Shuxue Zhongkao Zhidao Yu Xunlian

数学中考指导与训练

主编 叶声扬

Shuxue Zhongkao

复旦大学出版社

数学中考指导与训练

主编　叶声扬

编者　赵国礼　戚怀志　朱伟达　沈全洪
张　怡　李璇裳　马宝龙　李景祥
施中笑　但水平

复旦大学出版社

内 容 提 要

本书依据现行初中数学教学大纲和教材，为中学生复习提供指导和训练。书中的内容编排与新教材同步，每章分“知识提要”、“典型例题”、“习题精选”、“本章测试”四部分，分别对基础知识进行归纳整理；通过典型例题分析讲解，提供解题指导；汇编、精选历年全国各省市中考试题供学生训练之用，以开拓思路；在每章后还附有模拟试卷供检测使用，测试题和模拟试卷的答案统一附于书末。

本书具有典型性、代表性，体现了中考命题的现状和对命题发展趋势的预测，可供初中毕业生复习迎考使用，也可供教师参考。

图书在版编目(CIP)数据

数学中考指导与训练/叶声扬主编；赵国礼等编．
—上海：复旦大学出版社，2000．4
ISBN 7-309-02504-0

Ⅰ．数… Ⅱ．①叶…②赵… Ⅲ．数学课-初中-升学参考资料 Ⅳ．G634．603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 18616 号

出版发行 复旦大学出版社
上海市国权路 579 号 200433
86-21-65102941(发行部) 86-21-65642892(编辑部)
fupnet@fudanpress.com http://www.fudanpress.com
经销 新华书店上海发行所
印刷 复旦大学印刷厂
开本 787×1092 1/16
印张 17.75
字数 440 千
版次 2000 年 4 月第一版 2000 年 4 月第一次印刷
印数 1—6 000
定价 22.00 元

如有印装质量问题，请向复旦大学出版社发行部调换。

前　　言

为了适应初三毕业复习的新形势，为初中毕业生提供最新信息，我们组织上海市具有丰富教学经验和考前辅导经验的部分区、县教研员和重点中学的特级、高级教师参加本书编写。

本书从基础知识、基本技能、基本方法和数学思想及中考试题题型、布局等不同方面，对初中数学主要知识点和近年中考试题作了较全面和系统的介绍，对中考数学的命题发展趋势作了积极的探索，对历年全国各省市的中考试题进行了梳理和选取，目的是使考生落实基础知识和基本技能，挖掘学习潜能，培养应用能力和创新能力，提高数学素质。

参加本书编写的有叶声扬，赵国礼，戚怀志，沈全洪，朱伟达，张怡，李璇裳等。施中笑，但水平，马宝龙，李景祥也参加了部分章节和模拟试题的编写。

恳请广大读者提出意见和建议，使本书不断提高完善。

编　者

2000 年 3 月

目　　录

第一部分　知识要点和基本训练

第一章　数与式

【知识提要】

一、实数

1. 实数包括有理数与无理数。整数和分数统称为有理数。无限不循环小数称为无理数。

2. a 为实数，$|a| = \begin{cases} a & (a \geqslant 0), \\ -a & (a < 0)。\end{cases}$ 实数与数轴上的点一一对应。

3. 实数的运算与运算律。

4. 当 $a \neq 0$ 时，$a^0 = 1$；$a^{-p} = \dfrac{1}{a^p}$（p 是正整数）。

5. 近似数。

一个近似数四舍五入至哪一位，就说这一近似数精确至哪一位。此时，从左边第一个非零数字起到经四舍五入所得到的数字止的所有数字，称为这个数的有效数字。

6. 科学记数法。

二、代数式

1.

$$\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\begin{cases}\text{单项式}\\ \text{多项式}\end{cases}\\ \text{分式}\end{cases}\\ \text{无理式}\end{cases}$$

2. 整式的加减就是合并同类项。运用乘法公式可简化特殊的多项式的乘除运算。

3. 幂的运算法则：

m, n 为整数且 $a \neq 0, b \neq 0$，则有 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$，$a^m \div a^n = a^{m-n}(a \neq 0)$，$(a^m)^n = a^{mn}$，$(ab)^n = a^n b^n$。

