

第 **Ⅳ** 編

電動力設備の技術計算

執筆委員

工学博士 坪 島 茂 彦

(株式会社明電舎 支配人兼特許部長)
(東京工業大学 講師)

目 次

1 動力計算の基礎

1.1 直 線 運 動	N-1
1.1.1 距離・速度・加速度・力・質量	N-1
1.1.2 質量と重さ(重量)	N-1
1.1.3 仕事・動力・運動のエネルギー	N-2
1.2 回 転 運 動	N-4
1.2.1 運動方程式	N-4
1.2.2 慣性モーメントと GD^2	N-5
1.2.3 仕事・動力・運動のエネルギー	N-7
1.2.4 GD^2 の換算と慣性係数	N-8
1.3 電動機所要出力計算の基礎	N-13
1.3.1 力と速度によるもの	N-13
1.3.2 トルクと角速度によるもの	N-14
1.3.3 流体移送の電力	N-15
1.3.4 動力伝達装置の効率	N-16

2 電動機の銘板記載事項と諸特性

2.1 銘板記載事項と諸特性の関係	N-19
2.1.1 電圧・電流・出力・入力・力率・効率	N-19
2.1.2 周波数・極数・回転数	N-22
2.1.3 始動階級・始動電流・始動 kVA	N-23
2.1.4 トルク・始動トルク・最大トルク・最大出力	N-25
2.1.5 無 負 荷 電 流	N-31
2.1.6 励磁電圧・励磁電流, 1 次・2 次	N-31
2.2 各種電動機の特 性	N-33
2.2.1 誘 導 電 動 機	N-33
2.2.2 直流電動機の特 性	N-49
2.2.3 同 期 電 動 機	N-57

3 電動機の始動

3.1 加 速 時 間	N-59
3.1.1 速度と時間の関係	N-59
3.1.2 誘導電動機の加速時間	N-63

(ii)

目 次

3・1・3 直流電動機の加速時間	Ⅳ-64
3・1・4 直流電動機の加速中の電流	Ⅳ-67
3・2 加速中の発熱量	Ⅳ-67
3・2・1 3相誘導電動機の発熱量	Ⅳ-67
3・2・2 直流電動機の発熱量	Ⅳ-71
3・2・3 蓄積・オルキー定数	Ⅳ-72
3・3 始動抵抗の計算	Ⅳ-73
3・3・1 抵抗値と段数	Ⅳ-73
3・3・2 始動抵抗を用いる場合の始動時間	Ⅳ-74
3・4 各種電動機の始動法	Ⅳ-79
3・4・1 かご形誘導電動機の始動法	Ⅳ-79
3・4・2 巻線形誘導電動機の始動	Ⅳ-80
3・4・3 直流電動機の始動法	Ⅳ-80
3・4・4 同期電動機の始動	Ⅳ-81
3・5 始動容量と発電機出力	Ⅳ-86

4 制動とクラッチ

4・1 制 動	Ⅳ-89
4・1・1 制 動 の 分 類	Ⅳ-89
4・1・2 制 動 の 時 間	Ⅳ-89
4・1・3 制動機械に発生する損失	Ⅳ-90
4・2 ク ラ ッ チ	Ⅳ-91
4・2・1 ク ラ ッ チ 時 間	Ⅳ-91
4・2・2 クラッチ面に発生する損失	Ⅳ-91
4・3 無電圧作動（無励磁作動）ブレーキの実際	Ⅳ-93
4・3・1 交流操作ブレーキ	Ⅳ-93
4・3・2 直流電磁ブレーキ	Ⅳ-96
4・4 励磁作動ブレーキおよびクラッチの実際	Ⅳ-96
4・4・1 励磁作動ブレーキおよびクラッチの仕様例	Ⅳ-96
4・4・2 ブレーキおよびクラッチの適用	Ⅳ-99

5 整流器回路

5・1 結 線 方 式	Ⅳ-109
5・2 整 流 電 圧	Ⅳ-110
5・2・1 無負荷無制御時の電圧	Ⅳ-110
5・2・2 制御角で位相制御したときの無負荷出力電圧	Ⅳ-110
5・2・3 負荷時電圧降下	Ⅳ-112
5・2・4 力 率	Ⅳ-114

5・2・5 直流電動機を駆動したときの特性	N-115
5・3 整流器による逆変換装置	N-115
5・3・1 逆変換の原理	N-115
5・3・2 他励式インバータ	N-116
5・3・3 自励式インバータ	N-116
5・3・4 インバータの応用例	N-116
5・4 整流器による高調波の影響	N-118
5・4・1 変換装置の高調波	N-118
5・4・2 回転直機に与える一般的影響	N-120
5・4・3 誘導電動機への影響	N-121
5・4・4 同期発電機への影響	N-122
5・4・5 直流電動機への影響	N-125

