圣才学习网®

www.100xuexi.com

全国注册土木工程师（岩土）执业资格考试辅导系列

注册土木工程师（岩土）基础考试

过关必做1500题（含历年真题）（第2版）

主编：圣才学习网

www.100xuexi.com

中国石化出版社

HTTP://WWW.SINOPEC-PRESS.COM

教·育·出·版·中·心

全国注册土木工程师(岩土)执业资格考试辅导系列

注册土木工程师(岩土)基础考试

过关必做1500题(含历年真题)

(第2版)

主编：圣才学习网
www.100xuexi.com

中国石化出版社

内 容 提 要

本书是全国注册土木工程师(岩土)执业资格考试基础考试的过关必做习题集，包括上午考试和下午考试。本书遵循最新考试大纲的内容编排，共分为18章，根据考试内容和相关要求精心编写了约1500道习题，其中包括了部分**历年真题**。所选习题基本涵盖了考试大纲规定需要掌握的知识内容，侧重于选用常考重难点习题，并对大部分习题进行了详细的分析和解答。

圣才学习网(www.100xuexi.com)丨工程类提供注册土木工程师(岩土)等各种工程类资格考试辅导方案。圣才考研网(www.100exam.com)提供全国所有高校各个专业的考研考博辅导班(保过班、面授班、网授班等)、国内外经典教材名师讲堂(详细介绍参见本书书前彩页)。购书享受大礼包增值服务【100元网授班+20元真题模考+20元圣才学习卡】。本书特别适用于参加全国注册土木工程师(岩土)执业资格考试的考生，也可供各大院校土木工程专业的师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

注册土木工程师（岩土）基础考试过关必做1500题：含历年真题／圣才学习网主编．—2版．—北京：中国石化出版社，2011.7
（全国注册土木工程师（岩土）执业资格考试辅导系列）
ISBN 978-7-5114-1006-1

Ⅰ.①注… Ⅱ.①圣… Ⅲ.①土木工程-工程技术人员-资格考试-习题集②岩土工程-工程技术人员-资格考试-习题集 Ⅳ.①TU-44

中国版本图书馆CIP数据核字（2011）第125048号

中国石化出版社出版发行
地址:北京市东城区安定门外大街58号
邮编:100011　电话:(010)84271850
读者服务部电话:(010)84289974
http://www.sinopec-press.com
E-mail:press@sinopec.com.cn
北京东运印刷有限公司印刷
全国各地新华书店经销
*
787×1092毫米 16开本 26.75印张 4彩插 640千字
2011年7月第2版　2011年7月第1次印刷
定价:56.00元

《全国注册土木工程师(岩土)执业资格考试辅导系列》

编　委　会

主编：圣才学习网(www.100xuexi.com)

编委：李　斐　肖　娟　娄旭海　郭　杰　肖　萌
张润喜　李昌付　袁　宁　李天燕　谢国立
刘丁玲　段　丽　查　慧　段瑞权　段辛雷

序　言

为了帮助考生顺利通过全国注册土木工程师(岩土)执业资格考试，我们根据最新考试大纲和相关考试用书编写了注册土木工程师(岩土)执业资格考试辅导系列：

1.《注册土木工程师(岩土)基础考试过关必做1500题(含历年真题)》(第2版)

2.《注册土木工程师(岩土)专业知识考试过关必做1500题(含历年真题)》(第2版)

3.《注册土木工程师(岩土)专业案例考试过关必做500题(含历年真题)》(第2版)

本书是全国注册土木工程师(岩土)执业资格考试基础考试的过关必做习题集，包括上午考试和下午考试。本书遵循最新考试大纲的内容编排，共分为18章，根据考试内容和相关要求精心编写了约1500道习题，其中包括了部分**历年真题**。所选习题基本涵盖了考试大纲规定需要掌握的知识内容，侧重于选用常考重难点习题，并对大部分习题进行了详细的分析和解答。

需要特别说明的是：为了便于在复习时检测备考效果，我们将习题答案置于相应页的页底。如果相关规范标准、考试大纲以及其他考试资料发生变化，我们会及时对本书进行修订和说明，读者可以登陆圣才学习网(www.100xuexi.com)｜工程类查看并下载相关修订部分。