幂的运算法则具有简化运算的内在实质，同时，应注意幂的运算法则的逆运用。

4. 乘法公式：

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$，

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$，

$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$，

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2 b + 3ab^2 \pm b^3$。

5. 因式分解：把一个多项式化成几个整式的积的形式，且要在给定的数的范围内分解

到不能再分解为止。

6. 因式分解的基本方法：

提取公因式法、运用公式法、十字相乘法、分组分解法、求根公式法。

7. 分式：分式的基本性质、分式的符号法则、分式的运算。

8. 平方根、算术平方根、立方根、n 次方根。

9. 当 $a \geqslant 0$ 时，$\sqrt{a}$ 叫做二次根式。最简二次根式、同类二次根式、分母有理化、互为有理化因式。

10. 二次根式的性质：

$(\sqrt{a})^2 = a$，$\sqrt{a^2} = |a|$，

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geqslant 0, b \geqslant 0)$，$\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geqslant 0, b > 0)$。

11. 二次根式的运算、二次根式运算中适时进行类似因式分解的变形。

【典型例题】

例 1 在下列四个命题中，真命题是（　　）。

(A) 绝对值等于它本身的实数只有 1

(B) 相反数等于它本身的实数只有 0

(C) 算术平方根等于它本身的实数只有 1

(D) 倒数等于它本身的实数只有 1 ±1

分析 应理解掌握实数的绝对值、相反数、倒数以及算术平方根的概念，再利用数的分类思想对四个命题中的实数进行列举分析。要做到列举全面。

解 ∵一切非负实数的绝对值都等于它本身；只有 0 的相反数是 0；0 的算术平方根也是 0；-1 的倒数也等于它本身。∴正确的选择是(B)。

说明 举例验证是一种重要的数学思维方法，而只有列举周全，方能正确解题。本题主要检测学生对绝对值、算术平方根、相反数、倒数等概念是否混淆，更侧重于培养学生全面认真地分析、观察、思考问题的能力。

√**例 2** 在实数 $-2, 0, 3.141\,4\cdots, \dfrac{22}{7}, \dfrac{\sqrt{2}}{2}, 3.101\,001\cdots, \sqrt{8}, -\sqrt{9}, \cos 60°, \dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}, \dfrac{\pi}{2}$ 中，哪些是分数？哪些是无理数？哪些是非负整数？哪些是正数？

分析 解答本题应先行化简。其次，要理解分数、小数、有理数、无理数之间的关系，从而正确指出 $\dfrac{22}{7}, \dfrac{\sqrt{2}}{2}, \dfrac{\pi}{2}$ 以及 $3.141\,4\cdots, 3.101\,001\cdots$ 之实质是什么数。除不尽未必是无理数，有分数线的数也不一定是分数。

解 ∵ $-\sqrt{9} = -3, \dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = 2, \cos 60° = \dfrac{1}{2}, \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 与 $\dfrac{\pi}{2}$ 均是无限不循环小数，∴分数是：$\dfrac{22}{7}, 3.141\,4\cdots, \cos 60°$。

无理数是：$\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{8}, \dfrac{\pi}{2}, 3.101\,001\cdots$。

非负整数是：$0, \dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$。

正数是：$3.141\,4\cdots, \dfrac{22}{7}, \dfrac{\sqrt{2}}{2}, 3.101\,001\cdots, \sqrt{8}, \cos 60°, \dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}, \dfrac{\pi}{2}$。

说明 重形式、轻本质是很多学生的通病。这里，学生通过对$\dfrac{22}{7}, \dfrac{\sqrt{2}}{2}, \dfrac{\pi}{2}$到底是分数还是无理数这个问题的解答，有助于对实数系统概念的本质理解。

例 3 计算：

$$-1^4 - 0.25^2 \div \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times (-1)^3 + \left(1\frac{3}{8} + 2\frac{1}{3} - 3.75\right) \times \left|(-2)^3 \div 3^{-1}\right|。$$

