

振动理论

(上册)

A. A. 安德罗诺夫 著
[苏] A. A. 维特金
C. B. 哈依金

科学出版社

振 动 理 论

(上 册)

A. A. 安德罗诺夫
〔苏〕 A. A. 维 特 著
C. Э. 哈 依 金

《振动理论》翻译组译

科 学 出 版 社

1 9 7 3

内 容 简 介

本书系统地论述了非线性振动理论的一般原理和基本方法,并列举和分析了工程技术中经常会遇到的振动系统(主要是无外力单自由度系统——自治系统)的大量实例。

书中不仅阐明了庞卡莱、李亚普诺夫和作者自己的许多重要成果,而且在问题的数学处理过程中,随时注意给以物理上的解释,使理论更加生动而易于掌握。

全书共十章:线性系统、非线性保守系统、非保守系统、一阶动力学系统、二阶动力学系统、二阶微分方程定性理论基础、具有相柱面的系统、点变换法和分段线性系统、似谐振子非线性系统、不连续振动;分上、下两册出版,上册包括前五章。

本书可供物理、力学、数学研究工作者,工程技术人员,以及高等院校有关专业教师和学生参考。

А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин

ТЕОРИЯ КОЛЕБАНИЙ

Физматгиз, 1959

振 动 理 论

A. A. 安德罗诺夫
〔苏〕 A. A. 维特著
C. Э. 哈依金
《振动理论》翻译组译

*

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1973 年 11 月第 一 版 开本: 850×1168 1/32

1973 年 11 月第一次印刷 印张: 12 1/4

印数: 0001—14,600 字数: 318,000

统一书号: 13031·127

本社书号: 244·13—2

定 价: 1.50 元

振 动 理 论

(下 册)

A. A. 安德罗诺夫
〔苏〕 A. A. 维 特 著
C. Э. 哈 依 金

《振动理论》翻译组译

科 学 出 版 社

1 9 7 4

第二版序言

本书的三个作者中只有此序的作者尚健在。维特(А. А. Витт)于 1937 年去世,他和其他作者一样,同样参加了本书第一版的写作,但是由于不幸的错误,其名字未被列入该书的著者之中。

安德罗诺夫(А. А. Андронов)逝世于 1952 年,即本书第一版问世后的第十五年。在这些年月里,安德罗诺夫及其学生们有成效地继续了非线性振动理论的研究工作,特别是第一版中所论述的非线性振动的那一支——单自由度自治系统。但是,此序的作者在第一版后就没有再参加第一版所论述之问题的进一步的研究工作。安德罗诺夫的学生之一,热列佐夫(Н. А. Железцов),在第二版中,承担了写作在单自由度自治系统领域里所取得的新成果(主要是安德罗诺夫学派的)。这就要求热列佐夫将第一版的内容进行重写并作较大的补充。参加此工作的还有列昂托维奇-安德罗诺娃(Е. А. Леонтович-Андропова)。所有改写的及新写的部分,都在本书相应的地方以脚注形式注明了。

哈依金(С. Э. Хайкин)

第一版序言

今天,似乎已经没有必要特别来说明振动过程在现代物理及技术中的重要意义了. 可以毫不夸大地说,在这些科学中,差不多已经没有什么领域在其中振动没有起到这种或那种作用,更不必说,有很多物理及技术的领域,它们整个是以振动现象为基础的. 只要指出这样的领域就够了,例如:电磁振动(包括光学),声学,无线电技术及应用声学.

振动过程的普遍性、多样性以及其独特性,在建立一些初看起来十分不同的现象之间的内部联系中,起着重要的作用. 据我看来,这些情况就是我们所关心的这一领域——振动——具有原则意义及巨大重要性的主要原因.