圣才学习网(www.100xuexi.com)是一家为全国各类考试和专业课学习提供名师网授班、面授班、在线考试等全方位教育服务的综合性学习型门户网站，开设有近100种考试(含418个考试科目)、194种经典教材(含英语、经济、证券、金融等共16大类)的辅导课程。各类考试一般开设11种辅导班型，经典教材开设5种辅导班型(具体班型参见网站)；合计近万小时的面授班、网授班培训课程，可为加盟商提供专用于录像播放班的免费光盘。

圣才考研网(www.100exam.com)是圣才学习网旗下的考研考博专业网站，提供全国所有院校各个专业的考研考博辅导班(保过班、面授班、网授班等)、经典教材名师讲堂、考研题库(在线考试)、全套资料(历年真题及答案、笔记讲义等)、考研教辅图书等。

圣才学习网(www.100xuexi.com)｜工程类提供注册土木工程师(岩土)等各种工程类资格考试辅导方案(辅导班、题库)(详细介绍参见本书书前彩页)。购书享受大礼包增值服务【100元网授班+20元真题模考+20元圣才学习卡】。

咨询热线：010-62515021，4006-123-191(免长途费)
工程考试：www.100xuexi.com(圣才学习网)
考研辅导：www.100exam.com(圣才考研网)

圣才学习网编辑部

目　录

第一章　高等数学

第一节　空间解析几何

单项选择题（下列选项中，只有一项符合题意）

1. 设直线方程为$\begin{cases}x=t+1\\y=2t-2\\z=-3t+3\end{cases}$，则该直线（　　）。[2010年真题]

A. 过点（-1，2，-3），方向向量为$i+2j-3k$

B. 过点（-1，2，-3），方向向量为$-i-2j+3k$

C. 过点（1，2，-3），方向向量为$i-2j+3k$

D. 过点（1，-2，3），方向向量为$-i-2j+3k$

【**解析**】把直线方程的参数形式改写成标准形式$\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{-3}$，则直线的方向向量为±（1，2，-3），过点（1，-2，3）。

2. 设$\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}+3\boldsymbol{k}$，$\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}-2\boldsymbol{k}$，与$\boldsymbol{\alpha}$、$\boldsymbol{\beta}$都垂直的单位向量为（　　）。[2008年真题]

A. $\pm(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k})$　　B. $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k})$

C. $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(-\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k})$　　D. $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k})$

【**解析**】根据题意，先将向量表示为点：$\boldsymbol{\alpha}=(1,2,3)$，$\boldsymbol{\beta}=(1,-3,-2)$；
设与它们垂直的单位向量为$\boldsymbol{\gamma}=(x,y,z)$，则有

$$\begin{cases}x+2y+3z=0\\x-3y-2z=0\\x^2+y^2+z^2=1\end{cases}$$

解得，$\begin{cases}x=\frac{1}{\sqrt{3}}\\y=\frac{1}{\sqrt{3}}\\z=-\frac{1}{\sqrt{3}}\end{cases}$ 或$\begin{cases}x=-\frac{1}{\sqrt{3}}\\y=-\frac{1}{\sqrt{3}}\\z=\frac{1}{\sqrt{3}}\end{cases}$。

表示成单位向量为：$\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k})$。

3. 设$\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$，$\boldsymbol{\gamma}$都是非零向量，若$\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\gamma}$，则（　　）。[2010年真题]

A. $\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\gamma}$　　B. $\boldsymbol{\alpha}//\boldsymbol{\beta}$且$\boldsymbol{\alpha}//\boldsymbol{\gamma}$　　C. $\boldsymbol{\alpha}//(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\gamma})$　　D. $\boldsymbol{\alpha}\perp(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\gamma})$

1D　2D　3C

【解析】根据题意可得，$\alpha\times\beta-\alpha\times\gamma=\alpha\times(\beta-\gamma)=0$，故 $\alpha//(\beta-\gamma)$。