分析 实数的混合运算应按照运算顺序，注意灵活运用运算律，尽可能作简便运算。

解
$$\begin{aligned}
原式 &= -1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times 2^4 \times (-1) + \left(\frac{11}{8} + \frac{7}{3} - \frac{15}{4}\right) \times 24 \\
&= -1 + 1 + 33 + 56 + 90 \\
&= -1。
\end{aligned}$$

说明 在混合运算中一般将小数化为分数较为合理。注意区分 -1^4 与 $(-1)^4$ 的不同含义。连乘除时应先确定结果的符号。

例 4 计算：

(1) $(m^2 - n^2) - [3mn - (5n^2 - m^2)] + \{n^2 - [3mn - (5m^2 - 6n^2)] + 8mn\}$；

(2) $(2a + b)(4a^2 + 2ab + b^2) - b(2a + b)^2$；

(3) $(x^2 - 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$。

分析 (1) 利用去括号法则，并注意符号变化。一般在去括号的同时，可及时合并同类项。

(2) 多项式相乘，应优先考虑是否可以利用乘法公式，以简化运算。

解 (1)
$$\begin{aligned}
原式 &= (m^2 - n^2) - [3mn - 5n^2 + m^2] + \{n^2 - [3mn - 5m^2 + 6n^2] + 8mn\} \\
&= m^2 - n^2 - 3mn + 5n^2 - m^2 + \{n^2 + 5mn + 5m^2 - 6n^2\} \\
&= 5m^2 + 2mn - n^2。
\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}
原式 &= (2a + b)(4a^2 + 2ab + b^2 - 2ab - b^2) \\
&= (2a + b) \cdot 4a^2 \\
&= 8a^3 + 4a^2 b。
\end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned}
原式 &= (x + 1)(x - 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1) \\
&= (x^3 + 1)(x^3 - 1) \\
&= x^6 - 1。
\end{aligned}$$

说明 (1) 合并同类项是整式运算中的一个重要环节，必须正确熟练掌握。合并前若先作记号，则可以提高其正确率。

(2) 要尽可能利用乘法公式进行计算，但切记公式的特点，谨防用错公式。如本例的题(2)中，前两个括号是不能用立方和公式的。

(3) 在整式乘法中，还可以利用因式分解的思想，灵活变换以利运用乘法公式简便计算。

例 5 在实数范围内因式分解：

(1) $t^3 - 2t$；

(2) $x^4 - 9x^2 + 12x - 4$；

(3) $x^2 + 2xy - 8y^2 + 2x + 14y - 3$；

(4) $4ab - (1 - a^2)(1 - b^2)$。

分析 因式分解应首先考虑提取公因式法，然后可根据多项式项数的多少，依次考虑运用公式法、十字相乘法、求根公式法、分组分解法。在因式分解时，也要适时进行整式计算。最需注意的是：要在指定的数的范围内分解到底。

解 (1) 原式 $= t(t^2 - 2)$

$= t(t + \sqrt{2})(t - \sqrt{2})$。

(2) 原式 $= x^4 - (3x - 2)^2$

$= (x^2 + 3x - 2)(x^2 - 3x + 2)$

$= \left(x + \dfrac{3 + \sqrt{17}}{2}\right)\left(x + \dfrac{3 - \sqrt{17}}{2}\right)(x - 1)(x - 2)$。

(3) 原式 $= (x^2 + 2xy - 8y^2) + 2x + 14y - 3$

$= (x + 4y)(x - 2y) + 2x + 14y - 3$

$= (x + 4y - 1)(x - 2y + 3)$。

(4) 原式 $= 4ab - 1 + b^2 + a^2 - a^2b^2$

$= a^2 + b^2 + 2ab - 1 - a^2b^2 + 2ab$

$= (a + b)^2 - (ab - 1)^2$

$= (a + b + ab - 1)(a + b - ab + 1)$。

说明 (1) 因式分解时，要看清题目所要求的分解范围。若不作明确规定，则认为是在有理数范围内分解。

(2) 多项式的项数达到 4 项或 4 项以上，应考虑分组分解法。就此方法的实质而言，除了使分解者能将因式分解工作延续到底以外，并未增加新的独立的分解思路，它是以前三种方法为基础的。如本例中的题(3)，它是运用十字相乘法进行分组分解的。