下述情况是十分重要的:物理和数学的相互作用,物理的需要对数学方法发展的影响,以及数学反过来对物理的影响,在振动这一领域中显得十分突出. 无疑地,在一些数学问题的发展中,象偏微分方程、积分方程,特别是边界值问题、任意函数按正交函数系的分解等等,物理的要求起着绝非次要的作用. 但是反之亦毫无疑问,只是由于这些数学学科的发展,才有可能深入地了解基本的物理振动现象.

不久以前,物理学家及技术人员的兴趣主要是(虽然不是全部)集中于“线性”振动问题,即这样的系统,其数学描述是线性常微分方程或线性偏微分方程.

与此有关的数学工具已十分完善. 这部分理论的一系列的結果,已被提炼成系统的概念及相当普遍的原理. 由于物理学家经常运用这些概念及定理,并在具体问题中应用它们,似乎可以这样说,它们已具有了物理的明显性. 对物理学家来说,这样的概念,如对数减缩及其在共振现象中的作用;这样的原理,象迭加原理和

与之有关的富氏级数展开,以及更一般的频谱分析方法, n 自由度系统中有 n 个谐振动的存在等等,无疑地已不单是抽象的数学概念及原理;它们和一些物理现象已经有了不可分割的联系。这一情况有着重要意义:它使得物理学家能够直观地,几乎不要什么计算,就能够研究比较复杂的问题,较容易地发现不同类型现象间的联系,最后,也是最重要的,它有着极大的启发力量。

但是近来在一系列的物理及技术问题中,提出了一类新的振动问题,对于这些问题,线性振动理论的工具,或者已不够用,或者完全不适用。

电子管在电磁波的产生及接收问题中开辟了新的十分有效的途径,它的出现,对于引起人们对新型问题发生兴趣起着重大作用。这些新现象在无线电技术里获得了十分重要的应用。只是有了电子管,在我们时代里无线电技术才能取得巨大成就。而物理学家也从中获得十分宝贵的、常常是不可代替的研究工具。为了全面地掌握与此有关的各种各样的现象,以及声学及力学中大量的重要的有意义的现象,线性微分方程这一数学工具是绝对不够的。在线性微分方程的范围里,显然不能包括那些对我们最有特点最有意义的现象。问题在于因为能够完善地描述这些现象的微分方程必定是非线性的。因此我们在这里所讨论的,就是“非线性”系统。

很自然,特别是在开始时,曾有过某种努力,使得在解释这些新的、虽然显然是非线性的问题时,尽可能不远离已十分习惯的线性术语,以及已十分习惯的线性的数学方法,而使它们以某种方式适用于新的情况。此时必须辅加一些补充办法,没有这些补充办法,当然就不可能获得所需的答案。

这种“线性化”的办法永远是人造的,亦很少是有益的,一般来说,多半不会得到什么东西,而有时简直是有害的。事实上,由于这些不合理的线性化,在文献中有着错误的论断,甚至在教科书中也有*。

* 这里,显然对“线性化”的方法估计过低了,线性化方法的各种各样的形式,在一些情况中,还是能够给出满意的定性及定量结果——译者注。

解决上述非线性问题的另一途径是这样的,将每一个具体问题当作非线性问题单独来处理,而考虑到这一问题的独特性质,采用某种最适合此问题的方法。当然,这一方法本身是正确的。一些研究者沿着这一途径取得了宝贵的结果,这些结果迄今还有意义。于此首先应提出范德波耳(Van der Pol)的工作,他的工作在我们关心的这一领域的发展中起着重大作用。直到今天,在某些情况中,有时沿着这一途径前进还是很方便的。

但是,即便不谈这种个别问题个别解决的方法,事实上并没有充分的数学根据,整个这一途径,比如说,作为前进的大道,未必是合适的,因为它不能建立一般的观点以及一般的数学的和物理的基础,在此基础上,才能够相当完全地、全面地概括非线性振动这一领域中的已有的知识,并且更重要地,使得非线性振动这一领域今后能够成功地有计划地向前发展。

