



圣才考研网

www.100exam.com

【圣才考研】—考研考博专业课辅导中国第一品牌

国内外经典教材辅导系列·经济类

范里安《微观经济学（高级教程）》

（第3版）

课后习题和强化习题详解

【修订版】

主编：圣才考研网

www.100exam.com

赠 140元大礼包

100元网授班 + 20元真题模考 + 20元圣才学习卡

详情登录：圣才考研网首页的【购书大礼包专区】，刮开本书所贴防伪标的密码享受购书大礼包增值服务。

特别推荐：范里安《微观经济学（高级教程）》名师讲堂[高清视频]

圣才考研网

www.100exam.com

网络课程·题库·光盘·图书
购书送大礼包

密码

中国石化出版社

HTTP://WWW.SINOPEC-PRESS.COM

教·育·出·版·中·心

013062984

F016-42
04-2

国内外经典教材辅导系列·经济类

范里安
《微观经济学(高级教程)》
(第3版)

课后习题和强化习题详解
(修订版)

主编：圣才考研网
www.100exam.com



F016-42
04-2

中国石化出版社



北航 C1669997

013082884

内 容 提 要

范里安《微观经济学(高级教程)》是世界上最受欢迎的高级微观经济学教材之一。本书遵循英文原版图书的章目编排,共分27章,每章由两部分组成:第一部分是课(章)后习题详解,对所有习题都进行了详细的分析和解答;第二部分为强化习题详解,参考大量国内外的相关资料补充了部分难题,以巩固和强化本章的知识难点。

圣才考研网(www.100exam.com)提供经济类国内外经典教材名师讲堂、全国各高校经济类专业考研考博辅导班【一对一辅导、网授精讲班、题库(免费下载,免费升级)、视频课程(图书等)】(详情参见本书书前彩页)。随书赠送大礼包增值服务【100元网授班+20元真题模考+20元圣才学习卡】。本书特别适用于各大院校学习范里安《微观经济学(高级教程)》的师生,以及在高校硕士和博士研究生入学考试中参加微观经济学考试科目的考生使用。

图书在版编目(CIP)数据

范里安《微观经济学(高级教程)》(第3版)课后
习题和强化习题详解/圣才考研网主编. —2版. —北
京:中国石化出版社,2013.7
(国内外经典教材辅导系列)
ISBN 978-7-5114-2290-3

I. ①范... II. ①圣... III. ①微观经济学—高等学校
—题解 IV. F016-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 169669 号

中国石化出版社出版发行

地址:北京市东城区安定门外大街 58 号

邮编:100011 电话:(010)84271850

读者服务部电话:(010)84289974

http://www.sinopec-press.com

E-mail:press@sinopec.com

北京明兴印务有限公司印刷

全国各地新华书店经销

*

787×1092 毫米 16 开本 17.5 印张 4 彩页 416 千字

2013 年 8 月第 2 版 2013 年 8 月第 1 次印刷

定价:38.00 元

经典教材与考研真题解析 视频课程 (图书)

火爆销售

1. 视频课程 (图书)

部分经济类经典教材高清视频课程 (图书):



1. 高鸿业《西方经济学 (微观部分)》【教材精讲+考研真题解析】视频课程【30小时高清视频光盘】
2. 高鸿业《西方经济学 (宏观部分)》【教材精讲+考研真题解析】视频课程【30小时高清视频光盘】
3. 平狄克《微观经济学》【教材精讲+考研真题解析】视频课程【32小时高清视频光盘】
4. 曼昆《宏观经济学》【教材精讲+考研真题解析】视频课程【30小时高清视频光盘】
5. 多恩布什《宏观经济学》【教材精讲+考研真题解析】视频课程【40小时高清视频光盘】



产品内容:

1. 开篇导读及本书点评 (1小时高清视频)
2. 教材精讲, 解读重难点 (24小时高清视频)
3. 名校考研真题名师精讲及点评 (5小时高清视频)
4. 最新名校考研真题视频课程, 可免费升级获得

产品特色:

1. 教材编委与考研实力派名师倾力打造课程
2. 辅导讲义精心设计, 质量上乘、内容翔实
3. 高清视频, 如临其境, 体验影院视觉效果
4. 免费下载试用, 免费自动升级到最新版本

2. 看视频, 做真题—名校考研真题解析视频课程 (图书)



- 内容:
1. 比较历年真题, 总结命题规律 (2小时)
 2. 高清视频解析历年考研真题 (18小时)
 3. 最新考研真题高清视频, 可免费升级获得

- 特色:
1. 全部真题不仅有纸版答案, 还有高清视频讲解
 2. 名校名师独家授课, 详细解读每道考研试题
 3. 高清视频, 如临其境, 真实体验影院视觉效果
 4. 视频免费下载试用, 可免费自动升级到最新版本

部分经济类名校考研真题视频详解图书:

1. 看视频, 做真题—微观经济学名校考研真题名师精讲及点评【15小时高清视频光盘】
2. 看视频, 做真题—宏观经济学名校考研真题名师精讲及点评【15小时高清视频光盘】
3. 看视频, 做真题—政治经济学名校考研真题名师精讲及点评【15小时高清视频光盘】
4. 北京大学光华管理学院考研内部讲义与历年真题解析【20小时高清视频光盘】
5. 中国人民大学802经济学综合考研内部讲义与历年真题解析【30小时高清视频光盘】

更多视频课程 (图书), 登录圣才考研网 (www.100exam.com)。

圣才考研网 (www.100exam.com) —— 成功辅导数万人通关的教育视频网站!