4. 已知平面 π 过点(1，1，0)，(0，0，1)，(0，1，1)，则与平面 π 垂直且过点(1，1，1)的直线的对称方程为(　　)。[2008 年真题]

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{0}=\frac{z-1}{1}$　　B. $\frac{x-1}{1}=\frac{z-1}{1}$，$y=1$

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{z-1}{1}$　　D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{0}=\frac{z-1}{-1}$

【解析】设点 $A=(1,1,0)$，$B=(0,0,1)$，$C=(0,1,1)$，所以有 $\overrightarrow{AB}=(-1,-1,1)$，$\overrightarrow{AC}=(-1,0,1)$，从而平面 π 的法向量为 $n=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}=-i-k$，故所求直线的方向向量为(-1，0，-1)，又直线过点(1，1，1)，从而直线方程为 $\frac{x-1}{1}=\frac{z-1}{1}$，$y=1$。

5. 下列方程中代表锥面的是(　　)。[2008 年真题]

A. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}-z^2=0$　B. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}-z^2=1$　C. $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{2}-z^2=1$　D. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}+z^2=1$

【解析】锥面方程的标准形式为：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$。

6. 下列方程中代表单叶双曲面的是(　　)。[2007 年真题]

A. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}-z^2=1$　B. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}+z^2=1$　C. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{3}-z^2=1$　D. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}+z^2=0$

【解析】由方程 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ 所表示的曲面称为单叶双曲面。

7. 设平面 π 的方程为 $2x-2y+3=0$，以下选项中错误的是(　　)。[2007 年真题]

A. 平面 π 的法向量为 $i-j$　　B. 平面 π 垂直于 z 轴

C. 平面 π 平行于 z 轴　　D. 平面 π 与 xoy 面的交线为 $\frac{x}{1}=\frac{y-\frac{3}{2}}{1}=\frac{z}{0}$

【解析】A 项，过定点 (x_0,y_0,z_0)，以 $n=\{A,B,C\}$ 为法线向量的平面方程为

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

因此，平面 π 的法向量为 $\{1,-1,0\}$ 或者 $i-j$；

B 项，不含 z 分量，应与 z 轴平行；

D 项，令 $z=0$，得平面与 xoy 面的交线，即 $x=y-1.5$，该线过点(0，1.5，0)，方向向量 $S=\{1,1,0\}$，据此可写出点向式方程为 $\frac{x}{1}=\frac{y-\frac{3}{2}}{1}=\frac{z}{0}$。

4B　5A　6A　7B

8. 已知$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$均为非零向量，而$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$，则(　　)。

A. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$　　B. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$　　C. $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$　　D. $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=0$

【解析】由$\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0}$及$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$知

$$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$$

即$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$，所以$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$。

9. 设三向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$满足关系式$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$，则(　　)。

A. 必有$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$或$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$　　B. 必有$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$

C. 当$\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$时必有$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$　　D. $\boldsymbol{a}$与$(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$均不为0时必有$\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$

【解析】因$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$且$\boldsymbol{a}\neq0$，$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}\neq0$，故$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=0$，即$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})=0$，$\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$。

10. 向量(　　)是单位向量。

A. $(1,\ 1,\ -1)$　　B. $\left(\frac{1}{3},\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{3}\right)$

C. $(-1,\ 0,\ 0)$　　D. $\left(\frac{1}{2},\ 0,\ \frac{1}{2}\right)$

【解析】单位向量的条件是向量的模为1，用向量模的计算公式$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}$分别验证。

11. 与向量(1，3，1)和(1，0，2)同时垂直的向量是(　　)。

A. $(3,\ -1,\ 0)$　　B. $(6,\ -1,\ -3)$

C. $(4,\ 0,\ -2)$　　D. $(1,\ 0,\ 1)$

【解析】同垂直于向量(1，3，1)和(1，0，2)的向量应为$c(1,\ 3,\ 1)\times(1,\ 0,\ 2)$，其中$c$为不为零的常数，即

$$(1,\ 3,\ 1)\times(1,\ 0,\ 2)=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ 1 & 3 & 1\\ 1 & 0 & 2\end{vmatrix}=6\boldsymbol{i}-1\boldsymbol{j}-3\boldsymbol{k}=(6,\ -1,\ -3)$$

