

张元仲 著

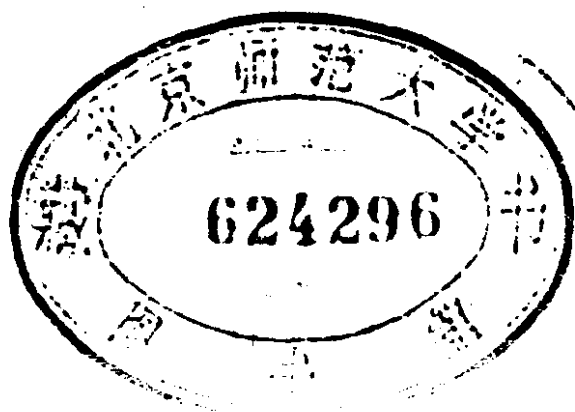
狭义相对论 实验基础

科学出版社

狭义相对论实验基础

张元仲 著

JY11116/28



科学出版社

1979

内 容 简 介

狭义相对论在近代物理学中已有广泛的应用，是物理学的基础理论之一。它的基本假设和结论有着牢固的实验基础。本书评述了狭义相对论的基本原理和主要内容，并分五个方面综述了实验检验的情况。这五个方面是：光速不变原理、时间膨胀效应、缓慢运动物体的电磁现象、相对论力学和光子静质量上限。

本书可供物理学工作者以及其他对相对论感兴趣的读者参考。

狭义相对论实验基础

张元仲 著

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1979年9月第一版 开本：850×1168 1/32
1979年9月第一次印刷 印张：6
印数：0001—48,780 字数：155,000

统一书号：13031·1045

本社书号：1467·13—3

定价：0.75 元

序

初次学习狭义相对论的人，往往误认为迈克尔逊 (Michelson) 实验或“光速不变性”是狭义相对论的实验基础。但是，在相对论出现以前，斐兹杰惹 (Fitzgerald) 和索末菲 (Sommerfeld) 已经在以太论的基础上对迈克尔逊实验的结果给出了解释。因此，迈克尔逊实验的零结果既可用以太论来解释，也可用相对论来解释，也就是说，它既不否定光速不变，也不肯定光速不变。所以，企图用迈克尔逊类型的实验来进一步更准确地验证光速不变将是没有意义的。事实上，“光速不变原理”是爱因斯坦在那些企图寻找“以太”的实验所显示的否定结果启发下，为了解决电磁现象与经典力学理论之间的矛盾而提出的一个新的科学假设，并进而从这个假设和相对性原理出发建立了狭义相对论。

很显然，“光速不变原理”在它最初被提出时只是一个假设，而不是迈克尔逊实验的结论。但它代表一个划时代的理论思维的飞跃。狭义相对论的真正实验基础，是半个多世纪以来的大量实验事实。这些实验事实只能用相对论来解释和预见。只是在有了这些牢固的实验基础以后，人们才能回过来说光速不变假设和相对性原理是反映客观现实的真理。本书详细分析和介绍了验证狭义相对论的大部分实验的原理和测量结果，从而展示出狭义相对论的真正的实验基础，这是有重要意义的。它使人们得以重温这个理论经过严格的实践检验终于被接受为客观真理的过程，并进一步体会相对论在近代物理学 (如量子场论) 以及它在工业 (如原子能应用) 的发展中所处的重要地位。我们认为，只有深刻地认识这些才算是狭义相对论有了真正的认识。

胡 宁

1978 年春

前 言

从1905年爱因斯坦提出狭义相对论到今天已经七十多年了。随着科学的发展,这个理论已在许多领域得到了应用,成了近代物理学的主要基础之一。另一方面,为了检验这个理论的基本假设和各种相对论效应;人们反复不断地采用各种新的实验方法和测量技术进行了观察,为这个理论提供了丰富的实验证据。许多实验的测量精度都是很高的,但也有一些方面精度较低。今后,人们将会继续采取各种可能的方法,来更为精确地检验各种相对论效应。我们的主要目的是想从理论的角度(因而我们将不注意具体的实验技术和测量细节)总结和分析检验狭义相对论的几种主要实验类型的原理和测量结果,以展示实验在哪些方面、通过什么样的方式对狭义相对论进行过检验,和检验到什么程度。我们认为,这样的一本书是有意义的。

