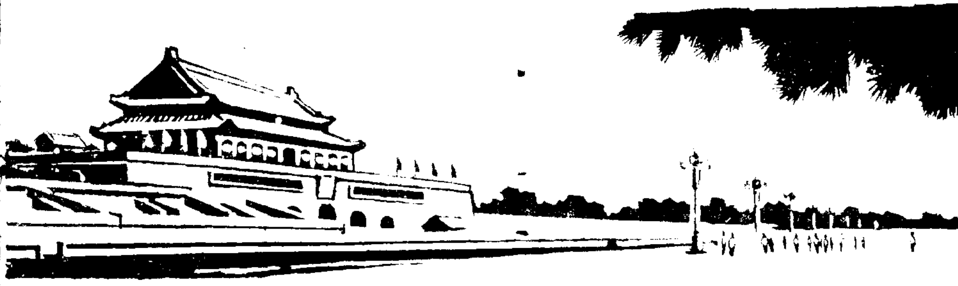

北京市中学课本

数学

第二册

北京市中学课本

数　学

第 二 册

北京市教育局教材编写组编

*

北 京 人 民 出 版 社 出 版

北 京 市 新 华 书 店 发 行

北 京 印 刷 一 厂 印 刷

*

1972 年 1 月第 1 版　1973 年 6 月第 2 版

1974 年 6 月第 2 版第 4 次印刷

书号：K 7071·16　定价：0.20 元

毛主席语录

我们的教育方针，应该使受教育者在德育、智育、体育几方面都得到发展，成为有社会主义觉悟的有文化的劳动者。

学生也是这样，以学为主，兼学别样，即不但学文，也要学工、学农、学军，也要批判资产阶级。学制要缩短，教育要革命，资产阶级知识分子统治我们学校的现象，再也不能继续下去了。

说　　明

彻底改革旧教材，编写无产阶级新教材，是无产阶级教育革命的重要组成部分。在毛主席教育革命思想的指引下，在本市广大工农兵、革命师生和有关单位的大力支持和帮助下，我们编写了这册教材，供本市中学一年级下学期使用。由于我们对伟大领袖毛主席的教育革命思想理解不深，教材中一定会有不少缺点和错误，望广大工农兵和革命师生批评指正。

北京市教育局教材编写组

一九七三年四月

目　录

第三章　一次方程组

第四章　整式乘除法与分式

第三章　一次方程组

前面我们利用一元一次方程解决了一些实际问题. 但是在一些比较复杂的问题里，矛盾增多了，未知数的个数也随着增多，因此，需要引进一些新的方法来更好地解决这些矛盾.

一　一次方程组的解法

1. 二元一次方程组

例　6 米长的钢条截成两段，其中一段的长度是另一段的 2 倍，问每段各长多少？

问题中含有两个未知数，即两段钢条各长多少. 这两个未知数分别用两个字母 x、y 来表示，根据问题中的两个条件可以列出两个方程.

设一段钢条长 x 米，另一段钢条长 y 米.

从两段钢条共长 6 米这个条件，列出方程

$$x+y=6. \tag{1}$$

从其中一段的长度是另一段的 2 倍这个条件，列出方程

$$x=2y. \tag{2}$$

方程(1)和方程(2)都含有两个未知数，并且含有未知数项的次数都是1，我们把这样的方程叫做二元一次方程.

例如：$2x-y=5$，$25y=31z$，$x-0.38=21y$，$\frac{2}{3}p+5q=4$ 等都是二元一次方程.

上面我们列出的二元一次方程(1)和(2)中，x 表示同一个未知数，y 表示另外的同一个未知数，这两个方程共同反映出这个问题的总体．遵照毛主席关于**“只有从矛盾的各个方面着手研究，才有可能了解其总体”**的教导，下面我们分别研究每个方程.

在方程(1)中，若 $x=5$，则 $y=1$，若 $x=3$，则 $y=3$．用同样的方法可以求出使方程(1)成立的无数组值：

$$\begin{cases}x=4,\\y=2;\end{cases}\quad\begin{cases}x=2,\\y=4;\end{cases}\quad\begin{cases}x=0,\\y=6;\end{cases}\quad\begin{cases}x=-10,\\y=16;\end{cases}\quad\cdots\cdots$$

我们把能使二元一次方程成立的两个未知数的值，叫做二元一次方程的一组解．可以看出，方程(1)有无数组解.

同样，可以求出方程(2)的无数组解：

$$\begin{cases}x=4,\\y=2;\end{cases}\quad\begin{cases}x=6,\\y=3;\end{cases}\quad\begin{cases}x=7,\\y=3.5;\end{cases}\quad\cdots\cdots$$

通过上面的分析，我们知道任何一个二元一次方程都有无数组解.