圣才考研网是圣才学习网旗下的考研考博专业网站, 是一家提供全国所有院校考研考博辅导班 (保过班、网授班等)、考研题库、全套资料 (历年真题及答案、笔记讲义等)、高清视频课程 (图书) 等全方位教育服务的大型考研平台。

【考研专业课辅导体系】——经济类示例

院校	考研辅导体系	内容	招生简章	备注
北京大学经济学院 中国人民大学经济学院	1. 特别保录班 / 保录班	政数英全套+专业课全套 (含以下所有辅导班)。每科均提供个性化辅导方案, 实行一对一辅导。	参见圣才考研网相关院校介绍	①配专职班主任, 全程管理。 ②签约保过, 不过免费重修或退1/3学费。
	2. 保过班 (面授/网授)	一对一辅导 (面授/网授) + 网授精讲班+真题解析班 (网授) + 配套题库 (免费下载, 免费升级) + 全套资料+全程答疑	参见网站	①配专职班主任, 全程管理。 ②签约保过, 不过免费重修或退1/3学费。
	3. 一对一辅导 (面授/网授)	一对一辅导 (面授/网授) + 网授精讲班+配套题库 (免费下载, 免费升级) + 全套资料+全程答疑	参见网站	主要针对基础比较薄弱的学员。
	4. 网授精讲班【教材精讲+考研真题串讲】	精讲参考教材章节内容, 穿插经典考研真题, 分析各章考点、重点和难点。	参见网站	高清视频讲解, 影院效果; 配专职班主任, 全程管理。
	5. 真题解析班 (网授)	包括: ①历年考研真题综合分析 (导学班)【总结命题规律, 比较历年真题】+②精选讲解2~4套近年考研真题【解析每道真题, 详解难点重点】。	参见网站	高清视频讲解, 影院效果; 配专职班主任, 全程管理。
	6. 面授冲刺班/远程面授班	精讲参考教材和历年真题, 勾画串讲考点、重难点。	参见网站	小班面授或者远程面授 (二者同步)。
	7. 配套题库 (免费下载, 免费升级)	历年考研真题测试+参考教材章节题库+全真冲刺模拟试题 (考前教师押题)	参见网站	免费下载即任何人都可下载到本地机试用; 免费升级指系统自动免费在线升级题库, 自动获得最新考研真题。
	8. 全套资料 (考研真题、笔记讲义及课件等)	全国所有院校的: ①历年考研真题及详解【14万套考研考博专业课历年真题 (含答案)】; ②本科生、研究生课堂笔记; ③本科生、研究生课堂作业; ④教师授课讲义及课件; ⑤期中期末考试试题; ⑥指定教材 (参考教材) 配套资料 (课后习题答案、模拟试题等)。		
	9. 复试一对一辅导	提供个性化辅导方案, 通过面授或者网授 (远程面授) 对复试内容进行一对一辅导。		
	10. 复试保过班	复试专业课一对一辅导+多对一辅导 (包括口语、礼仪等) + 复试全套资料。配专职班主任, 负责学员全方位全程管理。		

全国所有院校的专业课辅导, 详情登录【圣才考研网 (www.100exam.com)】。

经济类经典教材名师讲堂

圣才考研网www.100exam.com

火爆招生

中国第一套讲解经典教材的高清视频课程



▲中国人民大学吴汉洪教授



▲中国人民大学程华教授



▲北京大学王志伟教授

1 微观经济学				
课程名称	班型	课时	上课时间	价格
1. 高鸿业《西方经济学（微观部分）》名师讲堂	网授精讲班【教材精讲+考研真题串讲】	30	随报随学	240元
	一对一辅导（面授/网授）	18	随报随学	3600元
	配套题库（免费下载，免费升级）	60	随报随学	180元
2. 曼昆《经济学原理》（微观经济学分册）				
3. 平狄克《微观经济学》				
4. 范里安《微观经济学：现代观点》				
5. 范里安《微观经济学（高级教程）》				
6. 萨缪尔森《微观经济学》				
7. 尼科尔森《微观经济理论-基本原理与扩展》				
8. 平新乔《微观经济学十八讲》				

详情参见网站

2 宏观经济学				
课程名称	班型	课时	上课时间	价格
1. 高鸿业《西方经济学（宏观部分）》名师讲堂	网授精讲班【教材精讲+考研真题串讲】	30	随报随学	240元
	一对一辅导（面授/网授）	18	随报随学	3600元
	配套题库（免费下载，免费升级）	60	随报随学	180元
2. 曼昆《经济学原理》（宏观经济学分册）				
3. 曼昆《宏观经济学》				
4. 多恩布什《宏观经济学》				
5. 罗默《高级宏观经济学》				
6. 萨缪尔森《宏观经济学》				
7. 布兰查德《宏观经济学》				
8. 萨克斯《全球视角的宏观经济学》				