6 電動機の世界速度制御

6・1 速度制御一般	N-127
6・1・1 電動機の世界速度制御の種類	N-127
6・1・2 速度制御における定トルクと定出力	N-128
6・1・3 正転・逆転および駆動トルク・制動トルクの表し方	N-129
6・1・4 速度制御と損失	N-129
6・2 誘導電動機の世界速度制御	N-132
6・2・1 か ゴ 形	N-132
6・2・2 巻 線 形	N-133
6・3 直流電動機の世界速度制御	N-148
6・3・1 界 磁 制 動	N-148
6・3・2 電機子電圧制御 (レオナード制御)	N-149
6・3・3 電機子抵抗制御	N-151

7 使用、定格と温度上昇

7・1 使用と定格	N-157
7・1・1 使 用	N-157
7・1・2 定 格	N-162
7・2 温度上昇と定格	N-163
7・2・1 温 度 上 昇	N-163
7・2・2 等価連続負荷の計算	N-168
7・2・3 回転機絶縁の種類	N-170
7・2・4 温度上昇限度	N-171
7・2・5 回転機各部分の温度測定方法	N-171
7・3 使用と定格に関する実例	N-177

7・3・1 クレーン用全閉外扇巻線形低圧3相誘導電動機	N-177
7・3・2 低圧3相かご形誘導電動機	N-181

8 各種負荷の所要動力計算

8・1 ポ ン プ	N-185
8・1・1 ポンプの概要	N-185
8・1・2 ポンプの揚程	N-185
8・1・3 ポンプの軸動力	N-186
8・2 送 風 機	N-187
8・2・1 送風機の概要	N-187
8・2・2 送風機の圧力	N-188
8・2・3 送風機の所要動力	N-189
8・3 圧 縮 機	N-190
8・3・1 圧縮機の概要	N-190
8・3・2 圧縮機動力	N-191
8・3・3 往復圧縮機のトルク脈動と同期電動機	N-192
8・4 巻 上 機	N-193
8・4・1 巻上機の概要	N-193
8・4・2 巻上機の所要動力	N-194
8・4・3 巻上機用電動機定格の選定	N-194
8・5 ク レ ー ン	N-198
8・5・1 クレーンの概要	N-198
8・5・2 クレーン所要電力	N-199
8・6 コ ン ベ ャ	N-203
8・6・1 コンベヤの概要	N-203
8・6・2 コンベヤの所要動力	N-203
8・7 エレベータとエスカレータ	N-205
8・7・1 エレベータ	N-205
8・7・2 エスカレータ	N-207
8・8 圧 延	N-208
8・8・1 圧延の概要	N-208
8・8・2 圧延動力	N-209
8・9 プ レ ス	N-213
8・9・1 機械プレス用電動機の出力計算	N-213
8・9・2 液圧プレス用電動機の出力計算	N-214

9 基礎の計算

9・1 基礎の具備すべき事項	N-217
----------------------	-------

目 次

9・1・1 基礎の耐圧性	N-217
9・1・2 基礎用コンクリート	N-218
9・1・3 地盤の地耐力	N-218
9・1・4 地耐力の補強	N-219
9・1・5 基礎の転覆性	N-220
9・1・6 基礎のしゅう動	N-220
9・1・7 基礎の振動	N-221
9・2 基礎ボルトに加わる力と寸法	N-221
9・2・1 基礎ボルトに加わる力	N-221
9・2・2 基礎ボルトの寸法	N-223
9・2・3 基礎ボルトの直径	N-224
9・2・4 基礎ボルトの長さ	N-225
9・3 基礎と振動	N-226
9・3・1 振動の許容範囲	N-226
9・3・2 機械振動と基礎重量との関係	N-227
9・3・3 防振設計の実際	N-228

1 動力計算の基礎

1.1 直線運動

1.1.1 距離・速度・加速度・力・質量

物体が直線運動を行うとき、その移動距離を s [m]、速度を v [m/s]、加速度を a [m/s²] とし、いずれも時間 t [s] の関数とすると、それらの相互間にはつぎの関係がある。

速度と距離

$$v = \frac{ds}{dt} \quad (1.1)$$

加速度と速度と距離

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} \quad (1.2)$$

等速度運動における速度と距離

$$s = s_0 + v_1 t \quad (1.3)$$

s_0 : 最初の位置, v_1 : 一定の速度

等加速度運動における加速度、速度および距離

$$v = v_0 + a_1 t \quad (1.4)$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a_1 t^2 \quad (1.5)$$