本书先介绍狭义相对论的基本内容和主要结论,然后分别总结和分析如下几种类型的实验原理和观察结果:狭义相对性原理、光速不变原理、时间膨胀效应、缓慢运动物体的电磁现象、相对论力学和光子静质量上限。我们所依据和参考的是1976年以前的有关文献,这些文献我们将在书末列出。

在本书编写过程中承胡宁、何祚麻、戴元本、王祝翔、郭汉英诸同志以及邹振隆同志给予不少帮助,提出不少宝贵意见,并承胡宁同志写序,在此表示衷心感谢。

作 者

1977年10月

目 录

序	i
前言	ii
第一章 狭义相对论基础	1
§ 1.1 爱因斯坦狭义相对论	1
1.1.1 狭义相对论的主要内容	4
(一)无穷小洛伦兹变换	6
(二)爱因斯坦速度相加定律	7
(三)长度收缩	8
(四)时间膨胀(延缓)	8
(五)多普勒频移效应	9
(六)相对论力学	10
(七)光子的静质量	11
1.1.2 狭义相对论实验的主要类型	12
§ 1.2 回路光速不变的狭义相对论	14
第二章 光速不变原理实验	22
§ 2.1 光速不变性实验	23
2.1.1 闭合光路实验	24
(一)迈克尔逊-莫雷型实验	24
(二)回路干涉仪实验	28
(三) Kennedy-Thorndike 实验	30
2.1.2 “单向”光路实验	30
(一)两梅塞实验	31
(二)转动圆盘的穆斯堡尔效应实验	31
(三)两莱塞实验	32
§ 2.2 运动光源实验	34
2.2.1 天体光源和实验室宏观光源	34
(一)天文学证据	34

(二) 干涉仪实验	37
(三) 其他实验	40
2.2.2 运动介质实验	40
(一) 运动的反射镜实验	40
(二) 运动的透明介质片	42
2.2.3 高速微观粒子的 γ 辐射	46
§ 2.3 小结	55
第三章 时间膨胀效应	59
§ 3.1 原子钟的环球航行实验	61
§ 3.2 多普勒频移效应	65
3.2.1 氢的极隧射线实验	68
3.2.2 原子核俘获反应中的 γ 射线发射	72
3.2.3 穆斯堡尔效应实验	74
(一) 穆斯堡尔效应对温度的依赖性	75
(二) 横向二阶多普勒移动	77
3.2.4 运动原子对激光的饱和吸收效应	80
§ 3.3 飞行介子的寿命增长	80
3.3.1 宇宙线中的 μ 介子	82
3.3.2 测量宇宙线 μ 介子寿命	82
3.3.3 测量加速器产生的介子的寿命	83
§ 3.4 小结	85
第四章 缓慢运动物体的电磁现象	90
§ 4.1 运动介质电动力学(麦克斯韦-闵柯夫斯基电磁理论)	91
4.1.1 场方程、场量变换和组成关系	92
4.1.2 电磁波在运动介质中的传播	95
4.1.3 折射和反射	97
§ 4.2 运动物体的电磁感应实验	99
4.2.1 单极感应	99
4.2.2 运动电介质的磁效应	101
4.2.3 威尔逊-威尔逊实验	103
§ 4.3 菲涅耳牵引效应	105