详情参见网站

3 政治经济学				
课程名称	班型	课时	上课时间	价格
1. 逢锦聚《政治经济学》名师讲堂	网授精讲班【教材精讲+考研真题串讲】	24	随报随学	240元
	一对一辅导（面授/网授）	18	随报随学	3600元
	配套题库（免费下载，免费升级）	60	随报随学	180元
2. 宋涛《政治经济学教程》				
3. 吴树青《政治经济学（资本主义部分）》				
4. 吴树青《政治经济学（社会主义部分）》				
5. 程恩富《政治经济学》				
6. 蒋学模《政治经济学教材》				

详情参见网站

全国热线：4006-123-191（24小时），18001260132（24小时）；咨询QQ：474400084（早8~晚24点）

经济类图书目录

购书享受大礼包增值服务【100元网授班+20元真题模考+20元圣才学习卡】



一、考研考博专业课辅导系列

1 考研

1. 西方经济学（微观部分）考研真题与典型题详解（第9版）
2. 西方经济学（宏观部分）考研真题与典型题详解（第9版）
3. 政治经济学考研真题与典型题详解（第8版）
4. 微观经济学考研强化班内部讲义（精华版）—要点精编、考题透析及名师点评【赠高清视频光盘】
5. 宏观经济学考研强化班内部讲义（精华版）—要点精编、考题透析及名师点评【赠高清视频光盘】
6. 北京大学光华管理学院考研内部讲义与历年真题解析【20小时高清视频光盘】
7. 清华大学经济管理学院考研内部讲义与历年真题解析【20小时高清视频光盘】
8. 中国人民大学802经济学综合考研内部讲义与历年真题解析【30小时高清视频光盘】

2 考博

1. 考博专业课真题与难题详解—微观经济学（第3版）
2. 考博专业课真题与难题详解—宏观经济学（第3版）

二、经济类经典教材辅导大系列

1 微观经济学

1. 高鸿业《西方经济学（微观部分）》（第5版）笔记和课后习题（含考研真题）详解
2. 高鸿业《西方经济学（微观部分）》名校考研真题详解（第2版）
3. 高鸿业《西方经济学（微观部分）》【教材精讲+考研真题解析】视频课程（30小时高清视频光盘）
4. 曼昆《经济学原理（微观经济学分册）》（第5版）笔记和课后习题（含考研真题）详解
5. 平狄克《微观经济学》（第7版）笔记和课后习题详解
6. 平狄克《微观经济学》名校考研真题详解
7. 范里安《微观经济学：现代观点》（第7、8版）笔记和课后习题详解（第2版）
8. 范里安《微观经济学：现代观点》名校考研真题详解（第2版）
9. 范里安《微观经济学：现代观点》【教材精讲+考研真题解析】视频课程（40小时高清视频光盘）
10. 萨缪尔森《微观经济学》（第19版）笔记和课后习题（含考研真题）详解
11. 斯蒂格利茨《经济学（上册）》（第4版）笔记和课后习题（含考研真题）详解
12. 尹伯成《微观经济学简明教程》笔记和课后习题（含考研真题）详解
13. 范里安《微观经济学（高级教程）》（第3版）课后习题和强化习题详解

14. 帕金《微观经济学》（第8版）笔记和课后习题（含考研真题）详解
15. 平新乔《微观经济学十八讲》课后习题和强化习题详解（第2版）
16. 尼科尔森《微观经济理论—基本原理与扩展》（第9版）笔记和课后习题详解

2 宏观经济学

1. 高鸿业《西方经济学（宏观部分）》（第5版）笔记和课后习题（含考研真题）详解
2. 高鸿业《西方经济学（宏观部分）》名校考研真题详解（第2版）
3. 曼昆《经济学原理（宏观经济学分册）》（第5版）笔记和课后习题（含考研真题）详解
4. 曼昆《宏观经济学》（第6、7版）笔记和课后习题详解
5. 曼昆《宏观经济学》名校考研真题详解
6. 曼昆《宏观经济学》【教材精讲+考研真题解析】视频课程（30小时高清视频光盘）
7. 多恩布什《宏观经济学》（第10版）笔记和课后习题详解
8. 多恩布什《宏观经济学》名校考研真题详解
9. 多恩布什《宏观经济学》【教材精讲+考研真题解析】视频课程（38小时高清视频光盘）
10. 萨缪尔森《宏观经济学》（第19版）笔记和课后习题（含考研真题）详解
11. 斯蒂格利茨《经济学（下册）》（第4版）笔记和课后习题（含考研真题）详解
12. 尹伯成《宏观经济学简明教程》笔记和课后习题（含考研真题）详解
13. 罗默《高级宏观经济学》（第3版）课后习题详解
14. 帕金《宏观经济学》（第8版）笔记和课后习题（含考研真题）详解
15. 布兰查德《宏观经济学》（第4版）笔记和课后习题详解
16. 萨克斯《全球视角的宏观经济学》笔记和课后习题详解
17. 巴罗《宏观经济学》（第5版）笔记和课后习题详解
18. 巴罗《宏观经济学：现代观点》笔记和课后习题（含考研真题）详解