v_0 : 最初の速度, a_1 : 一定の加速度

物体の質量を M [kg]、加速度を a [m/s²]、力を F [N] とすれば、
力と加速度と質量（運動の方程式）

$$F = Ma = M \frac{dv}{dt} = M \frac{d^2s}{dt^2} \quad (1.6)$$

この式は、「力と加速度とが比例し、その比例定数が質量である」ことを表している。いいかえると、質量とは加速度のつきにくさ、すなわち慣性の大小を表す量である。

なお、工学上では、力の単位として、1[kgf] の質量に働く地球の重力を 1 単位として [kgf] で表すことが多い。この単位系を重力単位という。

[N] と [kgf] の関係

$$1[\text{kgf}] = 9.8[\text{N}] \quad (1.7)$$

1.1.2 質量と重さ（重量）

質量 M [kg] の物体を地球が引張る力 G [N] は次式で表される。

質量と重さ

$$G = Mg[\text{N}] \quad (1.8)$$

ここで g は、すべての物体に対し地球の引力（重力）が与える加速度で、その値の国際標準値はつぎのとおりである。

重力の加速度

$$g=9.80665[\text{m/s}^2] \quad (1.9)$$

通常は、 $g=9.8[\text{m/s}^2]$ として計算する。

物体を秤ではかって $M[\text{kg}]$ の重さ（重量）があるといっているのは、物体に働く地球の引力を測定しているのであって、その力が、質量 $M[\text{kg}]$ の物体に働く地球の引力に等しいということである。したがって、 $M[\text{kg}]$ の重さ（重量）がある物体は、質量 $M[\text{kg}]$ の物体と考えて計算すればよい。

1.1.3 仕事、動力、運動のエネルギー

物体が力 $F[\text{N}]$ に作用されながらその力の方向に $s[\text{m}]$ 移動するときの仕事量 W は次式で表される。

仕事量と力と距離

$$W = \int_0^s F ds [\text{J}] \quad (1.10)$$

力が一定の場合の仕事量

$$W = Fs [\text{J}] \quad (1.11)$$

仕事の遅速の度、すなわち、単位時間あたりの仕事量を動力と呼び、つぎの関係で示される。

動力

$$P = \frac{dW}{dt} = F \frac{ds}{dt} = Fv [\text{W}] \quad (1.12)$$

質量 $M[\text{kg}]$ の物体が速度 $v[\text{m/s}]$ で運動しているとき、この物体のもっている運動のエネルギー A は、次式で表される。

運動のエネルギー

$$A = \frac{1}{2} Mv^2 [\text{J}] \quad (1.13)$$

エネルギーの単位は仕事の単位と同じである。つまり、速度を 0 から v まで上げてやるには、 A に等しい仕事を加える必要があるし、一方、 A なる運動のエネルギーをもっている物体は、停止までに A だけの仕事をする能力を保有していることになる。

〔例題 1.1〕 最高速度 5 m/s の電動運搬車がある。この車で 100 m の距離を走行するのに何秒を要するか。ただし、加速度および減速度は、自動制御によって、それぞれ、 0.5 m/s^2 および 0.4 m/s^2 で一定に保たれるものとし、定速走行中は最高速度で運転されるものとする。

〔解答〕 始動後、最高速度 5 m/s に達するまでの時間 t_1 は (1.4) 式において、 $v_0=0$ 、 $v=5[\text{m/s}]$ 、 $a_1=0.5[\text{m/s}^2]$ であるから、

$$t_1 = \frac{5}{0.5} = 10 [\text{s}]$$

加速中に移動する距離 s_1 は、(1.5) 式において、 $v_0=0$ であるから、

$$s_1 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 10^2 = 25 [\text{m}]$$

減速をはじめてから停止までに要する時間 t_2 は、(1.4) 式において、 $v=0$ 、 $v_0=5[\text{m/s}]$ 、 $a_1=-0.4[\text{m/s}^2]$ であるから、

$$t_3 = \frac{5}{0.4} = 12.5[\text{s}]$$

減速中に移動する距離 s_3 は(1-5)式によって,

$$s_3 = \frac{1}{2} \times 0.4 \times 12.5^2 = 31.25[\text{m}]$$

全速度で走行する距離 s_2 は

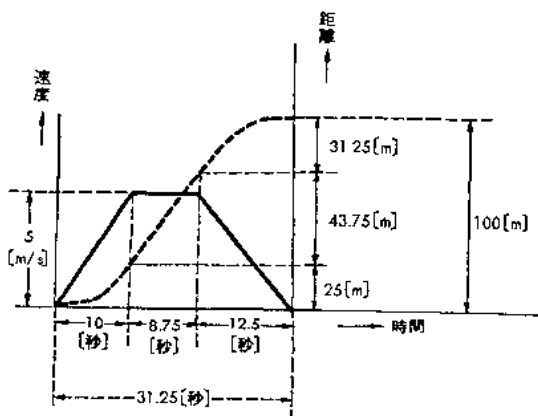
$$s_2 = 100 - (25 + 31.25) = 43.75[\text{m}]$$

最高速度での走行時間 t_2 は

$$t_2 = \frac{s_2}{v} = \frac{43.75}{5} = 8.75[\text{s}]$$

全走行時間 t は

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = 10 + 8.75 + 12.5 \\ = 31.25[\text{s}]$$