(3) 因式分解中，必要时应考虑拆项、添项。

例 6 化简：

$2|a - 1| - \sqrt{1 - 4a + 4a^2} + (2a - 1)^0$。

分析 原式 $= 2|a - 1| - |1 - 2a| + (2a - 1)^0$。化简的关键是去掉绝对值符号，故需分段讨论，并注意使 $(2a - 1)$ 对本题有意义。

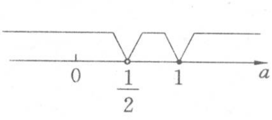

图 1

解 画出示意图(见图 1)。

(1) 当 $a < \dfrac{1}{2}$ 时，原式 $= -2(a - 1) - (1 - 2a) + 1$

$= -2a + 2 - 1 + 2a + 1$

$= 2$。

(2) 当 $\dfrac{1}{2} < a < 1$ 时，原式 $= -2(a - 1) + (1 - 2a) + 1$

$= -2a + 2 + 1 - 2a + 1$

$= 4 - 4a$。

(3) 当 $a \geqslant 1$ 时，原式 $= 2(a - 1) + (1 - 2a) + 1$

$= 2a - 2 + 1 - 2a + 1$

$= 0$。

说明 (1) 利用数轴分段讨论的要点是,找出式中各部分的零值点。本题是$\frac{1}{2}$与1。

(2) 绝对值的化简公式,可以通俗地理解为:当绝对值符号内的代数式的值为非负时,则符号去掉后将代数式照抄;反之,则在代数式上加负括号,即取代数式的相反数。

例7 设$\frac{x}{x^2+x+1}=a$,其中$a\neq 0$,求$\frac{x^2}{x^4+x^2+1}$的值。

分析 本题的思考重点是,如何创造性地运用题目中的条件。如果直接观察$\frac{x}{x^2+x+1}$与$\frac{x^2}{x^4+x^2+1}$,就很难发现两者之间的内在联系。但只需想一想,将这两个式子稍加处理就可一目了然。

解 $\because a\neq 0$,$\therefore x\neq 0$,则有$\frac{x^2+x+1}{x}=1+x+\frac{1}{x}$,$\frac{x^4+x^2+1}{x^2}=1+x^2+\frac{1}{x^2}=1+\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-1$,

而$\frac{x}{x^2+x+1}=a$,$\therefore x+\frac{1}{x}=\frac{1}{a}-1$,$\frac{x^4+x^2+1}{x^2}=\left(\frac{1}{a}-1\right)^2-1$,

$\therefore$ 原式$=\frac{a^2}{1-2a}$。

说明 (1) 配方是一个很常用的代数式变换,应熟练掌握。

(2) 创造性思维的形式和创造能力的提高要依靠长期实践经验的积累,要用心去感悟,解数学问题切忌死记生搬几个套路。

√ **例8** 当$a=\frac{1}{3}$,$b=-\frac{2}{7}$时,求下述代数式的值:

$$\left[1-\frac{1}{ab+a+b+1}\left(\frac{a^3-1}{a-1}+a\right)\right]\div\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)。$$

分析 本题实际是一个分式综合运算,要遵循分式运算法则。从本题中代数式的构造来看,因式分解是本题解答的基础。

解
$$\begin{aligned}原式&=\left[1-\frac{1}{a(b+1)+(b+1)}\left(\frac{(a-1)(a^2+a+1)}{a-1}+a\right)\right]\div\left(\frac{b-a}{ab}\right)\\
&=\left[1-\frac{1}{(a+1)(b+1)}\cdot\frac{(a+1)^2}{1}\right]\cdot\frac{ab}{b-a}\\
&=\frac{b-a}{b+1}\cdot\frac{ab}{b-a}\\
&=\frac{ab}{b+1},\end{aligned}$$

$\therefore$ 当$a=\frac{1}{3}$,$b=-\frac{2}{7}$时,原式$=\dfrac{\frac{1}{3}\times\left(-\frac{2}{7}\right)}{-\frac{2}{7}+1}=-\frac{2}{15}$。