4.3.1	斐索实验和塞曼实验	107
4.3.2	横向“牵引”实验	113
4.3.3	环路莱塞实验	115
§ 4.4	光在平面镜上的反射实验	120
§ 4.5	小结	121
第五章	相对论力学实验	124
§ 5.1	质量对速度的依赖关系	126
5.1.1	荷电粒子的磁偏转	127
5.1.2	静电磁偏转法	129
5.1.3	回旋加速器的运转	135
5.1.4	其他实验	136
5.1.5	测量飞行时间	138
5.1.6	弹性碰撞	139
5.1.7	原子光谱的精细结构	142
5.1.8	小结	143
§ 5.2	质能关系	144
第六章	光子静质量上限	152
§ 6.1	真空光速的色散效应	154
6.1.1	光速的测定	156
6.1.2	星光到达地球的时间差	157
§ 6.2	对库仑定律的检验	159
§ 6.3	静磁场方法	165
6.3.1	薛定谔外来场方法	166
6.3.2	地磁场随高度的变化	170
6.3.3	偏心偶极子(“垂直电流”效应)	171
§ 6.4	星际等离子体(磁流体力学)效应	172
6.4.1	磁流体力学波	173
6.4.2	星际磁场的耗散效应	176
6.4.3	星际等离子体的不稳定性问题	180
§ 6.5	其他方法	181
§ 6.6	小结	183

第一章 狭义相对论基础

§1.1 爱因斯坦狭义相对论

经典力学以惯性定律为基础。惯性定律可以陈述为：任何物体在不受其他物体的作用时，将保持静止或作匀速直线运动的状态。我们知道，说一个物体是静止的或是运动的，都是相对于其他物体（参考物体或坐标系）而言的。惯性定律的上述陈述并不是对任何坐标系都适用，而只是对那些称之为“惯性系”的坐标系才有效。或者反过来说，惯性定律成立的那些坐标系叫做“惯性系”。相对于一个惯性系作匀速直线运动的坐标系也是惯性系。在经典力学中，联系任意两个惯性系之间的坐标变换是伽利略变换：

$$\begin{aligned}x' &= x - vt, \\t' &= t.\end{aligned}$$

借助于伽利略变换，我们可以把力学中的相对性原理陈述如下：一切力学定律在伽利略变换下保持形式不变。或者说，如果物体在某一惯性系中遵循某种力学规律，那么它在一切惯性系中也都遵循同样的力学规律。在以上述惯性定律和伽利略相对性原理为基础的经典力学中，空间和时间是绝对的、相互分离的：物体的大小与惯性参考系无关；时间的流逝不因惯性运动而改变；不同地点的同时性是绝对不变的，即对于发生在不同地点的两个事件，如果在一个惯性系中看来是同时发生的，那么在其他任何惯性系中看来也都是同时发生的。

十九世纪，随着对电磁现象的深入研究，出现了不少与经典力学相抵触的情况。首先，运动物体的电磁感应现象（例如一个磁体和一个导体之间的电动力的相互作用现象）表现出运动的相对性——是磁体运动，还是导体运动，其效果一样。但是，当把麦克

斯韦电动力学应用到运动物体上时就要引起不对称性；其次，把伽利略变换应用于真空中的麦克斯韦电磁场方程时，我们可以发现它不再是协变的了，即电磁现象不满足相对性原理；第三，寻找“以太”的实验给出的是负的结果。我们知道，“以太”的概念首先是在力学中引入的。在力学里，曾经有两种力的概念存在，一种是接触力（如碰撞、压力或拉力等等），另一种是超距作用力（如重力）。但是，如果我们试图以完备的因果关系来概括关于物体的经验时，似乎除了由直接接触所产生的那些作用之外不应有别的作用。按照这样的观念，人们曾试图以接触作用力来解释牛顿的超距作用力，即认为超距作用力实际上是靠充满空间的媒质来传递的，传递方式或是靠这种媒质的运动，或是靠它的弹性形变。这样，便提出了以太假说。当人们深入研究电磁现象时，为了把电磁现象纳入统一的力学图象，发展了“光以太”假说。根据这种观点，以太是电磁作用传播的媒质，电和磁是以太的应力和应变，电磁波（或光）是以太的波动（机械振动）。为了寻找光以太相对于地球的运动，迈克尔逊（Michelson）和莫雷（Morley）用干涉仪做了实验观察。但是得到的结果是否定的；第四，实验发现，电子的惯性质量随电子运动速度的增加而加大，这种现象是与经典力学的质量概念矛盾的。