第1-1図

これらの様子を図示すると第1-1図のようになる。

〔例題 1-2〕 重量 110 t の運搬車を、10 s で速度 5 m/s まで等加速度で加速するときの、加速に要する力はいくらか。

〔解答〕 重量 110 t というのは質量 110 t のことである (1-1-2 参照)。

必要な加速度 a , は (1-4) 式により,

$$a_1 = \frac{5}{10} = 0.5[\text{m/s}^2]$$

よって, 加速力 F は (1-6) 式により,

$$F = 110 \times 10^3 \times 0.5 = 55\,000[\text{N}]$$

〔kgf〕で表すと (1-7) 式により,

$$F = \frac{1}{9.8} \times 55\,000 = 5\,612[\text{kgf}]$$

〔例題 1-3〕 車体の重量 20 t の電動運搬車がある。この運搬車に 90 t の荷を積んで、43.75 m 動かすに要する仕事を求めよ。ただし、この車の走行抵抗は 15 kgf/t である。

また、この仕事を 8.75〔秒〕で行うとすれば必要な動力はいくらか。

〔解答〕 車を動かすに要する力 F は

$$F = 15 \times (90 + 20) = 1\,650[\text{kgf}]$$

単位を〔N〕になおすと, (1-7) 式により,

$$F = 9.8 \times 1\,650 = 16\,170[\text{N}]$$

よって仕事量 W は, (1-11) 式により,

$$W = 16\,170 \times 43.75 = 707\,440[\text{J}]$$

つぎに, 必要な動力 P は (1-12) 式により,

$$P = \frac{707\,440}{8.75} = 80\,850[\text{W}] \\ = 80.85[\text{kW}]$$

〔例題 1-4〕 重さ 5 t の荷物を 30 m 持ち上げるのに必要な仕事量はいくらか。

〔解答〕 重さ 5 t というのは質量 5 t と同じである (1・1・2 参照). 質量 5 t のものを引張る地球の引力に抗して荷物を持上げるのに要する力 G は, (1・8) 式, (1・9) 式により,

$$G = 5 \times 10^3 \times 9.8 = 49\,000 \text{ [N]}$$

よって, 30 m 持上げるに必要な仕事の量は, (1・11) 式により,

$$W = 49\,000 \times 30 = 1\,470 \times 10^3 \text{ [J]}$$

〔例題 1・5〕 重さ 5 t の荷重を 30 m/min の速度で巻上げるときの動力はいくらか.

〔解答〕 重さ 5 t は質量 5 t であり, それを巻上げるのに必要な力 F は (1・8) 式により,

$$F = 5 \times 10^3 \times 9.8 = 49\,000 \text{ [N]}$$

30 [m/min] = 0.5 [m/s] であるから, 動力 P は (1・12) 式により,

$$\begin{aligned} P &= 49\,000 \times 0.5 = 24.9 \times 10^3 \text{ [W]} \\ &= 24.9 \text{ [kW]} \end{aligned}$$

〔例題 1・6〕 旋盤で加工するに際し, 切削力が 900 kgf, 切削速度が 12 m/min であるという. 正味切削動力はいくらか.

〔解答〕 900 [kgf] を [N] になおすと, (1・7) 式により,

$$900 \times 9.8 = 8\,820 \text{ [N]}$$

12 [m/min] を [m/s] になおすと

$$\frac{12}{60} = 0.2 \text{ [m/s]}$$

よって, 動力は

$$\begin{aligned} 8\,820 \times 0.2 &= 1\,764 \text{ [W]} \\ &= 1.764 \text{ [kW]} \end{aligned}$$

〔例題 1・7〕 重さ 3 t の物体が 2 m/s の速さで移動しているとき, その物体のもっている運動のエネルギーはいくらか. また, この物体を 0.5 s で停止させようとするとき, 平均して吸収しなければならない制動動力はいくらか.

〔解答〕 重さ 3 t は質量 3 t を意味する.

よって, 運動のエネルギー A は (1・13) 式により

$$A = \frac{1}{2} \times 3 \times 10^3 \times 2^2 = 6 \times 10^3 \text{ [J]}$$

停止させるためには, 0.5 s の間に $6 \times 10^3 \text{ [J]}$ の仕事を行わせなければならないから,

$$\begin{aligned} \frac{6 \times 10^3}{0.5} &= 12 \times 10^3 \text{ [W]} \\ &= 12 \text{ [kW]} \end{aligned}$$

の吸収動力を必要とする.