3 政治经济学

1. 逢锦聚《政治经济学》（第4版）笔记和课后习题（含考研真题）详解
2. 逢锦聚《政治经济学》名校考研真题详解（第2版）
3. 宋涛《政治经济学教程》（第9版）笔记和课后习题详解
4. 吴树青《政治经济学（资本主义部分）》笔记和考研真题详解
5. 吴树青《政治经济学（社会主义部分）》笔记和考研真题详解

• 购书购盘热线：010-62573996（北京圣才书店）；QQ：742045041

• 圣才学习网图书总目录，登录圣才图书网（book.100xuexi.com）

前言

《国内外经典教材辅导系列》

编委会

主编：圣才考研网(www.100exam.com)

编委：郑炳 白洁 孙念 倪彦辉 邸亚辉
段瑞权 段辛云 张宝霞 姜旭海 肖萌
段承先 涂幸运 李昌付

(网络资源不全) www.100exam.com 圣才网

(网络资源不全) www.100exam.com 圣才网

圣才网

序 言

我国各大院校一般都把国内外通用的权威教科书作为本科生和研究生学习专业课程的参考教材,这些教材甚至被很多考试(特别是硕士和博士入学考试)和培训项目作为指定参考书。为了帮助读者更好地学习专业课,我们有针对性地编著了一套与国内外教材配套的复习资料,并提供配套的名师讲堂和题库。

范里安的《微观经济学(高级教程)》是世界上最受欢迎的高级微观经济学教材之一,也被国内众多院校指定为考博参考书目。作为该教材的配套辅导书,本书具有以下几个方面的特点:

1. 详解课后习题,分析相关要点。本书参考国外教材的英文答案和相关资料对每章的所有习题进行了详细的分析和解答。由于国外英文教材的中译本不太符合中国学生的思维习惯,有些语言的表述不清或条理性不强而给学习带来了不便,因此,对每章的一些重要知识点和一些习题的解答,我们在不违背原书原意的基础上结合其他相关经典教材进行了必要的整理和分析。

2. 补充难点习题,强化知识考点。为了进一步巩固和强化本章知识难点的复习,每章参考大量国内外的相关试题、作业和习题精选了部分难题,并对相关重要知识点进行了延伸和归纳。补充的习题大部分选用英语原版习题并且有相当的难度,完全可以适用于高难度的经济学考博复习。

3. 采用中英结合,强化专业英语。课后习题采用中英对照的方式,参考答案采用中文解答,而在“强化习题详解”部分所选用的部分习题和答案采用了英文或者中英结合的方式。这样,读者不但可以深刻理解每一道习题和答案的原意,而且便于更好地学习经济学专业英语。

与本书相配套,圣才考研网提供范里安《微观经济学(高级教程)》网授精讲班【教材精讲+考研真题串讲】、经典教材与考研真题解析视频课程(图书)、配套题库(详细介绍参见本书书前彩页)。

圣才考研网(www.100exam.com)是圣才学习网旗下的考研考博专业网站,提供全国所有院校各个专业的考研考博辅导班【保过班、一对一辅导、网授精讲班、题库、光盘、视频课程(图书)等】、经济类国内外经典教材名师讲堂、考研题库(免费下载,免费升级)、全套资料(历年真题及答案、笔记讲义等)、考研教辅图书等。购书享受大礼包增值服务【100元网授班+20元真题模考+20元圣才学习卡】。

考研辅导: www.100exam.com (圣才考研网)

资格考试: www.100xuexi.com (圣才学习网)

圣才学习网编辑部

目 录

第 1 章 技术	
1.1 课后习题详解	(1)
1.2 强化习题详解	(5)
第 2 章 利润最大化	
2.1 课后习题详解	(10)
2.2 强化习题详解	(13)
第 3 章 利润函数	
3.1 课后习题详解	(18)
3.2 强化习题详解	(20)
第 4 章 成本最小化	
4.1 课后习题详解	(23)
4.2 强化习题详解	(27)
第 5 章 成本函数	
5.1 课后习题详解	(29)
5.2 强化习题详解	(40)
第 6 章 对偶	
6.1 课后习题详解	(42)
6.2 强化习题详解	(43)
第 7 章 效用最大化	
7.1 课后习题详解	(44)
7.2 强化习题详解	(48)
第 8 章 选择	
8.1 课后习题详解	(58)
8.2 强化习题详解	(70)
第 9 章 需求	
9.1 课后习题详解	(74)
9.2 强化习题详解	(81)
第 10 章 消费者剩余	
10.1 课后习题详解	(90)
10.2 强化习题详解	(91)
第 11 章 不确定性	
11.1 课后习题详解	(96)
11.2 强化习题详解	(104)
第 12 章 经济计量学	(115)
第 13 章 竞争市场	

13.1	课后习题详解	(116)
13.2	强化习题详解	(121)
第14章 垄断			
14.1	课后习题详解	(135)
14.2	强化习题详解	(148)
第15章 博弈论			
15.1	课后习题详解	(160)
15.2	强化习题详解	(165)
第16章 寡头垄断			
16.1	课后习题详解	(178)
16.2	强化习题详解	(184)
第17章 交换			
17.1	课后习题详解	(201)
17.2	强化习题详解	(208)
第18章 生产			
18.1	课后习题详解	(214)
18.2	强化习题详解	(216)
第19章 时间			
19.1	课后习题详解	(222)
19.2	强化习题详解	(224)
第20章 资产市场			
20.1	课后习题详解	(229)
20.2	强化习题详解	(229)
第21章 均衡分析			
21.1	课后习题详解	(232)
21.2	强化习题详解	(233)
第22章 福利			
22.1	课后习题详解	(237)
22.2	强化习题详解	(238)
第23章 公共物品			
23.1	课后习题详解	(243)
23.2	强化习题详解	(246)
第24章 外部效应			
24.1	课后习题详解	(251)
24.2	强化习题详解	(252)
第25章 信息			
25.1	课后习题详解	(260)
25.2	强化习题详解	(264)
第26章 数学			
第27章 最优化			

第1章 技 术

1.1 课后习题详解

1. 如果 $V(y)$ 是个凸集, 那么相关的生产集 Y 一定是凸的。对或错?