其实,不单适合非线性振动个别问题,同时亦适合一系列我们所感兴趣的问题的数学工具的基础早已存在。在著名的庞卡莱(H. Poincaré)及李亚普诺夫(А. М. Ляпунов)的完全是为了其他目的的著作中已经打下了这些基础。本书的著者之一*,首先注意到这些著作与我们的振动问题之间的联系。在使这些数学工具适用于振动问题的研究中,著者们的工作无疑起着十分重要的作用。他们还应用这些方法解决了一系列新的具体问题。他们的工作为其他作者的结果,奠定了牢固的数学基础,前面已经说过,其他作者的这些结果虽然是很宝贵的,但却是分散的,到当时止还没有这样的数学基础。

这样,必需的一般的数学工具的基础是存在的。这一工具比线性的困难而复杂得多,这是事物本质所决定的。它们所包括的物理过程,较之作为一个十分窄的特殊情况的线性过程,复杂而丰富得多。必须说,和线性工具相比,非线性工具研究得还很不够,当然,人们也还很不习惯。但是已经作了不少工作,决定理论进一步发展的方向的一般特点已经有了,亦存在有适用工具,用这些工

* 即安德罗诺夫,参看[3]——译者注。

具就有可能系统地解决一系列非线性振动理论的具体问题。

按我自己的看法,在这一基础上,一般理论的自然的发展,在复杂的非线性振动领域里,将会促使那些已为物理学家日常应用的独特的一般概念、原理及方法,提炼得比今天更加深刻,变得更习惯、更明显,使得物理学家在复杂的现象的总体中能够进行分析,并且给新的研究提供有力的、启发性的工具。

关心近代振动问题的物理学家,按我的意见,现在就应该沿着这一途径,参加进一步推进振动理论的工作。他应该掌握作为这些问题之基础的已存在的数学方法和技巧,并学会应用它们。

就我所知,迄今为止在各国文献里,非线性振动理论一般基础以及其物理应用(针对物理学家的)的系统的讲述,几乎完全没有,这是一个明显的障碍。本书企图弥补这一缺陷。本书的主要目的是,向读者介绍作为非线性振动理论之基础的一些概念和它们的应用。根据这一目的,本书叙述的重点并不是要尽可能多地解决一些个别问题,而在于阐明适合于整个非线性振动领域的基本原理和基本方法。当然,这并不意味着在本书中没有充分重视一些具体问题。正相反,对这类问题,首先是物理学家及技术工作者常常遇到的问题,曾在很多地方进行了分析。但是这些问题是从一般原理的角度进行研究的,它们是一般方法应用的例题及解说。有时为了说明理论讨论的某一方面,作者应用了一些为此而编造的例子,然而这些例子突出地阐明了理论讨论。

正象前已说过的,著者的以庞卡莱及李亚普诺夫的著作为基础的讲述,具有一个非常优异的特点:在物理问题的数学解释中常有这样的情况,联系出发方程与最终结果的数学论述的链条很长,虽然其结果具有物理解释,但是对链条的每一环节却不能都给以物理解释。本书作者成功地克服了这一点,他们的讲述方法亦能够给各个环节以物理解释,这就使得理论更加生动并易于掌握。

在一些原则性的问题上,在适当的地方,著者的讲述超出了该题目的范围。例如,这种情况有,物理问题的抽象化问题,有关初始条件的作用问题,对这些问题都作了十分详细而有意义的分析;

关于所谓的张弛振动的一些讨论也属此例。

所谓的定性积分方法讲得甚为详尽，这些定性积分方法能给出关于振动过程的一些宝贵的知识。就我看来，著者们的这种作法非常正确；他们通过很熟悉的、很习惯的线性系统情况来解说这些方法，当然，对这些情况，更简单的直接方法也是适用的。关于周期解的存在性这一重要问题，给予了应有的注意。具有“小”非线性的问题，从设计观点有十分巨大意义的问题，都作了详尽的讲述。稳定性问题处理得亦很详细。