1・2 回転運動

1・2・1 運動方程式

電動機がものを回そうとする力を測る場合, 第 1・2 図のように電動機軸にアームを取付け, その先を秤にかけて, 通電すると, 秤に力がかかる. この力を秤で読んで何 [N] の力があるといえよさそうであるが, もし秤の位置がなわちアームの長さ r をかえると, 電動機が

同じ力を出していても、秤の読みが異なってくるという不都合が起こる。

そこで、電動機のような回転運動に関する力を測るのに、秤の読み(力の単位)とアームの長さ(長さの単位)との積であれば、この不都合を解消できる。この積が回転力またはトルクであり、単位は $\text{N}\cdot\text{m}$ (ニュートン・メートル) である。すなわちトルク τ は

トルク

$$\tau = F \cdot r \quad (1-14)$$

このように、回転運動では、力の代わりにトルクを用いる必要がある。 F を秤の目盛のまま $[\text{kg}]$ で読めば τ の単位は $[\text{kgf}\cdot\text{m}]$ となる。これは重力単位である。(1-7) 式と同様に、 $[\text{N}\cdot\text{m}]$ と $[\text{kgf}\cdot\text{m}]$ の関係

$$1[\text{kgf}\cdot\text{m}] = 9.8[\text{N}\cdot\text{m}] \quad (1-15)$$

つぎに、直線運動における距離に相当するものとして回転運動では角度 θ (rad) (ラジアン) をとれば、これはアームの長さに無関係となり、速度、加速度についても角速度 ω (rad/s)、角加速度 a_θ (rad/s²) を用いればよい。これらの間の関係は (1-1) 式、(1-2) 式と同様

角速度と角度

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (1-16)$$

角加速度と角速度と角度

$$a_\theta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (1-17)$$

等角速度運動では (1-3) 式と同様で、

等角速度運動における角速度と角度

$$\theta = \theta_0 + \omega t \quad (1-18)$$

θ_0 : 最初の角度, ω : 一定の角速度

等角加速度運動では (1-4) 式、(1-5) 式と同様で

等角加速度運動における角加速度、角速度および角度

$$\omega = \omega_0 + a_\theta t \quad (1-19)$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} a_\theta t^2 \quad (1-20)$$

ω_0 : 最初の角速度, a_θ : 一定の角加速度

1-2-2 慣性モーメントと GD^2



第1-3図 回転体の運動

第1-3図のように回転軸から r (m) の距離にある質量 m [kg] の質点が、軸の周囲を回転した場合の速度と角速度、加速度と角加速度の関係は

$$v = r\omega \quad a = r a_\theta \quad (1-21)$$

である。そこで、(1-6) 式の両辺に r を乗じ、かつ (1-14) 式および (1-21) 式を代入すると、

$$\tau = mr^2 a_\theta \text{ [N} \cdot \text{m]} \quad (1-22)$$

となる。この式を (1-6) 式と比べてみると、力 F に対してトルク τ 、加速度 a に対して角加速度 a_θ をそれぞれ対応させれば、質量 M に対して mr^2 が対応していることがわかる。

一般の回転体を回そうとするトルク T は、それを構成する各質点に働くトルクの総和となるから

$$T = \sum \tau = a_\theta \sum mr^2 \quad (1-23)$$

ここで、

$$\sum mr^2 = J \text{ [kg} \cdot \text{m}^2] \quad (1-24)$$

なる量、すなわち回転体を構成する各質点の質量と、それらより回転軸に至る距離の 2 乗との積 mr^2 の全部の和を、その軸に関する慣性モーメントという。ここで、

慣性モーメント

$$J = \sum mr^2 = MR^2 \quad (1-25)$$

$M = \sum m$: 回転体の全質量

とおけば、 R は、軸からこの距離に物体の全質量が集中したとみたときの慣性モーメントが、その物体の慣性モーメントに等しいような距離であって、これを回転半径と呼ぶ。

結局、直線運動における (1-6) 式に対応する式として、回転運動では、つぎの式が成り立つ。

回転運動の運動方程式 (トルクと角加速度と慣性モーメント)

$$T = J a_\theta = J \frac{d\omega}{dt} \quad (1-26)$$

直線運動と回転運動の諸量の対応を第 1-1 表に示す。

第 1-1 表

直 線 運 動	回 転 運 動
力 F [N] ((kgf))	トルク T [N·m] ((kgf·m))
質 量 M [kg]	慣性モーメント J [kg·m ²]
加速度 a [m/s ²]	角加速度 α [rad/s ²]
速 度 v [m/s]	角 速 度 ω [rad/s]
距 離 s [m]	角 度 θ [rad]

() 内は重力単位

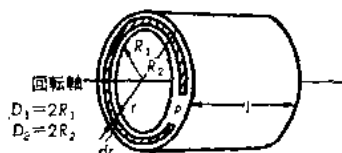
実用上は、慣性モーメントの回転半径の代わりにその 4 倍である回転直径を用いて、はずみ車効果と呼び GD^2 で表す。

はずみ車効果 (フライホイールエフェクト) GD^2

$$GD^2 = 4 J \text{ [kg} \cdot \text{m}^2] \quad (1-27)$$

複雑な形状の回転体の GD^2 は簡単に一度では算出できないので、簡単に求められる部分に分けて各部の GD^2 を求め、それを合計するという方法をとる。

第 1-4 図のような厚肉中空円筒が中心軸の回りに回転するものについて GD^2 を計算してみよう。



第 1-4 図 GD^2 の計算

中心より半径 r [m] のところの微小厚み dr [m] の円筒の質量 m は

$$m = 2\pi r l \rho dr \text{ [kg]} \quad (1-28)$$

ρ : 密度 [kg/m³], l : 円筒の長さ [m]