True or false? If $V(y)$ is a convex set, then the associated production set Y must be convex.

答: 这个说法错误。理由如下:

凸生产集意味着凸投入要素集, 但是反过来不成立。首先证明凸生产集意味着凸投入要素集:

证明: 如果 Y 是一个凸集, 那么可以得出, 对任何使 $(y, -x)$ 和 $(y, -x')$ 都在 Y 中的 x 和 x' 来说, 一定会有 $(ty + (1-t)y, -tx - (1-t)x')$ 在 Y 中, 即 $(y, -tx - (1-t)x')$ 在 Y 中。从而可知: 如果 x 和 x' 在 $V(y)$ 中, 那么 $tx + (1-t)x'$ 也在 $V(y)$ 中, 从而可知 $V(y)$ 也是凸的。

下面举反例说明凸的投入要素集并不意味着凸的生产集。考虑由生产函数 $f(x) = x^2$ 规定的技术。生产集 $Y = \{(y, -x) : y \leq x^2\}$ 当然不是凸的, 但投入要素集 $v(y) = \{x : x \geq \sqrt{y}\}$ 是凸集。

2. 当 $a_1 \neq a_2$ 时, CES 生产函数 $y = (a_1 x_1^\rho + a_2 x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$ 的替代弹性是什么?

What is the elasticity of substitution for the general CES technology $y = (a_1 x_1^\rho + a_2 x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$ when $a_1 \neq a_2$?

解: 为了计算替代弹性, 首先要计算技术替代率, 根据技术替代率的定义:

$$TRS = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x_1}}{\frac{\partial f}{\partial x_2}} = -\frac{a_1 x_1^{\rho-1}}{a_2 x_2^{\rho-1}}$$

上式两边取对数后得到:

$$\ln |TRS| = \ln \frac{a_1}{a_2} + (1-\rho) \ln \frac{x_2}{x_1}$$

根据替代弹性的定义: $\sigma = \frac{d \ln(x_2/x_1)}{d \ln TRS} = \frac{1}{1-\rho}$

3. 将要素 i 的产出弹性定义成: $\varepsilon_i(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \cdot \frac{x_i}{f(x)}$, 如果 $f(x) = x_1^a x_2^b$, 每个要素的产出弹性是什么?

Define the output elasticity of a factor i to be

$$\varepsilon_i(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \cdot \frac{x_i}{f(x)}$$

If $f(x) = x_1^a x_2^b$, what is the output elasticity of each factor?

解: $f_1(x) = ax_1^{a-1}x_2^b$, $f_2(x) = bx_1^a x_2^{b-1}$, 从而第一个要素的产出弹性为:

$$\varepsilon_1(x) = f_1(x) \frac{x_1}{f(x)} = ax_1^{a-1} x_2^b \frac{x_1}{x_1^a x_2^b} = a$$

第二个要素的产出弹性为:

$$\varepsilon_2(x) = f_2(x) \frac{x_2}{f(x)} = bx_1^a x_2^{b-1} \frac{x_2}{x_1^a x_2^b} = b$$

4. 如果 $\varepsilon(x)$ 是规模弹性, $\varepsilon_i(x)$ 是要素 i 的产出弹性, 证明:

$$\varepsilon(x) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i(x)$$

If $\varepsilon(x)$ is the elasticity of scale and $\varepsilon_i(x)$ is the output elasticity of factor i , show that

$$\varepsilon(x) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i(x)$$

证明: 对生产函数 $y=f(x)$, 令 $y(t)=f(tx)$, 其中 $t>0$ 。规模弹性的定义为:

$$\varepsilon(x) = \frac{dy(t)}{dt} \cdot \frac{t}{y} \Big|_{t=1} = \frac{\partial f(tx)}{\partial t} \cdot \frac{t}{f(tx)} \Big|_{t=1}$$

从而:

$$\frac{t}{f(tx)} \cdot \frac{\partial f(tx)}{\partial t} = \frac{t}{f(tx)} \sum_{i=1}^n x_i \frac{\partial f(tx)}{\partial x_i}$$

再利用产出弹性的定义就有:

$$\varepsilon(x) = \frac{\partial \ln f(tx)}{\partial \ln t} \Big|_{t=1} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{f(x)} \cdot \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i(x)$$

5. 对 CES 生产函数而言, $f(x_1, x_2) = (x_1^\rho + x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$ 的规模弹性是什么?

What is the elasticity of scale of the CES technology, $f(x_1, x_2) = (x_1^\rho + x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$?

