

6
广 州 市 中 学

数 学

教学参考资料

高中一年级第一学期

第一章 视 图

一、 教 学 目 的

1. 教育学生虚心向工人学习，学习他们自觉地高标准严要求、认真、负责、一丝不苟的工作作风和态度。
2. 使学生掌握正投影的原理、三视图的概念，培养学生看、画简单物体的视图的能力。

二、 教材说明

1. 教材的安排顺序

教材首先提出直观图不能准确、完整地表示物体的形状，为了解决这个矛盾，使之符合生产上的需要，人们在长期的生产实践中总结出另一种画图方法——视图，接着介绍视图的基础知识——投影概念和三视图，继而学习物体视图尺寸的注法，最后学习柱、锥、台、球等简单物体的视图。

2. 教材的重点、难点

(1) 教材的重点是三视图，因为它是视图的基础。正确地理解和掌握投影的概念和线、面投影的规律是解决这个教材重点的关键。

(2) 教材的难点是看图能力的培养，因为看图是根据投影关系把视图联系起来构成一个立体的形象的过程，这是从平面到立体的过程，学生在学习时会感到困难，突破这一难点的关键是使学生牢固掌握投影的知识，讲清投影原理和画图方法，通过画图、分析视图、形物对照，看图造模型等

教学活动，增强学生的空间想象能力，逐步培养学生的看图能力。

教学课时的安排

本章教学时数约需 8 课时，各节教学课时大致分配如下：

第一节	投影概念和三视图	3 课时
第二节	物体视图	4 课时
	复习小结	1 课时

第一节 投影概念和三视图

一、 教学要求

运用毛主席关于“看问题要从各方面去看，不能只从单方面去看”的观点，帮助学生认识物体各个方面的特征和它们的联系，掌握点、线和平面图形的投影规律以及三视图的概念及其画法，提高学生运用辩证唯物主义观点观察问题、分析问题和解决问题的能力。

二、 教学建议

1. 关于正投影的教学

(1) 弄清正投影的概念及正投影的基本规律，教学时通过分析对比课本图 1—2 中的三种投影的特点，使学生明确正投影具有两个特征：一是投影线互相平行；二是投影线与投影面垂直。同时使学生了解正投影所属的范畴。

投影 { 中心投影
 平行投影 { 斜投影
 正投影

(2) 线段和平面图形的投影规律是画三视图与看三视图的基础,要采用直观教具进行教学。

线段的投影是这一线段的两个端点在投影面上的投影的连线。可通过逐渐改变一段竹枝(铁线或木条)与投影面的夹角而引出:当这一线段与投影面平行时它的投影是一条与原线段等长的线段;当这一线段与投影面倾斜时它的投影是一条比原线段短的线段;当这一线段与投影面的夹角是 90° 时(即垂直),它的投影是一个点。即 $A'B' = AB \cos \alpha$, ($0 \leq \alpha \leq 90^\circ$), α 是倾斜角。

平面图形是由线(线段或曲线)围成的,因此,平面图形的投影就是这个图形边线投影所围成的图形。教学时可仿照线段投影的方法进行。

2. 关于三视图的教学

(1) 三视图的形成

使用三块木板或硬纸板制作三个互相垂直的平面(如课本图1—9)的直观教具,象课本图1—9那样,把砖块(为教学方便,可用木块)放置在三个互相垂直的投影平面的前面,先引导学生面向正面(平面V),选择高低适当的位置去看(这时可近似地把视线与投影面看成互相垂直)这砖块,就能直观地看到砖块的前面(即表面1)与后面(即平行于表面1的那个面)的投影,都是一个和表面1形状、大小相同的线框,只是后面被前面遮住了,由于砖块的上、下两个表面与左、右两个表面都与正面(平面V)垂直,根据“平面垂直投影面,图形反映一条线”的道理,这上、下、左

右四个表面在正面上的投影均分别是线段，这些线段又恰好与表面1的投影线框重合，因此，砖在正面（平面V）上的视图便是一个长方形，它反映了砖块的长和高。物体在正面（平面V）上的视图称为主视图。采用同样方法，可以讲清俯视图与左视图的道理。