ゆえにこの部分の慣性モーメントは $2\pi r^3 l \rho dr$ [kg·m²] であるから全体の慣性モーメントは

$$J = \int_{R_1}^{R_2} 2\pi l \rho r^3 dr = \frac{\pi l \rho}{2} (R_2^4 - R_1^4) \text{ [kg·m}^2\text{]} \quad (1-29)$$

中空円筒の質量は

$$M = \pi (R_2^2 - R_1^2) l \rho \text{ [kg]} \quad (1-30)$$

であるから,

中空円筒の慣性モーメントは

$$J = M \frac{R_2^2 + R_1^2}{2} \text{ [kg·m}^2\text{]} \quad (1-31)$$

よって,

中空円筒の GD^2 は

$$GD^2 = M \frac{D_2^2 + D_1^2}{2} = \frac{\pi l \rho}{8} (D_2^4 - D_1^4) \quad (1-32)$$

1-2-3 仕事・動力・運動のエネルギー

トルク T [N·m], 角度 θ [rad] とすれば仕事量は (1-11) 式と同様で,

回転運動の仕事量

$$W = T\theta \text{ [J]} \quad (1-33)$$

動力は (1-12) 式と同様で, つぎのようになる.

回転運動の動力 [(N·m) と [rad/s] によるもの]

$$P = \frac{dW}{dt} = T\omega \text{ [W]} \quad (1-34)$$

一般に電動機応用の分野では角速度を毎分の回転数 n [rpm] で表す習慣がある.

[rpm] と [rad/s] の関係は

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} \quad (1-35)$$

であるから

回転運動の動力 [(rpm) と [N·m] によるもの]

$$P = \frac{2\pi}{60} Tn = 0.1047 Tn \text{ [W]} \quad (1-36)$$

さらにトルクを T' [kgf·m] で表す場合は

回転運動の動力 [(rpm) と [kgf·m] によるもの]

$$P = \frac{2\pi}{60} g T'n = 1.027 T'n \text{ [W]} \quad (1-37)$$

慣性モーメント J [kg·m] の物体が角速度 ω [rad/s] で回転しているときの運動のエネルギーは, (1-13) 式と同様で,

回転運動の運動のエネルギー

$$A = \frac{1}{2} J \omega^2 \text{ [J]} \quad (1-38)$$

慣性モーメントの代わりに $GD^2[\text{kg}\cdot\text{m}]$ 、角速度の代わりに回転速度 $n[\text{rpm}]$ を用いると次式のようになる。

回転運動の運動のエネルギー

$$A = \frac{GD^2}{2 \times 4} \left(\frac{2\pi n}{60} \right)^2 = \frac{GD^2 n^2}{730} [\text{J}] \quad (1.39)$$

$n_1[\text{rpm}]$ から $n_2[\text{rpm}]$ まで回転速度が変化するとき

運動のエネルギー変化は

$$\Delta A = \frac{GD^2}{730} (n_1^2 - n_2^2) [\text{J}] \quad (1.40)$$

回転速度が下がるときは、 ΔA なるエネルギーを回転体の外へ出す。また回転速度が上がるときは、 ΔA なるエネルギーを回転体が外からもらって蓄えることになる。この場合、

エネルギーを放出する割合すなわち動力は

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{GD^2}{365} n \frac{dn}{dt} [\text{W}] \quad (1.41)$$

1.2.4 GD^2 の換算と慣性係数

電動機で負荷を回すという一つの系を考えると、電動機軸の回転速度に、すべての定数を換算して計算するのが便利である。

このような系の中には電動機と違う回転速度で回転する負荷や、直線運動をする負荷がある。

電動機回転子の GD^2 を $(GD^2)_M$ 、回転体負荷の GD^2 を $(GD^2)_L$ 、また、直線運動をする負荷の質量を $M[\text{kg}]$ とする。それぞれがギヤ、ベルトあるいはクランクなどで連結され、電動機の回転速度が $n_M[\text{rpm}]$ のとき回転負荷の回転速度が $n_L[\text{rpm}]$ 、直線運動負荷の速度が $v[\text{m/s}]$ とすると、

系の全運動エネルギーは

$$\begin{aligned} A &= \frac{(GD^2)_M n_M^2}{730} + \frac{(GD^2)_L n_L^2}{730} + \frac{Mv^2}{2} \\ &= \frac{n_M^2}{730} \left\{ (GD^2)_M + (GD^2)_L \left(\frac{n_L}{n_M} \right)^2 + \frac{365v^2}{n_M^2} M \right\} \end{aligned} \quad (1.42)$$