所以所求向量为$c(6,\ -1,\ -3)$。

12. 设$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$为非零向量，则与$\boldsymbol{a}$不垂直的向量是(　　)。

A. $(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c})\boldsymbol{b}-(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}$　　B. $\boldsymbol{b}-\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|^2}\boldsymbol{a}$

C. $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$　　D. $\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\times\boldsymbol{a}$

【解析】由两向量垂直的充要条件：两向量的数量积为零，以及由向量的运算法则有

A项，$\boldsymbol{a}\cdot[(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c})\boldsymbol{b}-(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}]=0$；

B项，$\boldsymbol{a}\cdot[\boldsymbol{b}-\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|^2}\boldsymbol{a}]=0$；

C项，$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})=0$；

D项，$\boldsymbol{a}\cdot[\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\times\boldsymbol{a}]=|\boldsymbol{a}|^2\neq0$。

8C　9D　10C　11B　12D

13. 设$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$为非零向量，且满足$(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})\perp(7\boldsymbol{a}-5\boldsymbol{b})$，$(\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b})\perp(7\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$，则$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角$\theta=$(　　)。

A. 0　　　B. $\frac{\pi}{2}$　　　C. $\frac{\pi}{3}$　　　D. $\frac{2}{3}\pi$

【解析】由两向量垂直的充要条件得：

$$\begin{cases}(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})\cdot(7\boldsymbol{a}-5\boldsymbol{b})=0\\(\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b})\cdot(7\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})=0\end{cases}$$

即$\begin{cases}7|\boldsymbol{a}|^2+16\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-15|\boldsymbol{b}|^2=0 & (1)\\7|\boldsymbol{a}|^2-30\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+8|\boldsymbol{b}|^2=0 & (2)\end{cases}$

(1)－(2)得：$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\frac{|\boldsymbol{b}|^2}{2}$，(1)×8＋(2)×15得：$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\frac{|\boldsymbol{a}|^2}{2}$，

由上两式得：$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$。

从而$\cos\theta=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\frac{\frac{|\boldsymbol{b}|^2}{2}}{|\boldsymbol{b}|^2}=\frac{1}{2}$，因此$\theta=\frac{\pi}{3}$。

14. 向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$的数量积$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$(　　)。

A. $|\boldsymbol{a}|\,\mathbf{Prj}_{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{b}$　　　B. $\boldsymbol{a}\cdot|\boldsymbol{b}|\,\mathbf{Prj}_{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{b}$

C. $\boldsymbol{b}\cdot|\boldsymbol{a}|\,\mathbf{Prj}_{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{b}$　　　D. $|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\,\mathbf{Prj}_{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{b}$

【解析】$\mathbf{Prj}_{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{b}|\cos(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|}\Rightarrow\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|\,\mathbf{Prj}_{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{b}$。

15. 已知$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$，且$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2$，则$|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}|=$(　　)。

A. 2　　　B. $2\sqrt{2}$　　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　D. 1

【解析】由$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2$，$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$，得$\cos(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，因此有

$$|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\sin(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})=2\sqrt{2}\sqrt{1-(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}=2$$

16. 设向量$\boldsymbol{x}$垂直于向量$\boldsymbol{a}=(2,3,-1)$和$\boldsymbol{b}=(1,-2,3)$，且与$\boldsymbol{c}=(2,-1,1)$的数量积为-6，则向量$\boldsymbol{x}=$(　　)。

A. $(-3,3,3)$　　　B. $(-3,1,1)$

C. $(0,6,0)$　　　D. $(0,3,-3)$

【解析】由题意可得，$\boldsymbol{x}\,/\!/\,\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$，而$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=(2,3,-1)\times(1,-2,3)=(7,-7,-7)=7(1,-1,-1)$，所以$\boldsymbol{x}=(x,-x,-x)$。再由$-6=\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{c}=(x,-x,-x)\cdot(2,-1,1)=2x$得，$x=-3$，所以$\boldsymbol{x}=(-3,3,3)$。