答:

$$f(tx_1, tx_2) = [(tx_1)^\rho + (tx_2)^\rho]^{\frac{1}{\rho}} = t[x_1^\rho + x_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}} = tf(x_1, x_2)$$

这意味着 CES 生产函数显示出不变规模收益, 因此规模弹性为 1。

或者用定义也可以求得这一结果, 由于

$$e(x) = \frac{dy(t)}{dt} \cdot \frac{t}{y} \Big|_{t=1} = \frac{df(tx)}{dt} \cdot \frac{t}{f(tx)} \Big|_{t=1}$$

$$\text{所以: } \frac{d(t^\rho x_1^\rho + t^\rho x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}}}{dt} = \frac{dt(x_1^\rho + x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}}}{dt} = (x_1^\rho + x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$$

在 $t=1$ 时计算这个导数的值并除以 $f(x_1, x_2) = (x_1^\rho + x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$, 得到规模弹性为 1。

6. 当且仅当 $g'(x) > 0$ 时, 可微函数 $g(x)$ 是严格增函数, 判断对或错?

True or false? A differentiable function $g(x)$ is a strictly increasing function if and only if $g'(x) > 0$.

答: 该命题不正确。这是因为: 如果 $g'(x) > 0$, 可微函数是严格增函数, 但反过来, 则不一定成立。举例来说明, 函数 $g(x) = x^3$ 是可微的, 并且严格递增, 但在 $x=0$ 处的导数为零。

7. 如果 $f(x)$ 是位似技术函数, 并且 x 和 x' 生产同样水平的产出, 那么 tx 和 tx' 也一定生产同样水平的产出。请证明这个结论。

In the text it was claimed that if $f(x)$ is a homothetic technology and x and x' produce the same level of output, then tx and tx' must also produce the same level of output. Can you prove this rigorously?

证明: 首先阐述一下位似技术的定义:

位似技术是一个一次齐次函数的单调变换。换句话说, 函数 $f(x)$ 是位似的, 当且仅当它可以表示成 $f(x) = g(h(x))$, 其中 $h(\cdot)$ 是一次齐次的, $g(\cdot)$ 是单调函数。

由于 x 和 x' 生产同样水平的产出, 从而有 $g(h(x)) = g(h(x'))$, 又因为函数 $g(\cdot)$ 是单调的, 所以必有 $h(x) = h(x')$, 于是:

$$f(tx) = g(h(tx)) = g(th(x)) = g(th(x')) = g(h(tx')) = f(tx')$$

即 tx 和 tx' 也一定生产同样水平的产出。

8. 如果 $f(x_1, x_2)$ 是位似函数。证明它在 (x_1, x_2) 处的技术替代率等于它在 (tx_1, tx_2) 处的技术替代率。

Let $f(x_1, x_2)$ be a homothetic function. Show that its technical rate of substitution at (x_1, x_2) equals its technical rate of substitution at (tx_1, tx_2) .

证明: 位似函数可以写成 $g[h(x)]$, 其中 $h(x)$ 是一次齐次函数, $g(\cdot)$ 是单调函数。位似函数 $f(x_1, x_2)$ 在 (tx_1, tx_2) 处的技术替代率如下:

$$TRS(tx) = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x_1}(tx)}{\frac{\partial f}{\partial x_2}(tx)} = -\frac{\frac{\partial g}{\partial x_1}(tx)}{\frac{\partial g}{\partial x_2}(tx)}$$

从上式可以看出, 一个位似函数的技术替代率与相应的一次齐次函数的技术替代率相等。而一次齐次函数在 (x_1, x_2) 处和 (tx_1, tx_2) 处的技术替代率相等, 因此位似函数在 (x_1, x_2) 处和 (tx_1, tx_2) 处的技术替代率也相等。

9. 考虑 CES 生产函数: $f(x_1, x_2) = (a_1x_1^\rho + a_2x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$ 。证明可以被它写成 $f(x_1, x_2) = A(\rho) [bx_1^\rho + (1-b)x_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}}$ 的形式。

Consider the CES technology $f(x_1, x_2) = (a_1x_1^\rho + a_2x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$. Show that we can always write this in the form $f(x_1, x_2) = A(\rho) [bx_1^\rho + (1-b)x_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}}$.

证明: 改写过程如下:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2) &= (a_1x_1^\rho + a_2x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}} = \left[(a_1 + a_2) \left(\frac{a_1}{a_1 + a_2}x_1^\rho + \frac{a_2}{a_1 + a_2}x_2^\rho \right) \right]^{\frac{1}{\rho}} \\ &= (a_1 + a_2)^{\frac{1}{\rho}} \left[\frac{a_1}{a_1 + a_2}x_1^\rho + \frac{a_2}{a_1 + a_2}x_2^\rho \right]^{\frac{1}{\rho}} \end{aligned}$$

最后令 $b = \frac{a_1}{(a_1 + a_2)}$, $A(\rho) = (a_1 + a_2)^{\frac{1}{\rho}}$

10. 假设 Y 是一个生产集。如果 y 在 Y 中和 y' 在 Y 中意味着 $y+y'$ 在 Y 中, 就可以认为该技术是加性的。如果 y 在 Y 中, 并且对任意的 $0 \leq t \leq 1$, ty 在 Y 中, 就可以认为该技术是可分性的。证明: 如果一项技术既是加性的又是可分性的, 那么 Y 一定是凸的且表现出规模报酬不变。

Let Y be a production set. We say that the technology is additive if y in Y and y' in Y implies

that $y + y'$ is in Y . We say that the technology is divisible if y in Y and $0 \leq t \leq 1$ implies that ty is in Y . Show that if a technology is both additive and divisible, then Y must be convex and exhibit constant returns to scale.