所有这些问题的讨论，都是针对无外力单自由度系统（所谓自治系统）这一最简单的情况而进行的。在本书中所分析的具体问题及例子亦是这样的。这些问题讲得很完整；但从本书中找不到一个和外力作用有关的问题，亦找不到一个具有几个自由度的系统和具有分布参数的系统的问题。而且所有这些问题，无疑都是十分重要及有意义的。但是如果注意到，一方面所有有关非线性振动的材料是那么多，另一方面本书的基本目的在于给读者介绍一般思想和一般方法，那末著者为什么这样选材就非常清楚了。单自由度的自治系统是最简单的系统，同时在一定意义上，亦是所有更复杂的系统的基础。

研究后一种系统所需要的理论工具，是以本书所讲理论为基础的，亦是它们的进一步发展。这样，虽然本书处理了较窄范围里的问题，但实质上，它是非线性振动一般理论的导引。

我不怀疑，介绍给读者的这本新颖的具有创造性的著作，将是对我们的振动文献的宝贵贡献。

满捷里史塔姆 (Л. Мандельштам)

1935 年

目 录

第二版序言.....	(vii)
第一版序言.....	(viii)
绪论.....	(1)

第一章 线性系统

§ 1. 无阻尼线性系统(谐振子).....	(20)
§ 2. 相平面的概念,谐振子的所有运动在相平面上的表示	(23)
1. 相平面(23) 2. 不含时间的方程(25) 3. 奇点,中心(26) 4. 等倾线(26) 5. 平衡状态与周期运动(28)	
§ 3. 平衡状态的稳定性	(30)
§ 4. 有阻尼的线性振子	(33)
1. 衰减振动过程(34) 2. 衰减振动过程在相平面上的表示(37) 3. 微分方程的直接研究(40) 4. 衰减非周期过程(43) 5. 非周期过程在相平面上的表示(46)	
§ 5. 小质量的振子	(52)
1. $1/2$ 自由度的线性系统(52) 2. 初始条件与理想化(56) 3. 跳跃条件(58) 4. 其他例子(60)	
§ 6. 有“负阻尼”的线性系统	(65)
1. 机械系统的例子(66) 2. 电系统的例子(68) 3. 相平面上的图象(70) 4. 反馈改变时系统的性状(73)	
§ 7. 受斥力作用的线性系统	(77)
1. 相平面上的图象(78) 2. 电系统(81) 3. 鞍点型的奇点(82)	

第二章 非线性保守系统

§ 1. 引言	(86)
§ 2. 最简单的保守系统	(87)
§ 3. 平衡状态近旁的相平面的研究	(91)
§ 4. 整个相平面上运动特性的研究	(99)
§ 5. 最简单保守系统的性状和参数的关系	(107)
1. 重质点沿绕铅垂轴旋转之圆环的运动 (112)	
2. 重质点沿绕铅垂轴旋转的抛物线的运动 (115)	
3. 载流导线的运动 (118)	
§ 6. 运动方程	(123)
1. 有铁芯的振荡回路 (125)	2. 电容器中有色格
湮盐的振荡回路 (128)	
§ 7. 保守系统的一般性质	(130)
1. 周期运动及其稳定性 (131)	2. 单值解析积分
和保守性 (133)	3. 保守系统和变分原理 (137)
4. 积分不变量 (137)	5. 保守系统的基本性
质 (144)	6. 例子. 两个种族的共存问题 (146)