方程(1)的无数组解，能使方程(1)成立，但它一般不能使方程(2)成立；同样，方程(2)的无数组解，能使方程(2)成立，但它一般不能使方程(1)成立. 只有当 $\begin{cases}x=4,\\y=2\end{cases}$ 时，才能使方程(1)和方程(2)同时成立. 也就是同时满足问题中的两个条件，从而使问题得到解决.

由若干个方程合成的一组方程，叫做方程组.

含有两个未知数的，并且含有未知数的项的次数都是1的方程组，叫做二元一次方程组. 例如，上面的方程(1)和(2)合在一起就组成一个二元一次方程组. 记作：

$$\begin{cases}x+y=6, & (1)\\ x=2y. & (2)\end{cases}$$

使方程组里所有方程同时成立的解，叫做方程组的解. 很明显，方程组的解，就是方程组里所有方程的公共解. 例如，上面的例子中二元一次方程组

$$\begin{cases}x+y=6,\\ x=2y\end{cases}$$

的解是

$$\begin{cases}x=4,\\ y=2.\end{cases}$$

就是说，一段钢条长 4 米，另一段钢条长 2 米.

求方程组的解的过程，叫做解方程组.

在本章中所研究的二元一次方程组，都是由含有相同未知数的两个二元一次方程所组成的．这样的方程组，除特殊情形，一般总有一组解并且只有一组解.

练 习

1. 已知二元一次方程组：

$$\begin{cases} 2x-y=7, & (1) \\ x+2y=-4. & (2) \end{cases}$$

问下列各组 x、y 的值哪些是方程(1)的解？哪些是方程(2)的解？哪些是方程组的解？

$\begin{cases} x=1, \\ y=-5; \end{cases}$ $\begin{cases} x=0, \\ y=-2; \end{cases}$ $\begin{cases} x=2, \\ y=-3; \end{cases}$

$\begin{cases} x=3, \\ y=-1; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-2, \\ y=-1. \end{cases}$

2. 将下列各二元一次方程中的一个未知数用含有另一个未知数的代数式来表示（如 $2x+3y=-1$，将 x 用含有 y 的代数式表示，就是 $x=\dfrac{-3y-1}{2}$）：

(1) $x+y=10$； (2) $x-5y=10$；

(3) $2x-y=3$； (4) $3x-y=0$；

(5) $3x+5y=6$； (6) $2x-6y=9$；

(7) $7x-5y+3=0$； (8) $4x+3y=-5$.

3. 把二元一次方程 $3x+y=10$, 化成用含有 x 的代数式表示 y 的形式, 然后填写适合于方程的数值表:

x	-2	-1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	2	4
y							

4. 比较二元一次方程和一元一次方程有哪些不同?

2. 二元一次方程组的解法

(1) 代入消元法

例 1 解方程组:

$$\begin{cases} y=x-47, & (1) \\ x+y=275. & (2) \end{cases}$$

在方程组中, 既然同一个未知数表示题目中的同一个量, 那么就可以把方程(2)里的 y 换成 $x-47$, 这样就消去了 y, 得到一个一元一次方程.

解: 消去 y.

把(1)代入(2), 得

$$x+x-47=275.$$

化简, 得 $2x=322$,

$$x=161.$$

把 $x=161$ 代入(1), 得

$$y=161-47=114.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x = 161, \\ y = 114. \end{cases}$$

要检验所得结果是不是原方程组的解，可以把这组解代入原方程组中的每一个方程进行检验.

检验：把 $x = 161, y = 114$ 代入(1)，

左边 $= 114$，右边 $= 161 - 47 = 114$.

$\therefore$ 左边 = 右边.

把 $x = 161, y = 114$ 代入(2)，

左边 $= 161 + 114 = 275$，右边 $= 275$.

$\therefore$ 左边 = 右边.

$\therefore \begin{cases} x = 161, \\ y = 114 \end{cases}$ 是原方程组的解.

检验可以口算，或者在草稿纸上计算，不必写出.

上面这种方法是通过"代入"消去一个未知数，把"二元"转化为"一元"的. 转化的条件是：一个方程里的一个未知数用含有另一个未知数的代数式来表示. 有了这个条件，就可以把这个代数式代入另一个方程里，消去一个未知数，得到一个一元一次方程. 这种解法叫做代入消元法，简称代入法.

例 2 解方程组：

$$\begin{cases}2x-y=5, & (1)\\ 3x+4y=2. & (2)\end{cases}$$

解: 消去 y.