证明: 由于该技术满足可分性, 这就意味着对于任意的介于 0 到 1 之间的实数 t , ty 和 $(1-t)y'$ 都在 Y 中。而加性则意味着两者之和 $ty + (1-t)y'$ 也在 Y 中, 由此凸性即得证明。

对任意大于 1 的实数 t , 它总可以写成 $t = [t] + (t - [t])$, 其中 $[t]$ 表示 t 的整数部分, 由于 $t > 1$, 所以 $[t] \geq 1$, 并且 $(t - [t]) \in (0, 1)$ 。这样, 若 y 在 Y 中, 则由可加性, $\sum_{i=1}^{[t]} y = [t]y$ 也在 Y 中, 再由可分性, $(t - [t])y$ 也在 Y 中, 再次利用可加性, $[t]y + (t - [t])y = ty$ 也在 Y 中, 这就意味着该技术是规模报酬不变的。

11. 对每个投入要求集, 判定其是否满足正则性、单调性和/或凸性。假定参数 a 和 b 以及产出水平严格为正:

(a) $V(y) = \{x_1, x_2: ax_1 \geq \log y, bx_2 \geq \log y\}$

(b) $V(y) = \{x_1, x_2: ax_1 + bx_2 \geq y, x_1 > 0\}$

(c) $V(y) = \{x_1, x_2: ax_1 + \sqrt{x_1 x_2} + bx_2 \geq y\}$

(d) $V(y) = \{x_1, x_2: ax_1 + bx_2 \geq y\}$

(e) $V(y) = \{x_1, x_2: x_1(1-y) \geq a, x_2(1-y) \geq b\}$

(f) $V(y) = \{x_1, x_2: ax_1 - \sqrt{x_1 x_2} + bx_2 \geq y\}$

(g) $V(y) = \{x_1, x_2: x_1 + \min(x_1, x_2) \geq 3y\}$

For each input requirement set determine if it is regular, monotonic, and/or convex. Assume that the parameters a and b and the output levels are strictly positive.

(a) $V(y) = \{x_1, x_2: ax_1 \geq \log y, bx_2 \geq \log y\}$

(b) $V(y) = \{x_1, x_2: ax_1 + bx_2 \geq y, x_1 > 0\}$

(c) $V(y) = \{x_1, x_2: ax_1 + \sqrt{x_1 x_2} + bx_2 \geq y\}$

(d) $V(y) = \{x_1, x_2: ax_1 + bx_2 \geq y\}$

(e) $V(y) = \{x_1, x_2: x_1(1-y) \geq a, x_2(1-y) \geq b\}$

(f) $V(y) = \{x_1, x_2: ax_1 - \sqrt{x_1 x_2} + bx_2 \geq y\}$

(g) $V(y) = \{x_1, x_2: x_1 + \min(x_1, x_2) \geq 3y\}$

答: 正则性是指对所有 $y \geq 0$ 而言, $V(y)$ 是一个非空的闭集。正则性意味着总存在某种可想到的方法来生产出任意给定水平的产出。

单调是说如果 x 在 $V(y)$ 中, 并且 $x' \geq x$, 那么, $x' \geq x$ 也在 $V(y)$ 中。单调性意味着增加要素肯定不会降低产出的水平。

凸性是指如果 x 和 x' 都在 $V(y)$ 中, 那么, 对所有介于 0 和 1 之间的 t 而言, $tx + (1-t)x'$ 也在 $V(y)$ 中。

(a) 投入要求集满足正则性, 单调性以及凸性。

(b) 投入要求集满足正则性, 单调性以及凸性。

(c) 投入要求集是正则性的。 $f(x_1, x_2)$ 的导数都是正的, 所以技术是单调性的。由于等产量曲线凸向原点, 所以生产函数是凹的是充分的(但不是必要的)。为了验证这点, 用生产函数的二阶导数形成一个矩阵, 并看它是否为负半定。海赛矩阵的第一个主子阵必有一个

负的行列式，第二个主子阵必有一个非负的行列式。

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1^2} = -\frac{1}{4}x_1^{-\frac{3}{2}}x_2^{\frac{1}{2}} \quad \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_2} = \frac{1}{4}x_1^{-\frac{1}{2}}x_2^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2^2} = -\frac{1}{4}x_1^{\frac{1}{2}}x_2^{-\frac{3}{2}}$$

$$\text{海赛矩阵} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4}x_1^{-3/2}x_2^{1/2} & \frac{1}{4}x_1^{-1/2}x_2^{-1/2} \\ \frac{1}{4}x_1^{-1/2}x_2^{-1/2} & -\frac{1}{4}x_1^{1/2}x_2^{-3/2} \end{bmatrix}$$

$$D_1 = -\frac{1}{4}x_1^{-3/2}x_2^{1/2} < 0$$

$$D_2 = \frac{1}{16}x_1^{-1}x_2^{-1} - \frac{1}{16}x_1^{-1}x_2^{-1} = 0$$

所以投入要素集是凸性的。

(d) 投入要求集满足正则性，单调性以及凸性。

(e) 投入要求集不满足正则性，因为对任意大于 1 的产量，不存在把它生产出来的技术，但它满足单调性和凸性；

(f) 投入要求集是正则性的。为了检验单调性，写下生产函数 $f(x) = ax_1 - \sqrt{x_1 x_2} + bx_2$ 生产函数求偏导数得到：

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_1} = a - \frac{1}{2}x_1^{-1/2}x_2^{1/2}$$

