebauer, The exact sciences in antiquity, Brown University Press, 1957.
 - [8] M. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, B. G. Teubner, I 1922.
 - [9] T. Dantzig, The bequest of Greeks, George Allen & Unwin Ltd., 1955.
 - [10] I. Thomas, Selections illustrating the history of Greek mathematics, Harvard University Press, I 1957.
 - [11] F. Cajori, A history of physics, Macmillan Company, 1928 (中译本: F. 卡约里,物理学史,内蒙古人民出版社, 1982)。