拿走砖块，将上述直观教具的正面（主视图）、侧面（左视图）、水平面（俯视图）展开铺平〔如课本图1—10(2)〕，就能得到三个视图的位置关系。但在展开时，往往容易展错，教学时要向学生讲明展开的方法，即正面（主视图）不动，水平面（俯视图）向下转 90° ，侧面（左视图）向右转 90° 。

（2）三个视图的内在联系

三个视图的内在联系简单地说就是“长对正，高平齐，宽相等”，这里不仅要求长要相等，而且要对正，不仅要求高要相等，而且要平齐，这种关系是画图和看图的依据，必须让学生深刻地理解它，并懂得这种关系不仅适用于整体，而且适用于局部，教学时可将展开后的三个平面合起来象课本图1—9那样，把砖块放在原来投影的位置，并对照三个视图进行分析，砖块的长度在主视图和俯视图都反映出来。如果将水平面H向下转 90° ，那么，清楚地看出主视图所表示的长与俯视图所表示的长都同夹在两条平行线之间（如课本图1—12）。当把W面向右转 90° 铺平时，可以看到主视图和左视图所表示的高都夹在两条水平线中间，即反映物体的高的两条相应线段是平齐的。同样道理可以认识俯视图和左视图所表示物体的宽是相等的。但要让学生注意：俯视图中反映物体的宽的线段是垂直的线段，左视图中反映物体的宽的线段是水平的线段，但相应的线段相等。

应当指出：将物体放在三个互相垂直的平面内作出它的

三视图，只是为了帮助我们理解三视图的来由以及三个视图的内在联系，实际上画物体的三视图是先通过观察物体的各个方面，选择主视图，再根据“长对正，高平齐，宽相等”画出俯视图和左视图，而不是总要把物体放到三个投影中去作出它的三视图的。

要注意防止学生在画视图时只画物体的“影”，任何一个视图都必须把物体的所有可见的和不可见的轮廓线，根据投影原理全部画出来，才成整个物体的视图，砖块的视图，刚好是那些不可见的轮廓线的投影与可见的轮廓线的投影重合，故好象没有把不可见的轮廓线画出来，这点应向学生说明。

(3) 主视图的选择

一般来说，画物体的视图时，常常选择能反映物体的形状的主要特征的视图作为主视图，例如三棱镜的形状特征是“三角形”，所以选取象课本图1—13那样以三角形为主视图，又如凸钢、槽钢的形状特征分别是“凸”字形、“凹”字形，因此选择它们的主视图就是如课本图1—18那样。教学时可通过要求学生用三棱镜（或模型）的不同侧面为主视图来画它们的三视图，把凸钢、凹钢倒放来画它们的三视图以加深他们对合理选择主视图来画视图的重要性的认识。

第二节 物体视图

一、 教学要求

要求学生掌握尺寸标注的基本知识，会看柱、锥、台、

球的视图，并能熟练地画出它们的视图。

二、 教学建议

关于柱、锥、台、球视图的教学

(1) 讲述圆柱和圆锥的视图时，应着重讲清柱面、锥面的投影，可通过这些投影实验，增强学生关于曲面的投影的感性认识，帮助他们理解圆柱和圆锥的主视图为什么分别是矩形和等腰三角形，并分析这矩形的长、宽和这等腰三角形的高和底边应等于实物中的那些线段的长度。

(2) 讲述棱台的视图时，可用竹枝（或铁丝）扎一个棱台的线框模型来做投影实验，这就能使各棱的投影显现出来，要先启发学生分析各个面的投影的形状，再分别分析在主视图和俯视图中那些是平行投影面的表面，它的投影，形状大小都不变，那些是倾斜投影的表面，它的投影，形状大小都改变。然后画出它的主视图和俯视图。画图时要先画“形状大小都不变”的那些面、线段的投影，再用联结的方法画那些“形状大小都改变”的面、线段的投影，如图 1.1 所示。