1905年，爱因斯坦在前人，特别是洛伦兹和彭加勒（Poincaré）工作的基础上，分析了经典力学与电磁实验之间的矛盾，提出了一些崭新的物理观念。第一，他抛弃了“以太”，认为“电磁场不是媒质的状态，而是独立的实体，正象有重物质的原子那样，不能归结为任何别的东西，也不能依附在任何载体之上。”第二，他把力学中的伽利略相对性原理进行了推广，使之包括电动力学和光学现象，提出了“狭义相对性原理”。第三，最重要的，也是与经典力学有本质区别的概念就是关于同时性的定义。在经典力学中隐含着绝对同时性的假定。在实践中如何来实现绝对同时性呢？如果设想有一种瞬时传播的（传播速度为无限大的）信号存在，那么我们就可以借助于这种信号传递信息（校钟）来确定远处发生的事件的真实时刻，但是，在自然界中人们从来没有找到这样的信号。爱因斯坦仔

细分析了同时性问题，指出“如果要描写一个质点的运动，我们就要给出它的坐标值的时间函数。这里我们必须记住，这样的数学描述只有在我们十分清楚‘时间’指的是什么之后才有物理意义。”如果只涉及某一地点的“时间”，那么用位于该地点的一只表来定义就足够了。“但是如果要把发生在不同地点的一系列事件在时间上联系起来，或者说——其结果依然一样——要定出那些在远离这只表的地点所发生的事件的时间，那么这个定义就不够了”。例如，在空间的 A 点放一只钟就可定义 A 点处发生的事件的时间；在空间的 B 点也放一只同样结构的钟，就可定义 B 点处发生的事件的时间。这样我们就定义了“ A 时间”和“ B 时间”。但是，如果我们不进一步定义 A 和 B 的公共“时间”（即不同地点的同时性），就不可能把 A 处的事件同 B 处的事件在时间上进行比较。然而，当我们通过定义光从 A 到 B 所需要的“时间”等于它从 B 到 A 所需要的“时间”的时候， A 和 B 的公共“时间”也就定义了。这样，爱因斯坦提出了光速不变的假设，并且在狭义相对性原理和光速不变原理的基础上建立了狭义相对论，突破了牛顿的绝对时空观，确立了崭新的时空观念。这个理论解释了经典物理理论所不能解释的各种电磁现象；对麦克斯韦电磁场方程给出了形式上的澄清，特别是对电场和磁场本质上是同一的东西的理解；导致了不同地点同时性的相对性（在某一惯性系中发生在不同地点的同时事件，在其他惯性系中看来不再是同时发生的了）；预言了长度收缩、时钟变慢效应；给出了质量随速度变化的公式和质量-能量关系式。从形式上看，狭义相对论的成就可以表征为：它一般地指出了普适常数 c （真空中的光速）在自然定律中所起的作用，并且表明了时间和空间坐标在自然定律中存在一种密切的联系。长期以来，狭义相对论已获得了广泛的应用，成了近代物理学理论的重要基础之一。下面我们先简单介绍一下狭义相对论的基本内容，然后分别说明检验这些内容的几种主要实验类型。为了明显起见，我们采用三维形式而不采用闵柯夫斯基（Minkowski）四维几何学。

1.1.1 狭义相对论的主要内容

狭义相对论的基础(基本假设)是狭义相对性原理和光速不变原理。相对性原理是说,一切物理定律在相对作匀速直线运动的所有惯性系内均成立。光速不变原理则表述为:光在真空中总是以确定的速度 c 传播,这个速度的大小同发射体的运动状态无关。

从上述这两个原理出发,可以导出任意两个惯性系之间的线性坐标变换是洛伦兹变换。为此,我们假定有两个惯性系 K 和 K' , K 系的笛卡儿坐标轴 x, y 和 z 分别与 K' 系的笛卡儿坐标轴 x', y' 和 z' 平行,而且在 $t = t' = 0$ 时刻 K 系的原点与 K' 系的原点重

