

# 小学**数学**奥林匹克

## 同步教材

(修订本)



- 获全国图书“金钥匙”奖
- 获全国优秀教育畅销书奖

## 六年级分册

顾问 刘玉翘  
主编 刘凯年 邹明国



西南师范大学出版社

荣获第八届全国教育类优秀畅销书奖

# 小学数学奥林匹克同步教材

六年级分册

顾 问 刘玉翘

主 编 刘凯年 邹明国

副主编 王和平 朱福荣

编 委 (以姓氏笔划为序)

王运民 代 宇 田 渝 冯大学 龙榜洪

刘 念 朱大芳 朱兴荣 许庭兰 孙体凤

刘德珍 张 忠 张玉梅 余佩明 陈 杰

杨 谦 周放华 杨明琼 陈家友 陈跃蜀

杨琼安 骆小柳 胡开明 龚增琰

本册编者 何志俊 朱大芳 孙体凤 许庭兰

统 稿 刘凯年

西南师范大学出版社

责任编辑 胡小松

特约编辑 陈文峨

冯 异

赵宏量

封面设计 王 煤

# 小学数学奥林匹克同步教材

六年级分册

刘凯年 邹明国 主编

---

西南师范大学出版社出版、发行

(重庆·北碚)

重庆北碚培萃印刷厂印刷

开本:787×1092 1/32 印张:5.75 字数:125千

1998年6月第2版 2001年8月第15次印刷

ISBN 7-5621-1910-4/G·1162

---

定价:5.00元

## 序

小学生正处在学知识、长智慧、长身体的阶段,他们需要生动、和谐、富有朝气的课堂学习,也需要轻松、愉快、丰富多彩的课外活动。好的教师对他们非常重要,好的课外读物同样重要。

这是一套小学数学的课外读物,定名为“小学教学奥林匹克同步教材”,其主要特点:一是“竞赛”,二是“同步”。所谓“竞赛”是指在内容的选取上和方法的运用上具有趣味性、启发性、技巧性和拓广性,并特别注重创新能力的培养。所谓“同步”主要指内容选取的基础性以及内容安排上与教学的进度相辅相成。这二者的有机结合有利于小学生打好基础、开发智力、培养能力、学好数学。希望这套书对丰富学生的数学知识、打好基础,启迪学生的科学思维、开发智力,培养学生的创新意识、引起兴趣上起到积极的作用。

近年来,我国中学生在国际数学竞赛中取得了优异的成绩,向全世界展示了中国人的聪明才智,为国家争得了荣誉,并被亿万中小學生所羡慕。但是任何聪明才智都是靠长期耕耘和努力的结果,千里之行始于足下,小同学们你想成功吗?也许这套书会帮助你变得更聪明。

中国数学会普及工作委员会副主任

刘玉翘

1999年3月于天津

## 前 言

近年来,在奥林匹克数学竞赛(IMO)中,我国选手频频取得优异成绩,在国内外引起了极大反响,数学奥林匹克正吸引着越来越多的师生,全国各种层次的数学竞赛活动已空前活跃,为了满足多数师生参加数学奥林匹克活动的需要,我们组织编写了这套《小学数学奥林匹克同步教材》。

本套书以《九年义务教育全日制小学数学教学大纲》、《小学数学竞赛大纲》为指导,并与《九年义务教育小学数学》教材(人教版)同步,立足于大纲和教材的重点、难点,对教材的相应内容进行必要的延伸和扩展,以加深对基础知识和基本技能的理解和应用;注重解题技巧的积累,解题方法的归纳,力求达到启迪思维,开发智力,培养学习兴趣,提高学习能力的目的。

本套书共分三册,供小学四年级、五年级、六年级师生使用。为了便于师生教学,各册均以课时为单位编写,每课时分为知识要点、例题、练习题三大部分(练习题在书末附有参考答案),在每期末还附有竞赛模拟试题若干套。

由于本套书在编写过程中强调与小学数学教材同步,并

注意到不同层次学生的需求,内容有梯度、有层次,因此,该书既可作为师生开展数学课外活动的教材,又可作为学生系统复习和进一步提高的参考读物。

由于编写时间仓促及编者水平所限,书中难免还存在一些疏漏,敬请广大读者批评指正。

负责本册修改:何志俊

郑熙和丁五所著, 中国MBA商学院教材系列 编者

1998年3月(第一版)

1999年5月(第二版)