说明 (1) 注意解本题的思路,应先化简再求值。

(2) 在化简过程中,要严格按照各运算法则和解题顺序,并要耐心细致。

√ **例9** 计算:

(1) $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2-2\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2$;

(2) $\frac{5+\sqrt{15}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-\sqrt{15}}$。

分析 二次根式的运算要以整式、分式的运算作为基础，同时，应掌握根式的化简与分母有理化。

解 (1) **解法一** 原式$=\frac{1}{9}+\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{1}{2}-2\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{9}-\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{1}{2}$

$=1+1$

$=2$。

解法二 原式$=\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\sqrt{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2$

$=2$。

(2) 原式$=\frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}(2-\sqrt{5})}$

$=\sqrt{5}+\frac{1}{2-\sqrt{5}}$

$=\sqrt{5}-2+\sqrt{5}$

$=-2$。

说明 (1) 巧妙运用乘法公式进行根式计算，使繁琐的根式运算简洁明了。

(2) 在进行分母有理化时，若分子、分母有公因式应先约简，这就需要学生有敏锐的观察力和较强的因式分解能力。根式相加减要先把各个二次根式化成最简二次根式，再把同类二次根式分别合并。

例 10 若$-1<x<0$，化简：

$$\left(\frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}+\frac{1-x}{\sqrt{1-x^2}+x-1}\right)\left(\sqrt{\frac{1}{x^2}-1}+\frac{1}{x}\right)。$$

分析 由条件$-1<x<0$，得$1-x=\sqrt{(1-x)^2}$，$\sqrt{\frac{1}{x^2}}=-\frac{1}{x}$。这样，原式通过恒等变形后便可化简。

解 $\because -1<x<0$，

$\therefore$ 原式$=\left[\frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}+\frac{\sqrt{(1-x)^2}}{\sqrt{1-x^2}-\sqrt{(1-x)^2}}\right]\cdot\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x}$

?

$=\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}\cdot\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x}$

$=\frac{2+2\sqrt{1-x^2}}{2x}\cdot\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x}$

$=\frac{1-(1-x^2)}{x^2}$

$=1$。

$\sqrt{\frac{1}{x^2}-1}+\frac{1}{x}$

$=\sqrt{\frac{1-x^2}{x^2}}+\frac{1}{x}$

$=\sqrt{\frac{1}{x^2}\cdot(1-x^2)}+\frac{1}{x}$

$=-\frac{1}{x}\sqrt{1-x^2}+\frac{1}{x}$

$=\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x}$

说明 (1) 化简问题应根据题目本身特点，运用分解因式、分式、根式等基本概念和运算法则，并作适当的恒等变形，简化运算过程。

(2) 在作恒等变形时应注意题目的条件。

例 11 若实数a,b,c满足$a^2+b^2+c^2=9$，则代数式$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$的最大值是多少？为什么？

分析 依题意，要对$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$进行恒等变形，使之成为x^2+k

(k 是常数)的形式。

解 $\because (a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$

$=a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2$

$=3(a^2+b^2+c^2)-(a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac)$

$=27-(a+b+c)^2\leqslant 27$,

$\therefore$ 原式存在最大值,为 27。

说明 (1) 如果将原式展开并直接代入 $a^2+b^2+c^2=9$ 的话,则原式即为 $18-2ab-2bc-2ac$,此时,再逆用 $a^2+b^2+c^2=9$ 这一条件,也能达到目的。因此,想到用配方法是解答本题的关键。

(2) x^2+k 并非是唯一形式。根据题目的实际情况,也可以是若干个平方数之和再加上 k(k 是常数)。

例 12 求 $\sqrt[3]{1+\frac{2}{3}\sqrt{\frac{7}{3}}}+\sqrt[3]{1-\frac{2}{3}\sqrt{\frac{7}{3}}}$ 的值。

分析 直接计算根本无从着手。设想将原式三次方后会出现什么情形?根据乘法公式:$(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$,设 $a=\sqrt[3]{1+\frac{2}{3}\sqrt{\frac{7}{3}}}$,$b=\sqrt[3]{1-\frac{2}{3}\sqrt{\frac{7}{3}}}$,则 $a+b$ 即为原式,而该乘法公式可看成是关于 $a+b$ 为一个元的方程了。这样,本题转化为求方程的根的问题。