17. 直线L_1：$\begin{cases}x+2y-z=7\\-2x+y+z=7\end{cases}$与$L_2$：$\begin{cases}3x+6y-3z=8\\2x-y-z=0\end{cases}$之间的关系是(　　)。

A. $L_1/\!/L_2$　　　B. L_1，L_2相交但不垂直

13C　14A　15A　16A　17A

C. $L_1 \perp L_2$ 但不相交　　　　　　　　D. L_1，L_2 是异面直线

【解析】由于 $\boldsymbol{l}_1 = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 3\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+5\boldsymbol{k}$，$\boldsymbol{l}_1 /\!/ L_1$；

$\boldsymbol{l}_2 = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 3 & 6 & -3 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -9\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}-15\boldsymbol{k}$，$\boldsymbol{l}_2 /\!/ L_2$；

因 $\frac{3}{-9}=\frac{1}{-3}=\frac{5}{-15}$，故 $\boldsymbol{l}_1 /\!/ \boldsymbol{l}_2$，即 $L_1 /\!/ L_2$。

18. 已知直线方程 $\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0 \\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0 \end{cases}$ 中所有系数都不等于 0，且 $\frac{A_1}{D_1}=\frac{A_2}{D_2}$，则该直线(　　)。

A. 平行于 x 轴　　　　　　　　B. 与 x 轴相交

C. 通过原点　　　　　　　　　　D. 与 x 轴重合

【解析】因 $\frac{A_1}{D_1}=\frac{A_2}{D_2}$，故在原直线的方程中可消去 x 及 D，故得原直线在 yOz 平面上的投影直线方程为 $\begin{cases} By+Cz=0 \\ x=0 \end{cases}$，在 yOz 平面上的投影过原点，故原直线必与 x 轴相交。

19. 点(1，1，1)到平面 $2x+y+2z+5=0$ 的距离 $d=$(　　)。

A. $\frac{10}{3}$　　　　B. $\frac{3}{10}$　　　　C. 3　　　　D. 10

【解析】$d=\frac{|2\times1+1+2\times1+5|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=\frac{10}{3}$。

20. 已知直线 L_1 过点 $M_1(0，0，-1)$ 且平行于 x 轴，L_2 过点 $M_2(0，0，1)$ 且垂直于 xOz 平面，则到两直线等距离点的轨迹方程为(　　)。

A. $x^2+y^2=4z$　　　　　　　　B. $x^2-y^2=2z$

C. $x^2-y^2=z$　　　　　　　　　D. $x^2-y^2=4z$

【解析】两直线的方程为

$$L_1:\ \frac{x}{1}=\frac{y}{0}=\frac{z+1}{0};\quad L_2:\ \frac{x}{0}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{0}$$

设动点为 $M(x，y，z)$，则由点到直线的距离的公式知：$d_i=\frac{|\overrightarrow{M_iM}\times\boldsymbol{l}_i|}{|\boldsymbol{l}_i|}$，其中 $\boldsymbol{l}_i$ 是直线 L_i 的方向向量。有：

$$d_1=\frac{\sqrt{[-(z+1)]^2+(-y)^2}}{1};\quad d_2=\frac{\sqrt{[-(z-1)]^2+x^2}}{1}$$

由 $d_1=d_2$ 得 $d_1^2=d_2^2$，故 $(z+1)^2+y^2=(z-1)^2+x^2$。

即 $x^2-y^2=4z$。

18B　19A　20D

21. 螺旋线 p: $\begin{cases}x=a\cos t\\ y=a\sin t\\ z=bt\end{cases}$（$a$，$b$ 为正常数）上任一点处的切线（　　）。

A. 与 z 轴成定角　　B. 与 x 轴成定角

C. 与 yOz 平面成定角　　D. 与 zOx 平面成定角

【解析】设 $M(x, y, z)$ 为曲线 p 上任一点，则点 M 处的切向量为 $\boldsymbol{l}=(-a\sin t, a\cos t, b)$，而 z 轴的方向向量为 $\boldsymbol{k}=(0, 0, 1)$，于是 $\boldsymbol{l}$ 与 $\boldsymbol{k}$ 的夹角为

$$\theta=\arccos\frac{\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{k}}{|\boldsymbol{l}|\ |\boldsymbol{k}|}=\arccos\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