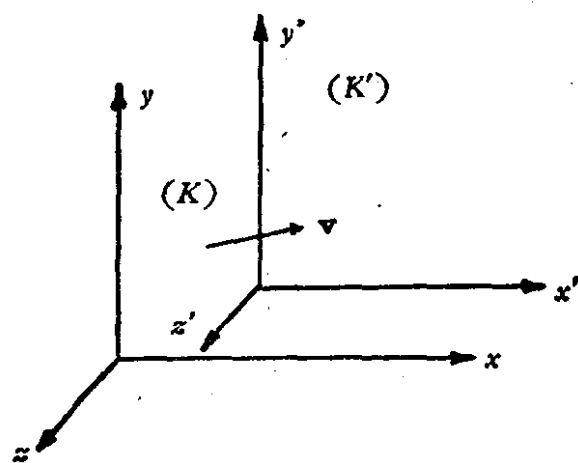


图 1.1 惯性系 K' 相对于 K 以速度 $\mathbf{v}$ 移动。

合。 K' 系相对于 K 系以不变速度 $\mathbf{v}$ 作匀速直线运动(图1.1)。由相对性原理和光速不变原理出发,导出这两个惯性系之间的坐标变换(洛伦兹变换)是

$$\mathbf{r}' = [\mathbf{r} + (\gamma - 1)\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{r})/\beta^2] - \gamma\boldsymbol{\beta}ct, \quad (1.1a)$$

$$ct' = \gamma(ct - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{r}), \quad (1.1b)$$

其中 $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$, $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{v}/c$, $\beta = |\boldsymbol{\beta}|$, c 是真空中光速, $\mathbf{r} = (x, y, z)$, $\mathbf{r}' = (x', y', z')$, t 和 t' 是 K 系中的观察者测量某一物理事件所得到的空间坐标和时间坐标, $\mathbf{r}'$ 和 t' 则是 K' 系中的观察者测量同一物理事件所获得的空间坐标和时间坐标,洛伦兹变换(1.1)给出了这两组测量值之间的联系。

为了方便起见,我们取惯性系 K' 相对于惯性系 K 的速度 $\mathbf{v}$

平行于 x 轴, 即 $\mathbf{v} = (v, 0, 0)$, 这时洛伦兹变换 (1.1) 简化为

$$\begin{cases} x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \end{cases} \quad (1.2a)$$

其反变换是

$$\begin{cases} x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \\ y = y', \\ z = z', \\ t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \end{cases} \quad (1.2b)$$

由于洛伦兹变换 (1.2) 是线性变换, 因此它的微分形式的变换式将与 (1.2) 的形式相同, 即

$$\begin{cases} dx' = \frac{dx - v dt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \\ dy' = dy, \\ dz' = dz, \\ dt' = \frac{dt - \frac{v}{c^2}dx}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \end{cases} \quad (1.3a)$$

反变换是

$$\begin{cases} dx = \frac{dx' + v dt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \\ dy = dy', \\ dz = dz', \\ dt = \frac{dt' + \frac{v}{c^2}dx'}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \end{cases} \quad (1.3b)$$

将洛伦兹变换 (1.2) 或 (1.3) 与伽利略变换进行比较可以看出,洛伦兹变换比伽利略变换多出两部分. 其一是多了一个因子 $\sqrt{1-\beta^2} = 1 - \frac{1}{2}\beta^2 + O(\beta^4)$, 这个因子称为收缩因子,它的存在导致了长度收缩和时钟变慢效应. 由于收缩因子与 1 的差别是 β 的二阶小量,因此“尺缩”和“钟慢”效应是 β^2 的量级;其二是洛伦兹变换式中的时间变换式多了一项 vx/c^2 或 vdx/c^2 , 这一项称为“爱因斯坦同时性因子”,它是爱因斯坦同时性定义的直接结果,它的存在导致了不同地点同时性的相对性. 下面我们将看到,在某些情况下,这一项具有 β 的量级,而在另一些情况下,这一项则具有 β^2 的量级. 由洛伦兹变换式可以引出如下的几个结果:

(一) 无穷小洛伦兹变换

从形式上看,当 $c \rightarrow \infty$ 时,洛伦兹变换 (1.2) 或 (1.3) 就变成了伽利略变换. 但这并不是说无穷小洛伦兹变换 (当 $v \ll c$ 时,洛伦兹变换的一阶近似)就是伽利略变换. 因为在实际中,光速 c 并不是无限大,而只具有有限的量值. 所以,当 $v \ll c$ 时,即两惯性系之间的相对速度 v 远小于光速 c 时,略掉 v/c 的二阶以上的小项,方程 (1.2a) 的一阶近似(无穷小洛伦兹变换)是

$$x' = x - vt, \quad (1.4a)$$

$$y' = y, \quad (1.4b)$$

$$z' = z, \quad (1.4c)$$

$$t' = t \left[1 - \frac{v}{c} \left(\frac{x}{t} \right) \right]. \quad (1.4d)$$

其中方程 (1.4d) 右边方括号中的第二项是同时性因子, 它的量级要视 $\left(\frac{x}{t} \right)$ 的量级而定. 例如,当被观察的物理事件是一个质

点的运动时, x/t 就是该质点的速度 u_x (严格地说,应当是 $dx/dt = u_x$). 只有当 $u_x = x/t \ll 1$, 或者 u_x/c 与 v/c 同数量

级时,同时性因子 $\frac{v(x/t)}{c^2}$ 才是二阶小量,也才能被略去,这时无穷小洛伦兹变换(1.4)就变成了伽利略变换.相反,若质点的速度沿 x 轴的分量接近于光速,即 $u_x \sim c$, 此时 $\frac{v}{c}(x/t)$ 是 v/c 的一阶项.在这种情况下,无穷小洛伦兹变换(1.4)比伽利略变换多一个同时性因子项(这是由于狭义相对论的同时性定义与古典物理学中的定义不同).

(二) 爱因斯坦速度相加定律

设一质点相对于惯性系 K 的速度是 $\mathbf{u}$, 它在坐标轴上的投影是 $u_x = dx/dt$, $u_y = dy/dt$, $u_z = dz/dt$. 这个质点相对于惯性系 K' 的速度用 $\mathbf{u}'$ 表示, 则 $\mathbf{u}' = (u'_x, u'_y, u'_z) = (dx'/dt', dy'/dt', dz'/dt')$. 将方程(1.3a)中的第四式分别去除其他三个式子,便得到爱因斯坦速度相加公式:

$$\begin{cases} u'_x = (u_x - v)/(1 - vu_x/c^2), \\ u'_y = u_y \sqrt{1 - \beta^2}/(1 - vu_x/c^2), \\ u'_z = u_z \sqrt{1 - \beta^2}/(1 - vu_x/c^2). \end{cases} \quad (1.5a)$$

类似地,利用式(1.3b)可以得到反变换

$$\begin{cases} u_x = (u'_x + v)/(1 + vu'_x/c^2), \\ u_y = u'_y \sqrt{1 - \beta^2}/(1 + vu'_x/c^2), \\ u_z = u'_z \sqrt{1 - \beta^2}/(1 + vu'_x/c^2). \end{cases} \quad (1.5b)$$

从方程(1.5a)可以看出,狭义相对论中的速度相加公式与经典的速度相加公式($\mathbf{u}' = \mathbf{u} - \mathbf{v}$)也有两点不同.一是在式(1.5a)中的第二和第三式里多了一个收缩因子;二是各式的分母上都多了一项 vu_x/c^2 , 这一项的量级要视 u_x/c 的量级而定.因此,即使是在 β 的一阶近似下,公式(1.5)与经典速度相加公式相比也可能有差别.只有当被研究的质点的速度 $u_x \ll c$ 时,公式(1.5)的一阶近似式才是经典速度相加公式.

(三) 长度收缩

假定在惯性系 K' 中沿 x' 轴放置一根长为 l' 的杆子, 它的一端位于 x'_1 , 另一端位于 x'_2 , 即 $l' = x'_2 - x'_1$. 设惯性系 K 中的观察者同时 (即 $\Delta t = t_2 - t_1 = 0$) 测量这根运动杆子的两端所得的空间坐标是 x_1 和 x_2 . 于是, 这根杆子在 K 系看来它的长度就是 $x_2 - x_1 \equiv l$. 利用洛伦兹变换 (1.2a), 考虑到 $\Delta t = t_2 - t_1 = 0$, 我们就可以导出 l 与 l' 之间的如下关系式:

$$l = \sqrt{1 - \beta^2} l'. \quad (1.6)$$

由于 $\sqrt{1 - \beta^2} < 1$, 所以 $l < l'$, l 与 l' 的差别是 β^2 的量级. 方程 (1.6) 告诉我们, 沿 x 轴放置的运动杆子的长度变短了 (洛伦兹收缩). 用方程 (1.2a) 的第二和第三式做类似的讨论可知, 沿 y 轴或 z 轴放置的杆子长度不变. 这就是说, 对于一个运动的物体, 沿它的运动方向上的线度将发生洛伦兹收缩, 而在与它的运动速度垂直的方向上的线度不变.