解 设 $x=\sqrt[3]{1+\frac{2}{3}\sqrt{\frac{7}{3}}}+\sqrt[3]{1-\frac{2}{3}\sqrt{\frac{7}{3}}}$,两边三次乘方得

$$x^3=\left(1+\frac{2}{3}\sqrt{\frac{7}{3}}\right)+\left(1-\frac{2}{3}\sqrt{\frac{7}{3}}\right)+3\sqrt[3]{1+\frac{2}{3}\sqrt{\frac{7}{3}}}$$

$$\cdot\sqrt[3]{1-\frac{2}{3}\sqrt{\frac{7}{3}}}\left(\sqrt[3]{1+\frac{2}{3}\sqrt{\frac{7}{3}}}+\sqrt[3]{1-\frac{2}{3}\sqrt{\frac{7}{3}}}\right),$$

即 $x^3=2-x$,$x^3+x-2=0$,

$x^3-1+x-1=0$,

$\therefore (x-1)(x^2+x+2)=0$。

解得 $x=1$,$x^2+x+2=0$ 无实数根。

$\therefore \sqrt[3]{1+\frac{2}{3}\sqrt{\frac{7}{3}}}+\sqrt[3]{1-\frac{2}{3}\sqrt{\frac{7}{3}}}=1$。

说明 利用方程来解决求值(化简)问题,是一个很大胆、新颖的思路,值得反复回味、总结。

【习题精选】

一、判断题(认为正确的在括号内填“$\checkmark$”,认为错误的在括号内填“$\times$”)

1. 若 a 是实数,则 a 的倒数是 $\frac{1}{a}$( )。

2. 零是自然数(　　)，是正数(　　)，是整数(　　)，是偶数(　　)。

3. 一个实数的平方根有两个，它们互为相反数(　　)。

4. $\sqrt{x^2+y^2}$，$\frac{\sqrt{a}}{2}$，$4x^2$，$\sqrt{a^4-1}$ 都是最简二次根式(　　)。

5. 无理数是无限小数(　　)。

二、填空题

1. $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ 和 $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ 是互为____数，$2-\sqrt{3}$ 和 $\sqrt{3}+2$ 是互为____数。

2. 绝对值最小的实数是____。

3. 在数轴上的点 A 所对应的数是 $-2\frac{1}{3}$，则与 A 相距 4 个单位长度的点所对应的数是____。

4. 一个数的相反数不小于它本身，那么这个数是____。

5. 若 $x+y<0$，$xy<0$，$x>y$，则 x____0；y____0；$|x|$____$|y|$(填"<"，">"或"="号)。

6. 若 $|m-3|=2$，则 $m=$______；若 $|m-1|=m-1$，则 m______。

7. 用科学记数法表示 5 844 920 保留三个有效数字的数为______。

8. 当 $x=$______时，分式 $\frac{x^2-x-6}{|x|-2}$ 的值为 0。

9. 若分式 $\frac{x}{1+\frac{1}{x}}$ 无意义，则 $x=$______。

10. 若 $\sqrt{5}-1$ 的小数部分是 a，则 $\frac{1}{a}=$______。

11. 化简二次根式 $a^2b\sqrt{-\frac{1}{a^4b}}$ 的结果是______。

12. 若 $\sqrt{x-5}+y=3$，化简 $\sqrt{x^2-10x+25}-\sqrt{y^2-6y+9}$ 得______。

13. 一个容积为 10 升的容器内装满纯酒精，倒出 x 升后用水注满，再倒出 x 升混合溶液后，用水再注满，此时容器内的酒精溶液的浓度为______。

14. 若 a,b 都是正实数，且 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{2}{a+b}$，则 $\frac{ab}{a^2-b^2}=$______。