可见只有当 $a > \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x_2}{x_1}}$ 时，上式才为正，因而投入要素集并不总是单调的。

再来看 $f(x)$ 的海赛矩阵，其行列式为零，且第一个主子式为正。因此根据海赛矩阵无法判断 $f(x)$ 的凸性，但是对于投入要求集 $v(y)$ 可以判断其不是凸的，理由如下：

$ax_1 - \sqrt{x_1 x_2} + bx_2 = y$ ，对此式改写可得： $ax_1 + bx_2 - y = \sqrt{x_1 x_2}$ ，对这个式子两边平方后可知这是一个椭圆方程，并且 $ax_1 - \sqrt{x_1 x_2} + bx_2 \geq y$ 是椭圆的外部区域在第一象限的部分，它不是凸的，即 $v(y)$ 不是凸的。

(7) 这一函数是一线性与一里昂惕夫函数的连续运用，所以它具有这两种函数所拥有的所有性质，包括正则性、单调性和凸性。

1.2 强化习题详解

1. Linearly homogeneous production functions are expressed, quite frequently for the sake of convenience, in "per capita" terms. The trick is simple: one input is factored through the equation (that factor is usually labor, and hence the use of the "per capita terminology").

Consider, for example:

$$y = f(x_1, x_2)$$

where $f(x_1, x_2)$ is homogeneous of degree one. It is possible to define a new function $\phi(X)$ by dividing through by x_2 so that

$$Y = x_2 f((x_1/x_2), 1) \equiv x_2 \phi(X) \quad (1)$$

where, $X \equiv (x_1/x_2)$. Alternatively,

$(Y/x_2) = \phi(X)$, is the per capita production function in terms of x_2 .

Questions:

(a) Express the profit-maximizing conditions in terms of w_1 , w_2 , and $\phi(X)$ under the assumption that the price of output y is unity.

(b) Show that

$$\sigma = \frac{\phi'(X) [\phi(X) - X\phi'(X)]}{X\phi(X)\phi''(X)} \quad (2)$$

(c) Show that if $f(x_1, x_2)$ were a standard CES production function of the form

$$Y = (ax_1^p + (1-a)x_2^p)^{1/p},$$

then the expression offered in part (c) would be consistent with

$$\sigma = 1/(p-1) \quad (2')$$

(d) Return now to the more general function defined in equation (1). Suppose that x_1 and x_2 were to represent capital and labor, respectively. Investment would then correspond simply to an increase in the stock of x_1 . Assume further that labor "owned" no capital, and that it saved $s_2 \cdot 100\%$ of its wage earnings ($w_2 x_2$). Let the capitalists, meanwhile, provide no labor while they save $s_1 \cdot 100\%$ of their income from capital ($w_1 x_1$).

Consider now, an economy progressing along a steady state balanced growth path in macroeconomic equilibrium, so savings equals investment. That is to say, assume that

$$(\text{investment}) = \dot{x}_1 = s_1 w_1 x_1 + s_2 w_2 x_2 = (\text{savings})$$

and require that (x_1/x_2) remain fixed even though x_2 is growing at a rate n . Dot notation again denotes time derivatives, so the steady state requirement can be expressed

$$(\dot{x}_1/x_2) = 0$$

Should the laborers encourage the capitalists to increase s_1 ; i. e., would their wage increase if s_1 were to climb? Show that the answer depends on both the size of the absolute value and the sign of $(s_2 - s_1)$.

Solutions: (a) With the prices properly normalized so that $p = 1$

$$w_2 = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = \frac{\partial (x_2 \phi(x))}{\partial x_2} = -\phi'(x)(x_1/x_2) + \phi(x) = \phi(x) - x\phi'(x) \quad (3)$$

while

$$w_1 = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = \frac{\partial (x_2 \phi(x))}{\partial x_1} = x_2 \phi'(x) x_2^{-1} = \phi'(x)$$

(4)

For any, then, (w_1, w_2) can be illustrated graphically.

Notice from Figure 1-1 and w_1 declines and w_2 increases as x increases. To see this, observe first of all that the slope of the per capita production function

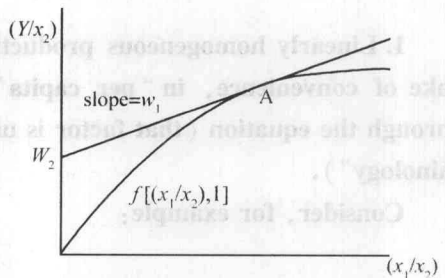


图 1-1 人均产出函数的利润最大化