长度收缩的观念是斐兹杰惹 (Fitzgerald) 和洛伦兹为了用“以太假说”解释迈克尔逊-莫雷实验的零结果而首先提出来的. 需要强调的是, 虽然相对论中的洛伦兹收缩 (1.6) 与斐兹杰惹-洛伦兹收缩在形式上类似, 然而物理含义是截然不同的. 斐兹杰惹-洛伦兹收缩假说有绝对的意义: 对于一给定的杆子, 当它在以太中处于静止的时候, 其长度 (l_0) 最大, 当它相对于以太运动时, 其长度 l 变短了 ($l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}$). 而在相对论中, 并不存在象静止以太那样的优越惯性系, 长度收缩是相对的.

(四) 时间膨胀(延缓)

设有一只在 K' 系中静止的时钟 (即它在 K' 系中的空间坐标固定不变, $dx' = dy' = dz' = 0$), 其时间间隔 (固有时间间隔或原时间间隔) 以 dt' 表示, 与此相对应, 在 K 系中位于不同地点的时钟 (它们是用光信号互相校准的) 记下的相应的时间间隔 (座

标时间间隔) 以 dt 表示. 我们把 $dx' = 0$ 和 $d\tau' \equiv dt'$ 代入方程(1.3b)中的第四式, 便得到

$$dt = d\tau' / \sqrt{1 - \beta^2}, \quad (1.7)$$

即 $d\tau' < dt$, 运动的时钟走慢了(时间膨胀效应). 象长度收缩一样, 时间膨胀效应也是 β^2 的量级. 类似于洛伦兹收缩的情况, 相对论中的时间变慢与拉摩-洛伦兹从以太的观念出发假设的时间变慢也是具有不同含义的.

(五) 多普勒频移效应

对于一个单色平面波 $e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$, 相角 $\varphi = \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t$ 在洛伦兹变换下是个不变量, 其中 $\mathbf{r}$ 和 t 的变换由洛伦兹变换 (1.2) 给出. 因此, 波矢 $\mathbf{k}$ ($k = |\mathbf{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$, λ 是平面波的波长) 和角频率 ω ($= 2\pi\nu$, ν 是平面波的频率) 就必须按变换式 (1.2) 的逆变换变, 即 k_i 和 ω 分别同 $\frac{\partial}{\partial x_i}$ 和 $\frac{\partial}{\partial t}$ 的变换一样. 于是, 我们可以得到两个惯性系中的观察者, 观测同一个单色平面电磁波分别获得的 (k_x, k_y, k_z, ω) 与 $(k'_x, k'_y, k'_z, \omega')$ 之间的关系如下:

$$k'_x = \frac{k_x - \beta\omega/c}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (1.8a)$$

$$k'_y = k_y, \quad (1.8b)$$

$$k'_z = k_z, \quad (1.8c)$$

$$\frac{\omega'}{c} = \frac{\frac{\omega}{c} - \beta \cdot \mathbf{k}}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\omega}{c} \frac{1 - \beta \cdot \mathbf{k}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (1.8d)$$

其中 $\mathbf{k} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$. 如果假定波矢 $\mathbf{k}$ 在 $x - y$ 平面内 ($k_z = 0$), 则方程 (1.8) 表明 $\mathbf{k}'$ 也在 $x' - y'$ 平面内 ($k'_z = 0$). 设 $\mathbf{k}$ 与 x 轴正方向(即速度 $\mathbf{v}$ 的方向)的夹角为 θ , $\mathbf{k}'$ 与 x 轴夹角为 θ' ,