故该曲线上任一点处的切线与 z 轴成定角 θ。

22. 在曲线 $x=t$，$y=-t^2$，$z=t^3$ 的所有切线中，与平面 $x+2y+z=4$ 平行的切线（　　）。

A. 只有 1 条　　B. 只有 2 条　　C. 至少有 3 条　　D. 不存在

【解析】求曲线上的点，使该点处的切向量 $\boldsymbol{\tau}$ 与平面 $x+2y+z=4$ 的法向量 $\boldsymbol{n}=(1, 2, 1)$ 垂直。曲线在切点处的切向量

$$\boldsymbol{\tau}=(x'(t), y'(t), z'(t))=(1, -2t, 3t^2)$$

$$\boldsymbol{n}\perp\boldsymbol{\tau}\Leftrightarrow\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{\tau}=0$$

即 $1-4t+3t^2=0$，

解得 $t=1$，$t=\frac{1}{3}$。（对应于曲线上的点均不在给定的平面上）

因此，只有两条这种切线。

23. 已知曲面 $z=4-x^2-y^2$ 上点 P 处的切平面平行于平面 $2x+2y+z-1=0$，则点 P 的坐标是（　　）。

A. $(1, -1, 2)$　　B. $(-1, 1, 2)$

C. $(1, 1, 2)$　　D. $(-1, -1, 2)$

【解析】即求曲面 S：$F(x, y, z)=0$，其中 $F(x, y, z)=z+x^2+y^2-4$ 上点 P 使 S 在该点处的法向量 $\boldsymbol{n}$ 与平面 π：$2x+2y+z-1=0$ 的法向量 $\boldsymbol{n}_0=(2, 2, 1)$ 平行。

S 在 $P(x, y, z)$ 处的法向量 $\boldsymbol{n}=\left(\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z}\right)=(2x, 2y, 1)$。$\boldsymbol{n}/\!/\boldsymbol{n}_0\Leftrightarrow\boldsymbol{n}=\lambda\boldsymbol{n}_0$，$\lambda$ 为常数，即 $2x=2\lambda$，$2y=2\lambda$，$1=\lambda$。即 $x=1$，$y=1$，又点 $P(x, y, z)\in S\Rightarrow z=4-x^2-y^2|_{(x,y)=(1,1)}=2$，求得 $P(1, 1, 2)$（P 不在给定的平面上）。

24. 设平面 α 平行于两直线 $\frac{x}{2}=\frac{y}{-2}=z$ 及 $2x=y=z$，且与曲面 $z=x^2+y^2+1$ 相切，则 α 的方程为（　　）。

A. $4x+2y-z=0$　　B. $4x-2y+z+3=0$

C. $16x+8y-16z+11=0$　　D. $16x-8y+8z-1=0$

【解析】由平面 α 平行于两已知直线，知平面 α 的法向量为

$$\boldsymbol{n}=(2, -2, 1)\times(1, 2, 2)=-3(2, 1, -2)$$

21A　22B　23C　24C

设切点为(x_0, y_0, z_0)，则切点处曲面的法向量为$(2x_0, 2y_0, -1)$，故

$$\frac{2}{2x_0}=\frac{1}{2y_0}=\frac{-2}{-1}$$

由此解得 $$x_0=\frac{1}{2},\ y_0=\frac{1}{4}$$

从而 $$z_0=x_0^2+y_0^2+1=\frac{21}{16}$$

因此α的方程为 $$2(x-\frac{1}{2})+(y-\frac{1}{4})-2(z-\frac{21}{16})=0$$

即 $$16x+8y-16z+11=0$$

25. 三个平面$x=cy+bz$，$y=az+cx$，$z=bx+ay$过同一直线的充要条件是(　　)。

A. $a+b+c+2abc=0$　　B. $a+b+c+2abc=1$

C. $a^2+b^2+c^2+2abc=0$　　D. $a^2+b^2+c^2+2abc=1$

【解析】由于三个平面过同一直线⇔线性齐次方程组$\begin{cases}x-cy-bz=0\\cx-y+az=0\\bx+ay-z=0\end{cases}$有无穷解⇔行列式