となる。この式の $\{ \}$ 内が、電動機軸に換算された GD^2 の合計である。この式から

GD^2 の換算についてつぎのことがわかる。

(1) 負荷の GD^2 を電動機軸に換算するには、負荷と電動機との回転数比の2乗をかける。

(2) 直線運動をする物体の質量 $[\text{kg}]$ には $365 \left(\frac{v}{n_M} \right)^2$ をかけると、電動機軸換算 GD^2 になる。

上記のように負荷および電動機を含めた系全体の慣性モーメント(電動機軸に換算したもの)と、電動機の慣性モーメントの比を慣性係数という。すなわち、

慣性係数 FI

$$FI = \frac{J_M + J_L}{J_M} = \frac{(GD^2)_M + (GD^2)_L}{(GD^2)_M} \quad (1.43)$$

[例題 1.8] 定格出力 0.75 kW の誘導電動機の軸に第1.2図のようにアームをとりつけ、

軸が回らないようにしっかりと締めつけて、通电したら、秤の読みが 2 kg であったという。この電動機の始動トルクはいくらか、ただし、秤の位置は、軸心から 50 cm のところにある。

〔解答〕 秤の読みが 2 kg ということは、 2 kgf の力ということであるから、それを $[\text{N}]$ で表すと、(1-7) 式により、

$$F = 9.8 \times 2 = 19.6 [\text{N}]$$

よって、(1-14) 式により、トルクは

$$T = 19.6 \times 0.5 = 9.8 [\text{N} \cdot \text{m}]$$

$[\text{kgf} \cdot \text{m}]$ で表すと、

$$2 \times 0.5 = 1 [\text{kgf} \cdot \text{m}]$$

〔例題 1-9〕 第 1-5 図の回転体の慣性モーメントおよび GD^2 を求めよ。ただし、材質は鋼で、密度は 7.8 t/m^3 である。

〔解答〕 この回転体の質量は、(1-30) 式により、

$$M = \pi \times (0.5^2 - 0.3^2) \times 0.5 \times 7.8 = 1.96 [\text{t}]$$

慣性モーメントは (1-31) 式により、

$$J = 1.96 \times \frac{0.5^2 + 0.3^2}{2} = 0.333 [\text{t} \cdot \text{m}^2]$$

GD^2 は (1-27) 式により、

$$GD^2 = 4J = 4 \times 0.333 = 1.33 [\text{t} \cdot \text{m}^2]$$

あるいは、(1-32) 式により、

$$GD^2 = 1.96 \times \frac{1^2 + 0.6^2}{2} = 1.33 [\text{t} \cdot \text{m}^2]$$

〔例題 1-10〕 直径 1 m 、長さ 50 cm の充実中空円筒 (第 1-6 図(a)) の軸心に関する GD^2 およびその質量はいくらか。ただし材質は鋼で密度は 7.8 t/m^3 である。

また、これと同じ GD^2 を、外径 2 m 、長さ 50 cm の中空円筒で実現するときの内径とその質量を求めよ (第 1-6 図(b))。

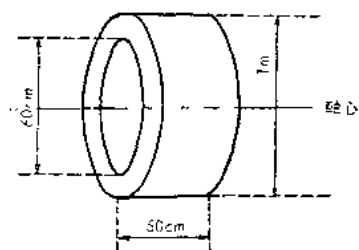
〔解答〕 充実円筒の質量 M_1 は (1-30) 式において $R_1 = 0$ であるから

$$M_1 = \pi \times 0.5^2 \times 0.5 \times 7.8 = 3.063 [\text{t}]$$

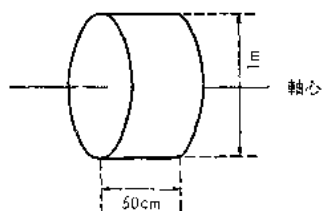
よって、その GD^2 は、(1-32) 式において $D_1 = 0$ とおき、

$$GD^2 = 3.063 \times \frac{1^2}{2} = 1.5315 [\text{t} \cdot \text{m}^2]$$

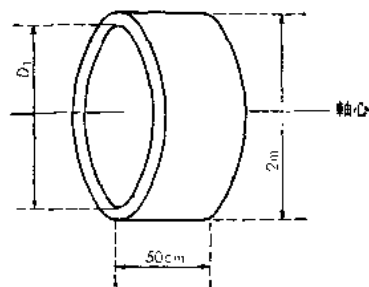
中空円筒にしたときの GD^2 は (1-32) 式のとおりで、



第 1-5 図



(a)



(b)

第 1-6 図

$$GD^2 = \frac{\pi l p}{8} (D_2^4 - D_1^4)$$

よって、この式の中に既知の数字を代入すると

$$1.5315 = \frac{\pi \times 0.5 \times 7.8}{8} (16 - D_1^4)$$

$$1 = 16 - D_1^4$$

$$D_1^4 = 15$$

$$\therefore D_1 = 1.968[\text{m}]$$

すなわち、円筒の内厚は

$$\frac{2 - 1.968}{2} = 0.016[\text{m}]$$

16 mm でよいことになる。

その質量は (1.30) 式により、

$$M = \frac{\pi}{4} \times (2^2 - 1.968^2) \times 0.5 \times 7.8 = 0.389[\text{t}]$$