# 目 录

## 六年级上期

|                   |      |
|-------------------|------|
| 第一讲 平均数问题(三)      | (1)  |
| 第二讲 整除问题          | (6)  |
| 第三讲 数字谜问题         | (11) |
| 第四讲 巧算与速算(一)      | (16) |
| 第五讲 巧算与速算(二)      | (21) |
| 第六讲 取整            | (27) |
| 第七讲 新运算(二)        | (31) |
| 第八讲 与整除有关的分数问题    | (37) |
| 第九讲 分数应用题         | (42) |
| 第十讲 单位1的统一与转化     | (46) |
| 第十一讲 最值问题(一)      | (51) |
| 第十二讲 还原问题         | (55) |
| 第十三讲 工程问题         | (60) |
| 第十四讲 消去问题         | (66) |
| 第十五讲 百分数应用题——购物问题 | (72) |
| 第十六讲 百分数应用题——浓度问题 | (77) |
| 竞赛模拟试题(一)         | (82) |

## 六年级下期

|              |      |
|--------------|------|
| 第十七讲 鸡兔问题(二) | (84) |
| 第十八讲 不变量问题   | (88) |

|       |                         |       |
|-------|-------------------------|-------|
| 第十九讲  | 圆及与圆有关的问题 .....         | (93)  |
| 第二十讲  | 牛顿问题 .....              | (99)  |
| 第二十一讲 | 统筹问题 .....              | (104) |
| 第二十二讲 | 与环形有关的行程问题 .....        | (109) |
| 第二十三讲 | 圆柱与圆锥 .....             | (114) |
| 第二十四讲 | 比和比例(一) .....           | (119) |
| 第二十五讲 | 比和比例(二) .....           | (124) |
| 第二十六讲 | 比和比例(三) .....           | (129) |
| 第二十七讲 | 图形问题 .....              | (134) |
| 第二十八讲 | 最值问题(二) .....           | (139) |
| 第二十九讲 | 行程问题(三) .....           | (144) |
| 第三十讲  | 行程问题(四) .....           | (149) |
| 第三十一讲 | 数学思想方法谈——特殊值法 .....     | (154) |
| 第三十二讲 | 1998年小学数学奥林匹克试题选讲 ..... | (159) |
|       | 1996年小学数学奥林匹克决赛试题 ..... | (164) |
|       | 1997年小学数学奥林匹克决赛试题 ..... | (166) |
|       | 参考答案 .....              | (168) |



## 第一讲 平均数问题(三)

平均数分算术平均数(如:几次考试的平均成绩)和加权平均数(如:两个班的平均成绩)。有的平均数问题较复杂,其解法却很巧妙,它是奥赛的重点内容之一。

例1 王伟4次跳高的平均成绩是138厘米,第五次跳了141厘米,求他5次跳高的平均成绩。

方法1:  $(138 \times 4 + 141) \div 5 = 138.6$ (厘米)。

方法2: 以138为基数,5次跳高总成绩比5个138多出  $141 - 138 = 3$ (厘米),把这部分平均分给5次,而求到5次跳高的平均成绩。

解:  $(141 - 138) \div 5 + 138 = 138.6$ (厘米)。

答: 他5次跳高的平均成绩为138.6厘米。

如果把第5次跳的高度改为130厘米,你能用第二种方法求出5次跳高的平均成绩吗?  $(1) (138 \times 4 + 130) \div 5$   
 $(2) (138 - 130) \times 4 \div 5 + 130$

同理可得算式  $138 - (138 - 130) \div 5 = 136.4$ (厘米)。

从而可得出一个结论:总数的增加数或减少数除以份数等于平均数的增加数或减少数。

例2 小明前几次数学测验的平均成绩是84分,这一次要考100分,才能把平均成绩提到86分,问这一次是第几次测验?  $(100 - 84) \div (86 - 84)$

分析: 用上题结论,先找到总数增加数为:  $100 - 84 = 16$ (分),平均数增加数为:  $86 - 84 = 2$ (分),根据总数增加数  $\div$  平

均数增加数 = 份数, 所以有  $16 \div 2 = 8$  (次)。

例3 小琳一年级至五年级5次期末数学考试的平均成绩是89分, 一、三年级平均分是91.5分, 二、四年级两次的平均分是84分, 一、四年级两次的平均分是86分, 而且四年级比二年级多考10分, 问小琳各年级期考试成绩是多少?