$\begin{vmatrix}1&-c&-b\\c&-1&a\\b&a&-1\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+2abc=1$。

26. 在平面$x+y+z-2=0$和平面$x+2y-z-1=0$的交线上有一点M，它与平面$x+2y+z+1=0$和$x+2y+z-3=0$等距离，则M点的坐标为(　　)。

A. (2, 0, 0)　　B. (0, 0, −1)　　C. (3, −1, 0)　　D. (0, 1, 1)

【解析】A项，点(2, 0, 0)不在平面$x+2y-z-1=0$上；B项，点(0, 0, −1)不在平面$x+y+z-2=0$上；D项，点(0, 1, 1)与两平面不等距离。

27. 通过直线$\begin{cases}x=2t-1\\y=3t+2\\z=2t-3\end{cases}$和直线$\begin{cases}x=2t+3\\y=3t-1\\z=2t+1\end{cases}$的平面方程为(　　)。

A. $x-z-2=0$　　B. $x+z=0$

C. $x-2y+z=0$　　D. $x+y+z=1$

【解析】因点(−1, 2, −3)不在平面$x+z=0$上，故可排除B；因点(3, −1, 1)不在$x-2y+z=0$和$x+y+z=1$这两个平面上，故可排除C、D，选A。

28. 母线平行于Ox轴且通过曲线$\begin{cases}2x^2+y^2+z^2=16\\x^2-y^2+z^2=0\end{cases}$的柱面方程为(　　)。

A. $3x^2+2z^2=16$　　B. $x^2+2y^2=16$

C. $3y^2-z^2=16$　　D. $3y^2-z=16$

【解析】因柱面的母线平行于x轴，故其准线在yOz平面上，且为曲线在yOz平面上的

25D　26C　27A　28C

投影，在方程组$\begin{cases}2x^2+y^2+z^2=16\\x^2-y^2+z^2=0\end{cases}$中消去$x$得：$\begin{cases}3y^2-z^2=16\\x=0\end{cases}$，此即为柱面的准线，故柱面的方程为：$3y^2-z^2=16$。

29. 曲线L：$\begin{cases}\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}-\dfrac{z^2}{5}=1 & (1)\\x-2z+3=0 & (2)\end{cases}$在$xOy$面上的投影柱面方程是(　　)。

A. $x^2+20y^2-24x-116=0$　　B. $4y^2+4z^2-12z-7=0$

C. $\begin{cases}x^2+20y^2-24x-116=0\\z=0\end{cases}$　　D. $\begin{cases}4y^2+4z^2-12z-7=0\\x=0\end{cases}$

【解析1】投影柱面方程是一个二元方程，C、D表示的是曲线。而B中的方程中含z，不可能是L在xOy面上的投影柱面方程。

【解析2】由(2)得$z=\dfrac{x+3}{2}$，代入(1)化简得：$x^2+20y^2-24x-116=0$，为L在xOy面上的投影柱面方程。

30. 方程$\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{2}-\dfrac{z^2}{3}=0$是一旋转曲面方程，它的旋转轴是(　　)。

A. x轴　　B. y轴　　C. z轴　　D. 直线$x=y=z$

【解析】由$\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{2}=\dfrac{z^2}{3}$，所以$z=\pm\sqrt{\dfrac{3}{2}}\sqrt{x^2+y^2}$。故曲面是由直线$z=\pm\sqrt{\dfrac{3}{2}}x$或$z=\pm\sqrt{\dfrac{3}{2}}y$绕$z$轴旋转而成。

31. 直线L为$\begin{cases}x+3y+2z+1=0\\2x-y-10z+3=0\end{cases}$，平面$\pi$为$4x-2y+z-2=0$，则(　　)。