三、选择题

1. $\sqrt{4}$ 的平方根是(　　)。

(A) ± 2　　(B) $\pm\sqrt{2}$　　(C) 2　　(D) $\sqrt{2}$

2. 下列 4 个命题：

① 零是最小的实数；② 数轴上的所有点都表示实数；

③ 无理数就是带根号的数；④ $-\frac{1}{4}$ 的平方根是 $\pm\frac{1}{2}$，

其中正确命题的个数是(　　)。

(A) 1 个　　(B) 2 个　　(C) 3 个　　(D) 4 个

3. 若 $|x|=1$，$y=-3$，那么 $x\cdot y$ 的结果是(　　)。

(A) 3　　(B) -3　　(C) 3 或 -3　　(D) 无法确定

4. 若 $x+\frac{9}{y}=3$，$y+\frac{9}{z}=3$，则 $z+\frac{9}{x}$ 等于(　　)。

$z+\frac{9}{x}=$

(A) 2　　　　(B) 3　　　　(C) 4　　　　(D) 5

5. 下列 5 个命题：

① a 的平方根是 $\sqrt{a}$；② $\sqrt{3}$ 的算术平方根是 $\sqrt{3}$；③ 若 $a<0$，则 $-\sqrt{-a^3}$ 是负数；④ a 是任意实数，$\sqrt{-a^2}$ 没有意义；⑤ $\sqrt{8x}$ 是最简根式，

其中假命题的个数是(　　)。

(A) 5 个　　　　(B) 4 个　　　　(C) 3 个　　　　(D) 2 个

6. $\sqrt{(-3)^2}$ 的平方根是(　　)。

(A) ± 3　　　　(B) 3　　　　(C) $\pm\sqrt{3}$　　　　(D) $\sqrt{3}$

7. 用科学记数法表示 $-80\,900\,00$ (　　)。

(A) -8.09×10^{-4}　(B) -8.09×10^{6}　(C) -8.1×10^{7}　(D) -8.09×10^{4}

8. 下列四个命题中，正确的命题是(　　)。

(A) 若 $a\neq b$，则 $a^2\neq b^2$　　　　(B) 若 $a>|b|$，则 $a^2>b^2$

(C) 若 $|a|>|b|$，则 $a>b$　　　　(D) 若 $a^2>b^2$，则 $a>b$

9. 下列说法正确的是(　　)。

(A) 有理数都是实数　　　　(B) 实数都是有理数

(C) 带根号的数都是无理数　　　　(D) 无理数都是开方开不尽的数

10. 在实数 π，$-\frac{2}{5}$，0，$\sqrt{3}$，-3.14，$\sqrt{4}$ 中，无理数有(　　)。

(A) 1 个　　　　(B) 2 个　　　　(C) 3 个　　　　(D) 4 个

11. 实数 a,b,c 在数轴上的对应点的表示如图 2 所示，则下面式子中能成立的是(　　)。

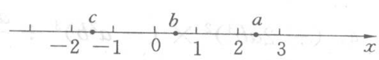

图 2

(A) $b+c>0$　　　　(B) $a+b<a+c$

(C) $ac>bc$　　　　(D) $ab>ac$

12. 计算 $\sqrt{8}-\sqrt{\frac{1}{2}}$ 近似值的结果(取 $\sqrt{2}=1.414$，结果保留三个有效数字)为(　　)。

(A) 2.12　　　　(B) 2.115　　　　(C) 2.121　　　　(D) 2.11

13. 下列各题中，计算正确的是(　　)。

(A) $a^3\cdot a^{-3}=0$　　　　(B) $(-a^n)^2=a^{n^2}$

(C) $(-a)^{2n}\div(-a)^{2n-1}=-a$　　　　(D) $(-a)^5\div(-a)^3=a^{-2}$

14. 下列分式中，一定有意义的是(　　)。

(A) $\frac{x-5}{x^2-1}$　　　　(B) $\frac{y-1}{y^2+1}$　　　　(C) $\frac{x^2+1}{3x}$　　　　(D) $\frac{x}{2x+1}$

15. 若 $0<a<1$，则化简 $\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4}+\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4}$ 的结果是(　　)。