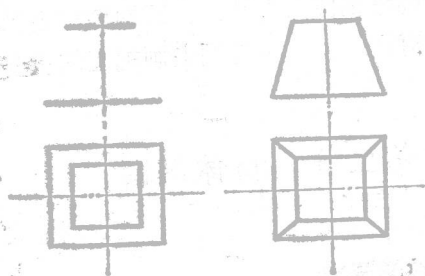


图 1.1

(3) 画棱柱、棱锥、棱台的视图比画圆柱、圆锥、圆台的视图复杂些。为了帮助学生记忆，可以归纳出棱柱、棱锥、棱台的视图的画法的规律：

① 充分应用线段、平面的投影规律先画平行投影面的底面、高的投影；

② 再抓住三视图的“长对正，高平齐，宽相等”的内在联系画出不平行于投影面的各棱（面）的投影。

(4) 圆柱、圆锥、圆台、球等旋转体都可以借助于直径的符号“ ϕ ”来表示，用一个视图就可以了（图1.2）。棱柱、棱锥、棱台，只要选择适当的视图，一般可用二视图来表示。

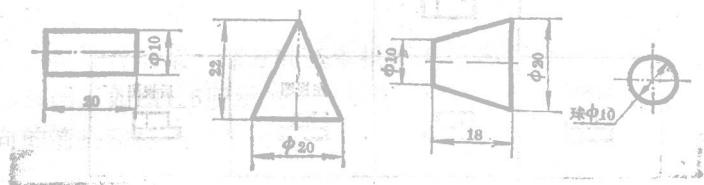


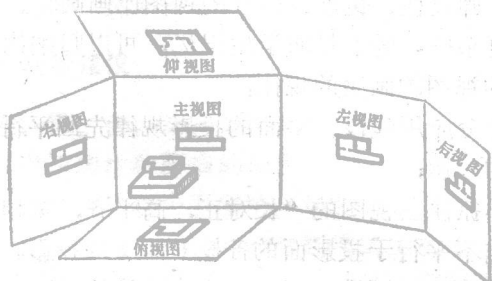
图 1.2

三、 参考材料

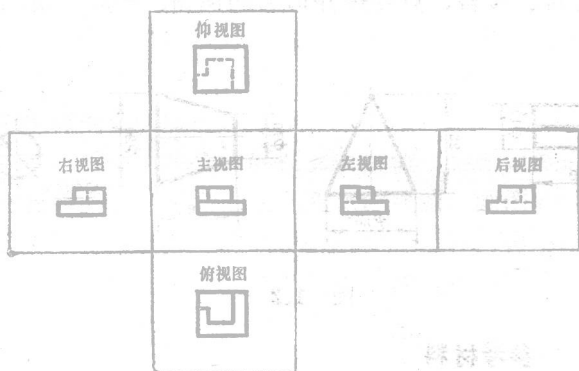
视图分基本视图、斜视图和局部视图等。

(1) 基本视图

绘制机件图样时所采用的基本投影面规定为六面体的六个面。将机件放在六个面当中，向各基本投影面投影，按照图1.3(甲)所示顺序展开得出六个基本视图，分别称为：主视图、俯视图、左视图、右视图、仰视图和后视图，各视图间的相对位置如图1.3(乙)所示。



(甲)



(乙)

图 1.3

(2) 零件的某些部分不平行于基本投影面时，可用斜视图，如图1.4(甲)所示，图中要用箭头指明投影方向，并在斜视图上方注明，斜视图的位置最好是箭头所指的方向，必要时可以旋转到与标题栏平行的位置，并注上“旋转”二字，如图1.4(2)所示。