由(1),得 $\quad y=2x-5. \qquad (3)$

把(3)代入(2),得

$$3x+4(2x-5)=2,$$

$$3x+8x-20=2,$$

$$11x=22,$$

$$x=2.$$

把 $x=2$ 代入(3),得

$$y=-1.$$

$$\therefore \quad \begin{cases}x=2,\\ y=-1.\end{cases}$$

例 3 解方程组:

$$\begin{cases}2x+3y=-1, & (1)\\ 7x-5y-12=0. & (2)\end{cases}$$

解: 消去 x.

由(1),得

$$x=\frac{-1-3y}{2}. \qquad (3)$$

把(3)代入(2),得

$$\frac{7(-1-3y)}{2}-5y-12=0,$$

$$7(-1-3y)-10y-24=0,$$

$$-7-21y-10y-24=0,$$
$$-31y=31,$$
$$y=-1.$$

把 $y=-1$ 代入(3)，得

$$x=\frac{-1-3(-1)}{2},$$
$$x=1.$$
$$\therefore\ \begin{cases}x=1,\\ y=-1.\end{cases}$$

从以上几个例子可以看出，用“代入法”解二元一次方程组的一般步骤是：

①把一个方程里的一个未知数用含有另一个未知数的代数式表示；

②把这个代数式代入另一个方程，消去一个未知数，得到一个一元一次方程；

③解这个一元一次方程，求出一个未知数的值；

④把这个未知数的值代入第一步所得的代数式中，求出另一个未知数的值；

⑤ 把这两个未知数的值写在一起，就是方程组的解.

练　习

用代入法解二元一次方程组：

1. $\begin{cases} y=3x, \\ 7x-3y=2; \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x-y=2, \\ x=y+1; \end{cases}$

3. $\begin{cases} y=\frac{2}{3}x, \\ 3x-4y=2; \end{cases}$

4. $\begin{cases} x-3y=33, \\ 2x-y=4; \end{cases}$

5. $\begin{cases} 5x-3y=5, \\ x-2y=5; \end{cases}$

6. $\begin{cases} 2x-y=5, \\ 3x+4y=2; \end{cases}$

7. $\begin{cases} 5x+3y=0, \\ 12x+7y=-1; \end{cases}$

8. $\begin{cases} 3x-2y=2, \\ 4x-5y=3; \end{cases}$

9. $\begin{cases} 2y+3z+4=0, \\ 5y+6z+7=0; \end{cases}$

10. $\begin{cases} 5x+3y=18, \\ 2x-3y=3; \end{cases}$

11. $\begin{cases} 3y=87-2x, \\ 3x=7+5y; \end{cases}$

12. $\begin{cases} 3x+4y=16, \\ 5x-6y=33. \end{cases}$

（2）加减消元法

例4 解方程组:

$$\begin{cases} 5x+3y=18, & (1) \\ 2x-3y=3. & (2) \end{cases}$$

我们看到方程(1)、(2)中，y的系数的绝对值相等，符号相反．如果将方程(1)和(2)左右两边分别相加，就可以消去未知数y．

解：消去y．

(1)+(2)，得

$$7x=21,$$

$$x=3.$$

把 $x=3$ 代入(1)，得

$$5\times 3+3y=18,$$

$$3y=3,$$

$$y=1.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x=3, \\ y=1. \end{cases}$$

例 5 解方程组:

$$\begin{cases} x+2y=4, & (1) \\ 4x+3y=11. & (2) \end{cases}$$

如果将方程 (1) 的两边乘以 4 再和方程 (2) 的左右两边分别相减，就可以消去未知数 x.

解：消去 x.

(1)×4，得

$$4x+8y=16. \quad (3)$$

(3)－(2)，得

$$5y=5,$$

$$y=1.$$

把 $y=1$ 代入(1)，得

$$x+2\times 1=4,$$

$$x=2.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x=2, \\ y=1. \end{cases}$$

由例4和例5可以看出，这种“消元”的方法是将方程组中的两个方程(或变形后的方程)相加或相减而消去一个未知数，把“二元”转化为“一元”的．转化的条件是：两个方程里的某一个未知数的系数的绝对值相等．把方程组里的一个或两个方程的两边乘以适当的数，就可以创造出这个条件．有了这个条件，就可以把两个方程相加或相减消去一个未知数，得到一个一元一次方程．这种方法叫做加减消元法，简称加减法．

例6 解方程组：

$$\begin{cases}\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{3}=\dfrac{4}{3}, & (1)\\ 5(x-9)=6(y-2). & (2)\end{cases}$$

解：将方程(1)和(2)化简，得

$$\begin{cases}3x+4y=16, & (3)\\ 5x-6y=33. & (4)\end{cases}$$

消去 y．

(3)×3，得 $9x+12y=48,$ (5)

(4)×2，得 $10x-12y=66.$ (6)

(5)+(6)，得 $19x=114,$

$$x=6.$$

把 $x=6$ 代入(3)，得