A. L平行于π　　B. L在π上　　C. L垂直于π　　D. L与π斜交

【解析】直线L的方向向量

$$\boldsymbol{s}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\1 & 3 & 2\\2 & -1 & -10\end{vmatrix}=-7(4\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k})$$

平面π的法向量$\boldsymbol{n}=4\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$，所以$\boldsymbol{s}//\boldsymbol{n}$，即直线$L$垂直于平面$\pi$。

32. 已知两直线$\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$和$\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-3}{n}=\dfrac{z-1}{-2}$相互平行，则$n=$(　　)。

A. 2　　B. 5　　C. −2　　D. −4

【解析】两直线平行即两直线的方向向量平行，其对应坐标成比例，即

$$\frac{4}{2}=\frac{n}{-2}=\frac{-2}{-1}$$

由此得：$n=-4$。

29A　30C　31C　32D

33. 设有直线 L_1：$x=-1+t$，$y=5-2t$，$z=-8+t$，L_2：$\begin{cases}x-y=6\\2y+z=3\end{cases}$，则两线的夹角为(　　)。

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

【解析】两直线的夹角即为两直线的方向向量的夹角，而 L_1 的方向向量为 $\boldsymbol{s}_1=(1,\ -2,\ 1)$，$L_2$ 的方向向量为 $\boldsymbol{s}_2=(1,\ -1,\ 0)\times(0,\ 2,\ 1)=(-1,\ -1,\ 2)$。$\boldsymbol{s}_1$，$\boldsymbol{s}_2$ 夹角 α 的余弦为

$$\cos\alpha=\frac{\boldsymbol{s}_1\cdot\boldsymbol{s}_2}{|\boldsymbol{s}_1|\ |\boldsymbol{s}_2|}=\frac{3}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{1}{2}$$

所以 $\alpha=\frac{\pi}{3}$。

34. 过点$(-1,\ 2,\ 3)$垂直于直线$\frac{x}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z}{6}$且平行于平面 $7x+8y+9z+10=0$ 的直线是(　　)。

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-3}{1}$　　B. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{2}$

C. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-3}{1}$　　D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-3}{1}$

【解析】直线$\frac{x}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z}{6}$的方向向量为 $\boldsymbol{s}=(4,\ 5,\ 6)$，平面 $7x+8y+9z+10=0$ 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(7,\ 8,\ 9)$。显然 A、B、C 中的直线均过点$(-1,\ 2,\ 3)$。对于 A 中直线的方向向量为 $\boldsymbol{s}_1=(1,\ -2,\ 1)$，有 $\boldsymbol{s}_1\perp\boldsymbol{s}$，$\boldsymbol{s}_1\perp\boldsymbol{n}$，可见 A 中直线与已知直线$\frac{x}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z}{6}$垂直，与平面 $7x+8y+9z+10=0$ 平行。

35. 若直线$\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{\lambda}$与$\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$相交，则必有(　　)。

A. $\lambda=1$　　B. $\lambda=\frac{3}{2}$　　C. $\lambda=-\frac{4}{5}$　　D. $\lambda=\frac{5}{4}$

【解析】如果两直线相交，则这两条直线的方向向量与这两条直线上两点连线构成的向量应在同一平面上，由此来确定 λ。点 $A(1,\ -1,\ 1)$，$B(-1,\ 1,\ 0)$分别为两条直线上的一点，则$\overrightarrow{AB}=(-2,\ 2,\ -1)$，两条直线的方向向量分别为 $\boldsymbol{s}_1=(1,\ 2,\ \lambda)$，$\boldsymbol{s}_2=(1,\ 1,\ 1)$，这三个向量应在同一个平面上，即$\begin{vmatrix}-2&2&-1\\1&2&\lambda\\1&1&1\end{vmatrix}=4\lambda-5=0$，解得：$\lambda=\frac{5}{4}$。

36. 过点 $P(1,\ 0,\ 1)$且与两条直线 L_1：$\frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+1}{0}$和 L_2：$\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{0}=\frac{z-3}{1}$都相交的直线的方向向量可取为(　　)。

33C　34A　35D　36D