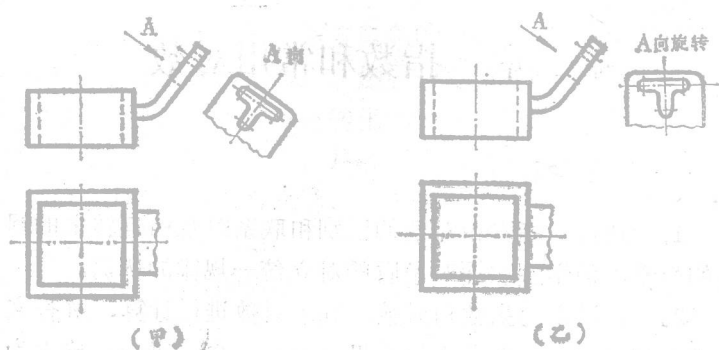


图 1.4

(3) 局部视图

将零件的某一部分向基本投影面投影所得的图形，叫局部视图。如图1.5所示的A向视图，它也应具有指明投影方向的箭头和标上“A向”字样。

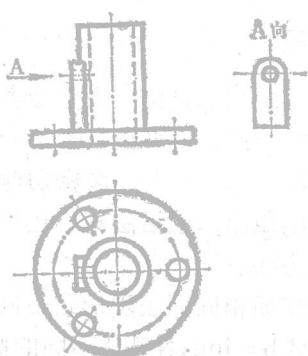


图 1.5

第二章 指数和常用对数

一、 教学目的

1. 通过对指数和对数的区别和联系以及相互转化的阐述的教学,使学生加深对矛盾的对立统一规律的认识。

2. 通过学习指数和对数,利用对数进行计算,解答文字例题与习题等,对学生进行思想路线教育,进一步确立为革命而学习的思想。

3. 要求学生正确理解零指数、负整数指数、分数指数幂的意义,熟练掌握有理数指数幂的运算。

4. 要求学生正确理解对数和常用对数的概念和性质,以及对数和指数的辩证关系,熟练使用对数表和反对数表,利用对数进行计算以解决三大革命运动中有关的问题。

二、 教材说明

数学概念和运算法则都是由三大革命实践的推动和自身的矛盾运动而产生和发展的,并由三大革命实践所检验为正确的,因此,在讲授本章内容时,应密切联系实际,揭露矛盾,解决矛盾,阐明规律,概括法则,运用从实践中来到实践中去的科学研究方法。

指数和对数是实质相同而表现形式不同的两个概念。指数式 $a^b = N$ 和对数式 $b = \log_a N$ 是从不同的侧面来反映 a 、 b 、 N 之间的同一关系,所以,在讲授对数概念和性质时,必须抓住这两个对立统一的概念,用对立统一规律来阐明它们的

关系，讲清对数的性质。

对数概念是在实数指数幂概念的基础上建立的，因此，本章首先是指数概念的推广，然后介绍对数，研究常用对数。利用对数，可以把乘除转化为加减、把乘方开方转化为乘除，即可以使运算降级，从而简化运算。

关于无理数指数幂概念，教材只是顺便指出，这是因为学习幂函数、指数函数、对数函数等数学内容的需要，但又鉴于无理数指数幂的概念难以被学生接受，所以只要求学生知道当底为正数时，无理数指数幂也是一个实数就可以了。

同底数的幂的运算法则是研究对数的重要理论根据，利用对数进行计算是直接解决三大革命实践中有关问题的有力工具，因此，同底数的幂的运算法则和利用对数进行计算是本章的重点。

积、商、幂、方根的对数以及常用对数的性质是利用对数进行计算的依据，而正确掌握常用对数的首数的确定方法和真数的定位方法则是正确利用对数进行计算的关键。

对数概念的建立和具有负首数的对数计算是本章的难点，在教学中必须设法攻破，及时纠正学生中发生或可能发生的各种错误。

三、 教学课时安排

本章教学估计大约需要24课时，各节所需时数大致分配如下：

第一节	指数概念的推广	共 7 课时
2.1	零指数	1 课时
2.2	负整数指数	1 课时
2.3	分数指数	2 课时

2.4	有理数指数幂的运算	2 课时
	复习	1 课时
第二节	常用对数	共17课时
2.5	对数的概念	2 课时
2.6	积、商、幂、方根的对数	2 课时
2.7	常用对数	2 课时
2.8	首数和尾数	2 课时
2.9	常用对数表	2 课时
2.10	反对数表	1 课时
2.11	利用对数进行计算	4 课时
	复习	2 课时