第三章 非保守系统

§ 1. 耗散系统	(150)
§ 2. 具有“库仑”摩擦的振子	(156)
§ 3. 具有 J-特性曲线的电子管振荡器	(163)
§ 4. 钟表理论. 有碰撞的模型	(176)
1. 受到线性阻力的钟表 (178)	2. 栅路中有振荡
回路, 并具有 J-特性曲线的电子管振荡器 (181)	
3. 具有库仑摩擦的钟表模型 (184)	
§ 5. 钟表理论. “带后退擒纵”的无碰撞模型	(192)
1. 摆轮无“固有周期”的钟表模型 (196)	2. 摆轮
有“固有周期”的钟表模型 (202)	
§ 6. 最简单的自振系统的性质	(208)
§ 7. 似正弦自振的初步研究	(209)

第四章 一阶动力学系统

- § 1. 存在性和唯一性定理 (219)
- § 2. 曲线在平面 t, x 上的定性特性对函数 $f(x)$ 形状的依赖关系 (221)
- § 3. 运动在相直线上的表示 (222)
- § 4. 平衡状态的稳定性 (225)
- § 5. 运动特性对参数的依赖关系 (228)
 - 1. 含有电阻与自感的电弧电路 (229)
 - 2. 含有电阻与电容电路中的负阻管 (232)
 - 3. 电子管继电器 (234)
 - 4. 快艇的运动 (237)
 - 5. 单相异步电动机 (239)
 - 6. 摩擦式调速器 (240)
- § 6. 周期运动 (243)
 - 1. 双位式温度调节器 (245)
 - 2. 有氖管之电路中的振荡 (249)
- § 7. 有一个 RC 回路的多谐振荡器 (256)

第五章 二阶动力学系统

- § 1. 相平面上的相轨线与积分曲线 (265)
- § 2. 一般形式的线性系统 (268)
- § 3. 线性系统的例子 (278)
 - 1. 负阻管振荡器的微振荡 (279)
 - 2. “万能”电路 (280)
- § 4. 平衡状态. 平衡状态的稳定性 (284)
 - 1. 特征方程有实根的情况 (285)
 - 2. 特征方程有复根的情况 (290)
- § 5. 例子: 电弧电路中的平衡状态 (293)
- § 6. 极限环与自振 (299)
- § 7. 点变换和极限环 (304)
 - 1. 后继函数与点变换 (304)
 - 2. 不动点的稳定性. 克尼格斯定理 (307)
 - 3. 极限环的稳定性条件 (310)

§ 8. 庞卡莱示性数	(314)
§ 9. 没有闭轨线的系统	(320)
1. 对称电子管继电器(触发器)(322)	2. 发电机的并联运行(330)
3. 有平方项的振子(337)	
4. 非自振系统的又一例(338)	
§ 10. 对相平面远处的相轨线性状的研究	(339)
§ 11. 极限环位置的估计	(347)
§ 12. 近似积分方法	(357)
参考文献	(368)

目 录

第六章 二阶微分方程定性理论基础

- § 1. 引言 (379)
- § 2. 相平面上轨线性状的一般理论. 极限轨线及其分类 (381)
 - 1. 半轨线和轨线的极限点 (381) 2. 关于半轨线之极限点集合的第一基本定理 (383) 3. 辅助定理 (386)
 - 4. 关于半轨线极限点集合的第二基本定理 (389)
 - 5. 半轨线及其极限点集合的可能类型 (393)
- § 3. 相平面的轨线划分的定性图. 奇轨线 (394)
 - 1. 拓扑不变性及轨线划分的拓扑结构 (394) 2. 轨道稳定(非奇)轨线和轨道不稳定(奇)轨线 (396) 3. 奇轨线和非奇轨线的可能类型 (399) 4. 子域——充满相同性状之非奇轨线的区域 (405) 5. 单连通子域及双连通子域 (408)
- § 4. 粗系统 (411)
 - 1. 粗动力学系统 (411) 2. 粗平衡状态 (415) 3. 简单极限环和复杂极限环. 粗极限环 (426) 4. 粗系统中鞍点分界线的性状 (435) 5. 粗性的必要及充分条件 (437) 6. 粗系统中可能轨线的分类 (439) 7. 粗系统中可能的子域类型 (442)
- § 5. 轨线定性图与参数的关系 (449)
 - 1. 参数的分枝值 (450) 2. 平衡状态的最简单的分枝 (452) 3. 从复杂极限环产生极限环 (453) 4. 从复杂焦点产生极限环 (455) 5. 物理例子 (461) 6. 从由鞍点到鞍点的分界线产生极限环, 及从鞍结点型平衡状态之分界线的消失中产生极限环 (463)

