中等算學研究會叢書第二種

算學通論

余介石 編著

周家樹
張鴻基 校訂

上海中華書局印行

民國二十二年三月印刷
民國二十二年三月發行

算學通論（全一冊）

◎定價銀八角
（外埠另加郵匯費）

編著者　余介石
校訂者　周家樹　張鴻基
發行者　中華書局有限公司　代表人　陸費逵
印刷者　上海靜安寺路　中華書局印刷所
總發行所　上海棋盤街　中華書局
分發行所　北平天津張家口石家莊邢台保定濟南青島太原開封鄭州西安蘭州成都重慶長沙常德衡州漢口南昌九江安慶蕪湖南京徐州杭州溫州福州廈門廣州汕頭潮州梧州雲南瀋陽煙台香港新加坡　中華書局

（六九八四）

算學通論

目次

算學通論

緒言

"不要以爲算學是艱深難解而和常識相背馳的. 他不過是精鍊的常識罷了"

克爾文勳爵

"Do not imagine that mathematics is hard and crabbed and repulsive to common sense. it is merely the etherealization of common sense"——Lord Kelvin.

我們日常生活裏,常常遇到計算的問題,必須有算學的知識,才能解決. 但是算學的效用,還不止限於日常生活方面; 他乃是近世一切科學的總鑰匙. 歷史較爲長遠一些的自然科學,如天文,如物理,如化學,都因儘量用過這種最敏利的工具——算學——來整理,所以有完密

的系統，廣大的發展．新進的自然科學，如生物，如地質，如心理，甚至社會科學，如社會學，如經濟學，種種科目，採用算學的地方，也日見增加．

所以有人就以一種科學中，應用着算學地方的多少，來作爲他發展完備程度的判別．客觀性的科學，不論是自然科學或社會科學，誠然是用試驗來做根據．但是如果沒有算學，便不能整理這些由試驗得來的散漫材料，不能歸納成統系的理論，不能得到最準確精密的記錄．就“無所爲”的精神看來，算學正不必以他的應用廣遠爲可貴，在現在算學知識中，也有不少部分，還不明白有什麼應用的．算學正如隱士高賢天下有待於他的時候，“摩頂放踵”，在所不辭；用不着他的時候，也決不肯諧俗以求知於當世．

然而算學的應用方面，很可引起研究的興趣，充實研究的內容，這種相輔爲用的地方，在算學發展史上，是屢見不鮮的事實，我們應當注意的．

從算學內容的博大，應用的微妙看來，大可

鼓勵研究者的動機，激發他的興趣. 但是實際的情形，能如這種期望麼? 學算的人有幾個不存"仰之彌高，鑽之彌堅，瞻之在前，忽然在後"的感嘆? 縱有"循循善誘"的導師，如希臘名哲歐几里得 Euclid，也只好說，"幾何中無王道""There is no royal road to geometry". 古往今來，算學書籍中的不少名著，不少典籍，那一本不是以"精深博大"著稱，絕無以"平易近人"名世. 固然專門著述，名山事業，所重在彼不在此；但是我們初學的人所期望的，却又在此而不在彼.

就算學自身的本質——內容的廣浩，理論的嚴謹，方法的細密，運算的繁重——說來，是絕對不容許這本小册子能妄冀幾分奢望的.
青年們在中等教育階段裏消耗於算學一科的時間，初中時約佔全部的六分之一，高中時約佔十分之一（這是就高初中必修科算學學分所佔比例而言，選修的，還不在內）. 但是教科書所注

重的,在於各種的算法,或是圖形的性質. 好像我們在顯微鏡下面, 看出動植物某一部分的詳細組織,看不見他的全體形狀. 要想明白一些概括的見解,基本的原理, 各種基本觀念和方法發展的經過,便不得不在教科書以外去求. 凡是研究一門科學, 一方面要向細密的地方深入, 一方面要從廣闊的地方着眼. 我們要知道"所當然", 也要知道 "所以然". 只知"所當然", 常常感到枯燥, 只知"所以然", 也易流於空疏, 二者是不能偏廢的. 這一點對於學算學的人尤其重要, 算學并不是由零星法則, 公式, 和定理堆積而成的,他自有基本原理和方法. 不明白這些地方的人,決不能了解算學的性質, 只能看見許多散碎繁瑣的片段, 而不能理成條理分明的線索. 尤其是在中學階段很短促的時間內, 怎能學完那紛亂如蔴的材料, 即使能學完, 仍舊是頭緒茫然. 至於教學的人, 只當教人以基本原則和方法, 使學生有自行研究的工具和

能力，并不要自矜廣博，將徵目細節，儘量臚列．這是最沒有啟發性的方法，最足摧殘青年的創造力．

著者唯一的希望，便是望這本小冊子，能幫助青年們了解“算學”一門科學的性質，誠如克爾文勳爵所說的，“是精鍊的常識”． 至於說理的淺近，取材的簡略，當然不免見笑於方家，著者願敬受之而不辭．

上篇

算學觀念發達史

第一章

算學思想的起源

1. 與生均生的思想

算學思想的起源，可以說是與生均來的。二三歲的小孩子，便會點十以內的數目，能辨別簡易的幾何圖形，如方如圓，據英國生物學家羅曼內斯 Romanes 氏(1848—1894)的實驗，知道一種非洲產的猩猩，也能辨識從 1 到 5 各數。又如動物走動的時候，也知道向目標一直走去最近；他豈不是也懂"兩點中間直線段最短"的道理麼？有馬拉狄 Maraldi 者，實驗得蜜蜂房上的兩種平面角總是$109°28'$和$70°32'$。果奧睦耳 Réaumur 疑心這種構造，能够使表面面積最小，可以節省材料。他便請幾何家庫尼格 Koenig 去推算，結

果竟證明這種理想,不過只有 $2'$ 的差誤. 後來馬克羅林 Maclaurin 和呂利爾 L' Huillier 二人分別研究這問題,得到更驚人的結果. 就是這 $2'$ 的微細差誤,是由於庫尼格計算有錯,并非蜜蜂的方法不準.

2. 史前期的算學知識

有史以前的人類,算學知識發展到什麼程度,己屬無從詳考. 我們可從兩方面,去推得一些梗概. 第一種方法,是考察史前期人類遺留下來的器具. 第二種方法,是研究今日存在未開化民族的習慣.

大約在很古的一個時期裏,人類只知道大小數目的差別. 經過許多年代以後,方才漸漸的知道,用手指點數. 在這情形下,當然只能數到十爲止. 在有些未開化的民族,對於從一到十各數的名稱,是和手指的名稱相同的. 十以上的數量,他們只好說是"很多",不知道更加分別.

到第二個時期,有人想出堆石子來記數,并