分析: 因为此题的数据较多, 不妨列表比较:

① 五次平均分: 89

② 一、三年级平均分: 91.5

③ 二、四年级平均分: 84

④ 一、四年级平均分: 86

⑤ 四年级比二年级多 10

比较发现: 综合条件③和⑤可求出四年级成绩:  
 $84 + (10 \div 2) = 89$  (分), 再综合条件④得一年级成绩为  
 $86 \times 2 - 89 = 83$  (分), 再综合条件⑤得二年级成绩为  
 $89 - 10 = 79$  (分),

再综合条件②得三年级成绩:  $91.5 \times 2 - 83 = 100$  (分),

再综合条件①得五年级成绩:

$89 \times 5 - 83 - 79 - 89 - 100 = 94$  (分)。

例4 一辆汽车从A城到B城的速度是每小时30千米, 返回时速度为每小时20千米, 求它往返的平均速度。

分析: 设A到B全程为1, 根据往返平均速度的意义:

$$(1 + 1) \div \left( \frac{1}{30} + \frac{1}{20} \right) = 24 \text{ (千米)}。$$

答: 往返的平均速度为每小时24千米。

例5 某次数学竞赛原定一等奖10人, 二等奖20人, 现在将一等奖中最后4人调整为二等奖, 这样二等奖的平均分

提高了1分,一等奖学生的平均分提高了3分。那么原来一等奖平均分比二等奖平均数多          分。

分析: 因为一等奖的后4名调整为二等奖,二等奖平均分提高了1分,说明这4人总得分比原二等奖平均成绩乘以4算出的总分要多24。又由于调整后,一等奖平均分增加3分,说明这四人的总分比按原一等奖平均分乘以4算出的总分要少18分,因此有原一等奖平均分 $\times 4$  - 原二等奖平均分 $\times 4 = 18 + 24 = 42$ (分)。

原一等奖平均分比二等奖平均分多出:

$$42 \div 4 = 10.5(\text{分})。$$

方法②: 充分利用数形结合知识,用矩形图分析数量关系,求解: 如图:

则两矩形面积就是一、二等奖的30人的总分。调整后:

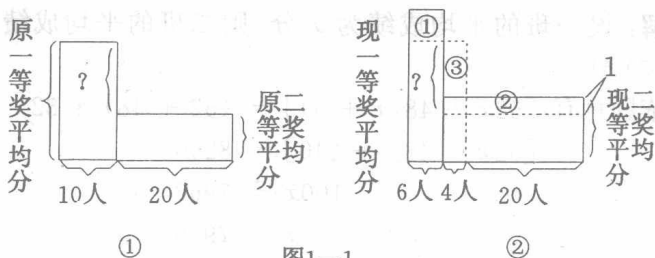


图1-1

实线所画两个矩形面积和仍表示30人的总分,与图①两矩形面积相等。

根据等式基本性质,图中 $① + ② = ③$ , ? 表示原一等奖比原二等奖平均分高出部分, $① = 3 \times 6 = 18$ ,  $② = 24 \times 1 = 24$ ,  $③ = 18 + 24 = 42$ ,  $? = 42 \div 4 = 10.5$ (分)。

所以原一等奖平均分比二等平均分多出10.5分。

例6 有两组数,第一组数的平均数是12.8,第二组数的平均数是10.2,而这两组数的总平均数是12.02,那么第一组数的个数与第二组数的个数的比值是\_\_\_\_\_。

分析:同上题先画出示意图1-2:

|      |      |
|------|------|
| 第一组  | 第二组  |
| $x$  | $y$  |
| 12.8 | 10.2 |

根据第一组多出部分等于第二组少的部分,得一比例式:

$$\begin{aligned} & \text{第一组个数} : \text{第二组个数} = 12.02 \\ & = (12.02 - 10.2) : (12.8 - 12.02) \end{aligned}$$

图1-2

$= 7 : 3$ 。所以第一组数的个数与第二组数的个数的比值是  $2\frac{1}{3}$ 。

例7 五年级一班52人,二班48人,数学考试中,两个班全体同学的平均成绩是82分,二班的平均成绩要比一班的平均成绩高5分,两个班的平均成绩分别是多少?

分析:根据加权平均数的意义列方程:

解:设一班的平均成绩为 $x$ 分。则二班的平均成绩为 $(x + 5)$ 分。

$$\text{依题意有: } [52x + 48(x + 5)] = (52 + 48) \times 82$$

$$[52x + 48x + 240] = 8200$$

$$100x = 7960$$

$$x = 79.6$$

$$79.6 + 5 = 84.6(\text{分})。$$

答:一班的平均成绩79.6分,二班平均成绩84.6分。

## 练习一

### A 组

- ① 小宏5次考试的平均成绩是88.5分,每次考试的满分是100分。为了使平均成绩尽快达到92分以上。那么小宏要考多少次满分?