第七章 具有相柱面的系统

- § 1. 相柱面 (466)
- § 2. 受到常力矩的摆 (469)
- § 3. 受到常力矩的摆。非保守情况 (475)
- § 4. 关于滑翔飞行的茹考夫斯基问题 (483)

第八章 点变换法和分段线性系统

- § 1. 引言 (491)
- § 2. 电子管振荡器 (494)
 - 1. 振动方程 (494) 2. 点变换 (497) 3. 不动点及其稳定性 (502) 4. 极限环 (506)
- § 3. 电子管振荡器 (对称情况) (509)
 - 1. 振动方程及相平面 (509) 2. 点变换 (510) 3. 不动点和极限环 (514)
- § 4. 具有偏移特性的电子管振荡器 (518)
 - 1. 振动方程。相平面 (518) 2. 点变换 (520) 3. 不动点和极限环 (524) 4. α 及 r 很小的情况 (528)
- § 5. 具有双环 RC 回路的电子管振荡器 (530)
 - 1. 相平面。点变换 (532) 2. 对应函数的研究 (537)
 - 3. 拉梅尔图 (541) 4. 不连续振动 (543) 5. 当 μ 很小时自振的周期 (548)
- § 6. 双位式自动操舵仪 (554)
 - 1. 问题的提出 (554) 2. 相平面。“滑动状态” (558)
 - 3. 点变换 (562) 4. 具有硬反馈的自动操舵仪 (567)
 - 5. 其他自动调节系统 (571)
- § 7. 具有滞后的双位式自动操舵仪 (573)
 - 1. 具有空间滞后的自动操舵仪 (574) 2. 具有时间滞后的自动操舵仪 (585)

§ 8.	继电自动调节系统 (具有死区和空间滞后)	(594)
	1. 某些继电系统的运动方程 (595) 2. 相面 (598)	
	3. $\beta < 1$ 时的点变换 (601) 4. 拉梅尔图 (604) 5. 相面的轨线划分的结构 (610) 6. 有强速度校正时系统的动力学 (614)	
§ 9.	有平方阻尼的振动系统	(617)
§ 10.	蒸汽机	(621)
	1. “恒定”负荷下工作的蒸汽机 (624) 2. 在“恒定”负荷下工作且装有调节器的蒸汽机 (631) 3. 在与转速有关的负荷下工作的蒸汽机 (636)	

第九章 似谐振子非线性系统

§ 1.	引言	(645)
§ 2.	范德波尔法	(648)
§ 3.	范德波尔法的理论根据	(657)
	1. 研究建立过程时应用范德波尔法的根据 (657)	
	2. 研究定态状态振动时应用范德波尔法的根据 (664)	
§ 4.	范德波尔法的应用	(670)
	1. 软状态下的电子管振荡器 (671) 2. 以五次多项式逼近其特性的电子管振荡器 (675) 3. 具有双环 RC 回路的电子管振荡器中的自振 (681)	
§ 5.	庞卡莱法	(684)
	1. 庞卡莱法的思想 (686) 2. 似线性系统的庞卡莱法 (688)	
§ 6.	庞卡莱法的应用	(698)
	1. 有软状态的电子管振荡器 (698) 2. 小参数 μ 的值 (701)	
§ 7.	有折线型特性的电子管振荡器	(703)
	1. 有 J 特性的电子管振荡器 (703) 2. 具有无饱和之折线型特性的电子管振荡器 (704)	