第一节 指数概念的推广

一、教学要求

1. 运用“矛盾不断出现，又不断解决，就是事物发展的辩证规律”的观点阐明零指数幂、负整数指数幂、分数指数幂是由三大革命实践的推动和数学自身的矛盾运动而产生和发展的，运用“对立统一”的观点阐明乘方和开方、幂与根式的相互关系和转化，对学生进行辩证唯物主义教育。

2. 使学生明确零指数幂、负整数指数幂、分数指数幂的意义，懂得正整数指数幂的运算法则在有理数指数幂中仍然适用，并能熟练掌握有理数指数幂的运算。

二、教学建议

1. 为什么要把指数概念进行推广

这一节内容是在正整数指数幂的概念的基础上，运用“矛盾不断出现，又不断解决，就是事物发展的辩证规律”的观点讲授各种指数幂的概念的，在教学中，首先要复习正整数指数幂的概念和运算规律，然后指出同底数的幂的运算规律中指数所受的限制，这些限制本身给运算带来局限性，与实际计算发生矛盾，从而提出解决矛盾的新课题，激发学生学习的自觉性。

因为在实际计算中必然会出现 $a^3 \div a^3$ 和 $a^3 \div a^5$ 的情况，但运算规律(2)中，规定 $m > n$ ，也就是说，在同底数的幂相除时，被除式的指数要大于除式的指数才能应用运算规律。这样，运算规律就与实际计算发生矛盾，这一矛盾反映了指数概念的局限性，有矛盾，就有发展，指数概念就要推广。

2. 区分各种指数幂的意义

各种指数幂的定义前的论述，只是说明这样的定义的必要性和合理性，它是运算的需要，数学科学研究的需要，同时也是符合客观实际的，不是人们头脑主观臆造的，不要把定义前的论述看成是对定义的证明，在现行中学数学系统中，它是不可能用推理方法来证明的。

我们知道，正整数指数幂 a^n 是 n 个 a 相乘的积， n 一定是正整数。因此，同底数的幂相除： $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 中，不但要求 $a \neq 0$ （除数永远不能为零），而且要求 $m > n$ 。如前所述，在实际计算中，常会遇到 $m \leq n$ 的情况；当计算 $a^m \div a^n$ （ $m \leq n$ ）时，运算规律(2)左边是有意义的，可以直接根据除法求出结果；运算规律(2)右边，从运算角度而言， $m - n$ 是不受任何限制的，总是可以进行的，而规定 $m > n$ ，只不过是保证右边也是正整数指数幂罢了。这样，运算与幂

的概念就发生了矛盾，而且幂的概念还表现为主要方面，因此只要定义 $a^0 = 1$ ， $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ ，($a \neq 0$)，矛盾就解决了。

分数指数幂是由根式定义的。因此，先让学生掌握根式的概念和当 $a \geq 0$ 时，根式的两个性质： $(\sqrt[n]{a})^n = a$ ， $\sqrt[n]{a^n} = a$ ，再从例 1 看到，当 $a \geq 0$ ，且 m 是 n 的整数倍时，便有

$\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$ ，这就是说，幂的开方的运算规律是

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ ($a \geq 0$ ， m 、 n 为正整数， m 是 n 的整数倍)。

然后，仿照讲授整数指数幂的概念那样，论述分数指数幂的

意义，阐明定义 $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ ($a \geq 0$) 的必要性和合理性。

有了正分数指数幂的概念后，负分数指数幂的概念就不言而喻了。

关于无理数指数幂的概念，教材没有下定义，只作粗线的描述。只要求学生知道，当 $a > 0$ ， α 是一个无理数， a^α 是一个实数就可以了。这内容可放在本节复习时才作介绍。

指数概念的推广是符合客观实际的。例如现有质量为 A_0 的放射性元素镭，经过一年后它的质量减少 0.044%，如果经过 n 年后它的质量为 A ，便有 $A = A_0(1 - 0.044\%)^n$ ，即 $A = A_0 \times 0.99956^n$ 。由于时间是无始无终连续变化的，因此指数 n (单位年) 不但允许取任意正整数，而且允许取任意实数。