- ② 某次数学考试,前10名的平均成绩是87分。前8名的平均成绩是90分,第9名比第10名多2分,问第10名的成绩是多少?
- ③ 某学校入学考试,有1000人报考,录取了150人。录取者的平均成绩与未被录取者的平均成绩相差38分。全体考生的平均成绩是55分。录取分数线比录取者的平均成绩少6.3分。问录取分数线是多少分?  $\rightarrow 50.5$
- ④ 六次数学测验的平均分是 $A$ ,后四次的平均分比 $A$ 提高了3分。第一、第二和第六这三次平均分比 $A$ 降低了2.6分,那么前五次平均分比 $A$ (提高、降低) 0.84 分。
- ⑤  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 四个数的平均数是38, $A$ 与 $B$ 的平均数是42, $B$ 、 $C$ 、 $D$ 三个数的平均数是36。那么 $B$ 是多少?
6. 有4个数,每次选取其中3个数,算出它们的平均数,再加上另外一个数。用这样的方法计算了4次,分别得出以下4个数26、32、40、46。那么,原来四个数中,最大的一个数是多少?
- ⑦ 某次考试,张、王、李、陈四人的成绩统计如下:张、王、李平均分为91分,王、李、陈平均分为89分,张、陈平均分为95分,那么张得了\_\_\_\_\_分。
8. 某次考试 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 五人的成绩统计如下: $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 的平均分:75分, $A$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 的平均分:70分, $A$ 、 $D$ 、 $E$ 的平均分:60分, $B$ 、 $D$ 的平均分:65分,求 $A$ 得了多少分?

#### B 组

1. 小明上山的速度是每小时200米,再沿同一条路下山。往返平均速度为每小时240米。求小明下山的速度。
2. 苹果的箱数是梨子箱数的一半,梨子平均每箱重28千克,苹果每箱重22千克,两种水果平均每箱重多少千克?

5. .... 11 .... (奇位上的数字之和与偶位数字之和差被 25 整除)  
 6. .... 7 .... (末三位数字与末三位之前的数字之差被 25 整除)

## 第二讲 整除问题

解答整除问题要熟记一些数的整除特征。如果  $a|b, a|c$ , 则  $a|[b, c]$ , 反之亦然。已知几个数的积, 要求这几个数时, 通常用分解质因数法。还要了解一些与最大公约数、最小公倍数有关的实际问题的解答方法。

**例 1** 某人在一张纸上写了一个五位数, 其中第二和第四个数看不清了, 成了  $3\square 6\square 5$  的情况。但是已知这个五位数是 75 的倍数, 那么, 满足上述条件的五位数中, 最大的一个是多少?

**分析:** 一个数是 75 的倍数, 必是 25 和 3 的倍数, 那么,  $3\square 6\square 5$  要满足被 25 和 3 同时整除, 就必需既具有被 25 整除的特征(末两位能被 25 整除), 又要具有被 3 整除的特征(各位数字之和为 3 的倍数), 则十位可填 2 和 7, 十位填 2, 千位可填 2、5、8; 十位填 7, 千位可填 0、3、6、9, 其中最大的一个数是  $39675$ 。

**例 2**  $789\square\square\square$  是一个六位数, 要同时被 7、8、9 整除, “ $\square$ ”里应填几?

**分析:** 如果直接去考虑满足被 7、8、9 整除的特征, 是很难下手的, 我们回到整除的意义, 因 7、8、9 的最小公倍数为 504, 要同时能被 7、8、9 整除, 只要能被 504 整除。根据整除意义, 即要  $789\square\square\square \div 504$  没有余数。不妨先设三框中填 9, 试除, 若有余数。只需从  $78999$  中减去余数便得答案。

$789999 \div 504 = 1567 \cdots 231$ ,  $789999 - 231 = 789768$ ,  
所以框里应填 7、6、8。

如果用  $789768 - 504 = 789264$  将得到第二个答案。

想一想：如果先在三框中填 0，试除后，你有办法求出答案吗？

例 3  $11\square\square 11$  能被 17、19 整除，框里填几？

分析：要  $11\square\square 11$  能被 17、19 整除，只要  $11\square\square 11$  能被 323 (17、19 的最小公倍数) 整除。此题框在中间，用例 2 的方法不能很快求出答案。考虑用顺除和倒除法去推出中间应填几。顺除百位上只能商 3，倒除个位上只能商 7，再推出十位只能商 5，我们用商 357 与除数 323 相乘。得到被除数是 115311。因此， $\square\square$  里应为 53。

$$\begin{array}{r}
 \phantom{00}357 \\
 323 \overline{) 115311} \\
 \underline{969} \phantom{00} \\
 1841 \\
 \underline{1615} \phantom{00} \\
 2261 \\
 \underline{2261} \phantom{00} \\
 0
 \end{array}$$