外径 1 m の充実円筒の 3.063 t に比べ外径 2 m の中空円筒では 0.389 t と、著しく軽くすむことになる。

〔例題 1.11〕 回転子の GD^2 が $2.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ の電動機を停止の状態から、等加速度で加速し、0.5 s で、1800 rpm の回転速度まで上げるのに必要な加速トルクはいくらか。

〔解答〕 GD^2 が $2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ということは、慣性モーメントは (1.27) 式により、

$$J = \frac{2.2}{4} = 0.55[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$$

また、1800 rpm を $[\text{rad/s}]$ になおすと、(1.35) 式により、

$$\omega = 1800 \times \frac{2\pi}{60} = 60\pi[\text{rad/s}]$$

よって加速度は (1.19) 式により、

$$a_s = \frac{60\pi}{0.5} = 120\pi[\text{rad/s}^2]$$

よって、加速トルクは、(1.26) 式により

$$T = 0.55 \times 120\pi = 207[\text{N} \cdot \text{m}]$$

$[\text{kgf} \cdot \text{m}]$ で表すと

$$207 \times \frac{1}{9.8} = 21.2[\text{kgf} \cdot \text{m}]$$

〔例題 1.12〕 定格出力 5.5 kW、定格回転速度 960 rpm の電動機の定格トルクはいくらか。

〔解答〕 (1.36) 式により、

$$T = \frac{5500}{0.1047 \times 960} = 54.7[\text{N} \cdot \text{m}]$$

あるいは (1.37) 式により、

$$T' = \frac{5500}{1.027 \times 960} = 5.58[\text{kgf} \cdot \text{m}]$$

なお、SI 単位にすべてをなおして計算をしてみると、つぎのとおりである。

960 rpm は、(1-35) 式により、

$$\omega = 960 \times \frac{2\pi}{60} = 32\pi \text{ (rad/s)}$$

よって、トルクは (1-34) 式により、

$$T = \frac{5500}{32\pi} = 54.7 \text{ (N}\cdot\text{m)}$$

〔例題 1-13〕 上記の電動機のはずみ車効果が $0.3 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ とすれば、定格速度時回転子もつ運動のエネルギーはいくらか。

〔解答〕 (1-39) 式により、

$$A = \frac{0.3 \times 960^2}{730} = 379 \text{ [J]}$$

なお、SI 単位になおして計算してみると、つぎのようになる。

慣性モーメントは、(1-27) 式により、

$$J = \frac{0.3}{4} = 0.075 \text{ (kg}\cdot\text{m}^2)$$

回転角速度は、(1-35) 式により、

$$\omega = 960 \times \frac{2\pi}{60} = 32\pi \text{ (rad/s)}$$

∴ 運動のエネルギーは、(1-38) 式により、

$$A = \frac{1}{2} \times 0.075 \times (32\pi)^2 = 379 \text{ [J]}$$

〔例題 1-14〕 はずみ車効果 $100 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ の回転体の回転速度が、1500 rpm から 1200 rpm まで下る間に放出するエネルギーはいくらか。

〔解答〕 (1-40) 式により、

$$\Delta A = \frac{100}{730} \times (1500^2 - 1200^2) = 111000 \text{ [J]}$$

〔例題 1-15〕 上記の回転体に発電機をつけておき、電圧を終始一定に保ちながらその出力で 100 W の電球を 10 個ともした場合、1500 rpm から 1200 rpm まで速度が落ちるのに何秒かかるか。ただし、発電機などの損失を無視する。

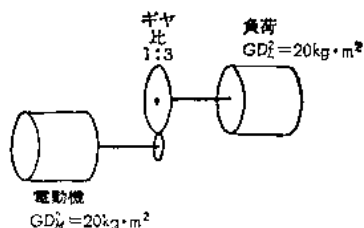
〔解答〕 (1-41) 式により、

$$\frac{111000}{100 \times 10} = 111 \text{ [s]}$$

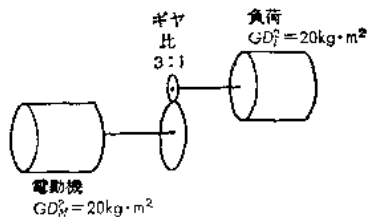
〔例題 1-16〕 第 1-7 図の (a)、(b)、(c) に示した各系の、電動機軸に換算した全 GD^2 を求めよ。ただし、変速機構の GD^2 は無視する。

〔解答〕

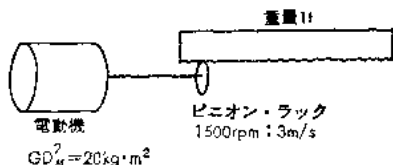
(a) 1-2-4 (1) の条件により、



(a)



(b)



(c)

第 1-7 図