很明显，现在这一时刻， $A = A_0$ ， $n = 0$ ，所以，必须 $0.99956^0 = 1$ ，故定义不等于零的数的零次幂等于 1 是符合客观实际的。

因为放射性元素镭是在以前不断衰变过来的，所以时间

变量 n 可以取负数(事实上可取所有实数)。不论时间是整数年后(n 为正整数),还是整数年前(n 为负整数),也不论是非整数年后(如 n 为正分数),还是非整数年前(如 n 为负分数),应用公式 $A = A_0 \times 0.99956^n$ 来计算某一时刻镭的质量都是正确的。

建议在本章复习时举这个例子,一方面说明指数概念的推广是符合客观实际的,另一方面提出要算象 $0.99956^{4.5}$ 或 $0.99956^{-3.5}$ 这样的数,用已学过的计算方法是比较困难的,人们常用一种新的计算方法,再一次指出实际计算推动着数学的发展,为学习对数拉开序幕。为了使问题简化,教学时不妨假设 $A_0 = 1$ 克。

3. 讲清底数 a 的允许值

各种指数幂的定义中,对底数 a 都有不同的限制,由于负数指数幂是由相应的正数指数幂的倒数来定义的,所以,负整数指数幂和负分数指数幂的定义中都规定 $a \neq 0$ 。由于分数指数幂是由根式定义的,所以规定底数 a 不能为负数。即正分数指数幂中规定 $a \geq 0$,负分数指数幂中规定 $a > 0$ 。如果

$a < 0$,就不能保证对于任意的分数 $\frac{m}{n}$,都使得 $a^{\frac{m}{n}}$ 有意义。

例如 $a = -4$, $\frac{m}{n} = \frac{1}{2}$, $(-4)^{\frac{1}{2}}$ 就没有意义,即 $\sqrt{-4}$

在实数范围内没有意义。

4. 阐明各种指数幂的区别与联系

零指数幂、负整数指数幂、分数指数幂的意义与正整数指数幂的意义是不同的。正整数指数幂是相同因数的积(即乘方的结果),而它们却是在解决同底数的幂相除以及根式与幂的关系,或者说幂的开方的问题时被定义的,它们各有自己

确定的意义。因此，不能用正整数指数幂的意义来理解新的指数幂的意义，不能把 a^0 理解为0个 a 相乘、 a^{-2} 理解为-2个 a 相乘， $a^{\frac{2}{3}}$ 理解为 $\frac{2}{3}$ 个 a 相乘等等。然而，它们具有同一

性，是共存于实数指数幂的统一体中，正如整数和分数、正数和负数、有理数和无理数的对立统一关系那样，它们都是互相对立、互相依存，也无不在一定条件下可以互相转化。

指数概念推广到全体实数范围后，对于指数幂的运算规律就不受正整数指数幂的概念的限制了，而且可以把同底数的幂的乘、除两个运算规律统一为一个，即 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ，也可以把积的乘方与商的乘方两个运算规律统一为一个，即 $(a \cdot b)^n = a^n b^n$ ，同时幂的乘方这一运算规律也包括了幂的开方。所以，在实数指数幂的统一体中，幂的运算规律就可归纳为三个。

5. 关于有理数指数幂的运算的教学

指数概念推广后，就可以把同底数的幂的乘、除变为指数的加、减，把幂的乘方、开方变为指数的乘、除，不但如此，还可以把幂的乘除统一起来，把幂的乘方开方统一起来，这样，就可以通过幂的运算来简化某些运算。正如恩格斯指出的那样：“至于用幂来运算，就更进步得多了。计算方法的一切固定差别都消失了，一切都可以用相反的形式表示出来。”

教学时还可补充介绍等式

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \quad (a \neq 0, b \neq 0).$$

应用这个等式，往往使运算更简便。

因为同底数的幂相乘是底不变，把指数相加，所以，教