例 4  $975 \times 525 \times 128 \times a$  ( $a$  是自然数)，末尾有 5 个连续的零， $a$  最小值是 75。

分析：任何数乘以  $10(2 \times 5)$ ，末尾将添一个 0，题中的积末尾有 5 个连续的零。说明，因数中必有 5 组“ $2 \times 5$ ”的质因数。又因为  $975 = 5 \times 5 \times 39$ ， $525 = 5 \times 5 \times 21$ ， $128 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ，则积中只差一个质因数 5，所以  $a$  最小值是 5。

例 5 把一个长 180，宽 45，厚 18 的长方体木料，锯成一样大小的正方体木块，要求 (1) 正方体木块棱长是整数，(2) 正方体木块要尽可能大，(3) 木料不能浪费。问一共可锯多少块？

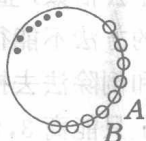
分析：要求(1)、(3)说明正方体木块的棱长应是180、45、18的公约数，要求(2)说明正方体木块的棱长应是180、45、18的最大公约数。

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) 180 \ 45 \ 18} \\ \underline{20 \ 5 \ 2} \end{array}$$

说明棱长为9，共可锯  $20 \times 5 \times 2 = 200$  (块)。

**例6** 如图有一个跳棋盘，A处有一棋子，若每隔两孔跳一步，可跳到B处，若每隔3孔跳一步，也可跳到B处，若每隔4孔跳一步，则可跳回A处，求此棋盘至少有多少个孔？

**分析：**因为每隔两孔和三孔跳一步可跳到B处，说明孔的总数比3的倍数多1，比4的倍数也多1，所以比  $3 \times 4 = 12$  的倍数多1。又因为隔4孔跳一步，则可跳回A处，说明孔的总数是5的倍数。要满足这些条件，孔的总数应是25个。



**例7** 设a、b两个整数的最小公倍数是180，最大公约数是12，且大数不能被小数整除，求这两个数。

**分析：**两数的最大公约数是由两数的公共质因数相乘而得，最小公倍数是由公共质因数乘上各自不同的质因数而得的。而：

$$180 = 2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 3$$

$$12 = 2 \times 3 \times 2$$

说明a、b两数都有质因数2、3、2，又因为a、b不是倍数关系，因此5和3分开给两个数

$$\begin{cases} a = 2 \times 3 \times 2 \times 5 = 60, \\ b = 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 36. \end{cases}$$

所以这两个整数分别为60和36。

**例8** 三个自然数，其中每一个数都不能被另外两个整



除,而其中任意两个数的乘积都能被第三个数整除,那么,这样的三个自然数之和的最小值是\_\_\_\_\_。

**分析:** 设三个自然数为 $a$ 、 $b$ 、 $c$ ,根据题意,有 $a$ 不能整除 $b$ 和 $c$ , $a$ 能整除 $b \times c$ ,说明 $a$ 至少有两个质因数,同理可得 $b$ 、 $c$ 也至少有两个质因数。又要使三个自然数的和最小,不妨取 $a=2 \times 3$ ,再考察 $b=2 \times (\quad)$ , $c=3 \times (\quad)$ ,因又要 $a \times c$ 能被 $b$ 整除, $a \times b$ 能被 $c$ 整除,则 $b$ 、 $c$ 一定有一相同质因数,取它为5,则 $a=2 \times 3=6$ , $b=2 \times 5=10$ , $c=3 \times 5=15$ 。这样求得的三个自然数的和 $6+10+15=31$ 为最小。

## 练习二

### A 组

1. 有一个四位数,它们个位数与千位数之和为10,且个位数既是偶数,又是质数,又知这个四位数能被72整除,求这个四位数。  
 $\overline{492}$
2. 七位数 $199925$ 是18的倍数,这样的七位数中,最大的与最小的和是\_\_\_\_\_。
3. 由1、3、4、5、7、8这六个数字所组成的六位数中能被11整除的最大数是多少?
4.  $1997\overline{877} \div 175 = \square\square\square\square \cdots 97$ ,框里商该填几?
5. 将1996加上一个整数,使其和都能被31和17整除,要所加的整数尽可能小,那么所加的整数是\_\_\_\_\_。
6.  $9x+828=175\square$ ,其中 $175\square$ 是一个四位数, $x$ 是自然数,那么 $x=$ \_\_\_\_\_。