(A) $-2a$　　　　(B) $2a$　　　　(C) $-\frac{2}{a}$　　　　(D) $\frac{2}{a}$

16. 如果实数 a,b 满足 $a+b>a\cdot b<0$，那么下列不等式中正确的是(　　)。

(A) $|a|>|b|$　　　　(B) $|a|<|b|$

(C) 当 $a>0,b<0$ 时，$|a|>|b|$　　　　(D) 当 $a<0,b>0$ 时，$|a|>|b|$

17. $\dfrac{3}{a}$的倒数与$\dfrac{2a-9}{3}$互为相反数，那么 a 的值为（ ）。

(A) $\dfrac{3}{2}$　　(B) $-\dfrac{3}{2}$　　(C) 3　　(D) -3

18. 若 $a=3-\sqrt{10}$，则代数式 a^2-6a-2 的值为（ ）。

(A) 0　　(B) 1　　(C) -1　　(D) $\sqrt{10}$

四、计算题

1. $-3^4+\left(-\dfrac{1}{2^2}\right)^2+(-3)^4+(-1)^3\times(0.25)^2$。

-9

2. $\left[-(-2\sqrt{2})^2-(-1)^2\right]\times\dfrac{1}{-0.3}\div\left(-3\dfrac{1}{3}\right)^2\times\left|\dfrac{1}{3}-\left(-\dfrac{2}{3}\right)^2\right|$。

3. $-1-[1-(0.4596-1)-1]+1$。

4. $(-2ab^3)^2\times(-a^2b)^3\div\dfrac{a^8b^9}{5}$。

5. $(a+b-c)(a-b+c)$。

6. $\dfrac{x+3}{x^2+6x+9}+\dfrac{x+2}{6+x-x^2}+\dfrac{2x}{x^2-9}$。

7. $\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}-\sqrt{27}+\sqrt{\dfrac{1}{18}}$。

8. $\left(\sqrt{ab}-\dfrac{ab}{a+\sqrt{ab}}\right)\div\dfrac{\sqrt{ab}-b}{a-b}$。

9. $\left(\dfrac{a}{a+b}-\dfrac{a^2}{a^2+2ab+b^2}\right)\div\left(\dfrac{a}{a+b}-\dfrac{a^2}{a^2-b^2}\right)$。

10. $\left(1-\dfrac{1}{a-b}\right)^2-\left(1+\dfrac{1}{a-b}\right)^2$。

11. $-2^2-(-1)^3-\left|(-1)^2\cdot\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{2}\right)\right|\div\dfrac{1}{6}+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2}\right)^0$。

12. $-3^2+\sqrt[3]{27}-4\mathrm{tg}45^\circ+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2}+(\sin20^\circ+\sin45^\circ)^0$。

13. $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-2}\times(-3)^0+(2+\sqrt{3})^{-1}$。

五、因式分解

1. a^3-9a 。

$=a(a^2-9)$

$=a(a+3)(a-3)$

2. $x^2+2x-35$。

$=x^2+2x+1-35-1$

$=(x+1)^2-36$

3. $x^4-3x^2y^2+2y^4$。

4. $4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2$。

5. $x^3 - 7x + 6$。

6. 在实数范围内分解：$(x^2 + 2x)^2 + 2(x^2 + 2x) - 3$。

$= (x^2+2x)(x^2+2x+2) - 3$

7. $24a^2(x - y) + 6b^2(y - x)$。

$= 24a^2(x-y) - 6b^2(x-y)$

$= 6(x-y)(4a^2-b^2)$

8. $x^6 - 64$。 $= 6(x-y)(2a+b)(2a-b)$

$= x^6 - 2^6$

$= (x^3+8)(x^3-8)$

9. $a^3 + b^3 - a^2 + b^2$。

10. $(x + y)^2 - 4(x + y - 1)$。

$= (x+y)^2 - 4(x+y) + 4$

$= (x+y-2)^2$

六、化简、求值

1. 化简：$\dfrac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{a + b - \sqrt{ab}} + \dfrac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{a + b + \sqrt{ab}}$。

2. 已知：$a = 2 + \sqrt{2}$，$b = 2 - \sqrt{2}$，求：

代数式 $\left(\dfrac{b}{\sqrt{ab} + b} + \dfrac{a}{\sqrt{ab} - a}\right) \div \dfrac{ab}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \cdot \dfrac{a - b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ 的值。