

南京市职工电视中学 数学辅导材料

南京市职工电视中学编印

一九八三年五月

目

录

上册 (代数部分)

第一章	有理数	(1)
第二章	整式	(12)
第三章	一元一次方程	(19)
第四章	一元方程组	(29)
第五章	一元一次不等式	(39)
第六章	因式分解	(46)
第七章	分式	(55)
第八章	数的开方和二次根式	(65)
第九章	二次方程	(77)
第十章	指数和对数	(86)
第十一章	函数及其图象	(95)

下册 (几何部分)

第一章	基本概念.....	(101)
第二章	相交线和平行线.....	(105)
第三章	三角形.....	(110)
第四章	四边形.....	(117)
第五章	圆.....	(122)
第六章	相似形.....	(127)
第七章	锐角三角函数.....	(134)
附:		
数学试题(一)		(138)
数学试题(二)		(140)
数学试题(三)		(141)
数学试题(四)		(143)

第一章 有理数

有理数这章是在小学学过数的基础上，把数的范围扩充到有理数。这是整个代数的基础，特别是有理数的运算是初等数学的基本运算，因此，务必要切实学好，为以后的学习奠定良好的基础。

这章主要有两个内容：(1)有理数的概念。(2)有理数的运算。

(一) 有理数的概念

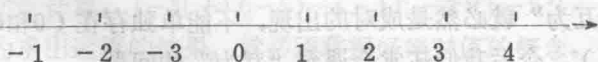
概念的学习十分重要，它是我们学习一个新知识的最基本的根据，同时概念又要在今后的运算和应用中加以体现，因而对于概念一定要做到真正理解，能表达、会应用。

下面对有理数中的概念：数轴、相反数、绝对值、倒数等提出一些注意的地方和补充意见。

一、数轴

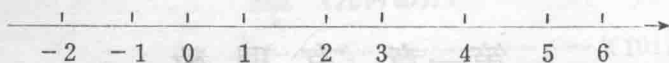
要掌握好它的三个条件(方向、原点、长度单位)，缺一不可。在画数轴时不可有以下的错误

(1)



这是没有从原点开始，想一想可知，若是这样的话， -4 ， -5 又应当标在哪里呢？

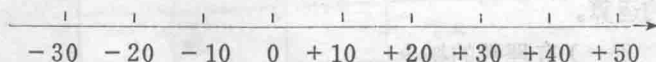
(2)



这是长度单位不一致，任意把长度单位缩小了，若是要标出较大的正数时可以把数轴画长一些或开始时就把单位选取小些。

当然，有时可根据需要把一个长度单位表示更大一点的数，但是，在一根数轴上的长度单位应当是一致的。

如，要在数轴上表示： $+50$ ， $+30$ ， -20 ，……



还要注意：课本上说：“有理数都可用数轴上的点表示”。但是反过来，数轴上的点都表示有理数，这是不对的，在今后的学习中会解决这个问题。

二、相反数

(1) 可以利用数轴直观地加深对相反数的理解，从而体会到：只有符号不同的两个数叫做互为相反数。零的相反数仍然是零。

(2) 互为相反数中的“互为”两字，如 $+6$ 和 -6 是互为相反数，即 $+6$ 是 -6 的相反数， -6 也是 $+6$ 的相反数，既是“互为”就必然是成对的出现，不能单独存在（ 0 和 0 也是一对），今后我们还常会遇到“互为”的问题。

(3) “互为相反数的和等于零”如：

$$(+6) + (-6) = 0, \quad (-5) + (+5) = 0$$

$$\frac{1}{2} + (-\frac{1}{2}) = 0, \quad 0 + 0 = 0$$

在今后的学习中会常用到：

(1) 如果两个数是互为相反的数，那么它们的和一定是0。

(2) 如果两个数的和为0，那么这两个数一定是互为相反的数。

三、倒数

(1) 要清楚什么是倒数，倒数是把除法转化为乘法的条件，零没有倒数。

(2) 与相反数相似：如果两个数是互为倒数，那么它们的积等于1。

如果两个数的积等于1，那么这两个数一定是互为倒数。

如： $\frac{5}{3}$ 与 $\frac{3}{5}$ 是互为倒数的两数，所以 $\frac{5}{3} \times \frac{3}{5} = 1$

又因为 $(-\frac{1}{2}) \times (-2) = 1$ ，所以 $-\frac{1}{2}$ 与 -2 是互为倒数。

四、绝对值

绝对值是重要的概念，初学时会感到困难，应当深刻理解，它在今后的运算中也是会经常出现的。

例如：计算： $|-3| + |(-5) - (-1)| - 3 \times |-5^2|$

为求出运算的结果，就必须掌握好绝对值的概念，要在运算中正确地去掉绝对值的符号，还应注意：

(1) 任何数的绝对值都不是负数，但不能说都是正数，因为0不是正数。

即： $|+3.2|=3.2$ ， $|-5\frac{1}{2}|=5\frac{1}{2}$ ， $|0|=0$

(2) 当已知一个数的绝对值去求这个数时，一般情况下都是两个数。如： $|?|=2$ 其中? 是+2，-2

特殊情况 $|?|=0$ ？就是 0

但要注意 $|?|=-2$ 其中? 这是找不到的

(3) $-(-3)$ 与 $-|-3|$ 是有区别的

$-(-3)=+3$ ，而 $-|-3|=-3$

五、关于有理数大小的比较

课本中总结出有理数大小的比较的法则是利用数轴得出规律的，因此在用“<”或“>”号把几个有理数连接起来时，一定要考虑到它们在数轴上的位置，是否按照从左到右，由小到大的顺序排列着的。

要特别注意 $-3<2>-1$ 这类的错误。

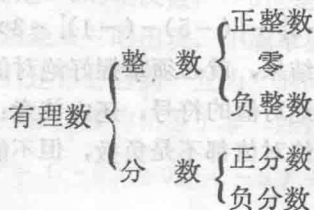
六、关于有理数的系统问题

对于正数、负数和零统称为有理数，这样的提法是不够好的，因为 $\pi=3.1415926\cdots$ 它是个正数，但就不是有理数，待以后再去研究它。

对于有理数的系统，可用本章要点(P17)中的说法。

也可以说：整数、分数统称为有理数

即



(二) 有理数的运算

有理数的运算是实际应用，要做到正确地掌握它们的运算法则和运算律，要加强有理数的运算练习，练习时可由易到难，先单一再混合，为使同学们能做到正确解题，特提出以下几点意见：

(1) 所有运算法则都包含有：符号问题与绝对值的计算这两个方面，因此，我们对符号要给予特别的重视，可以先定符号，再做计算。

(2) 减法可以转化为加法，做到加减法的统一；除法可转化为乘法，做到乘、除法的统一。但要清楚：

a 转化是在一定条件下。即把减法转化为加法必须把减数改为它的相反数；把除法转化为乘法，必须把除数改为它的倒数。

b 转化的目的是什么？转化后对于加法，乘法的运算律就可以使用了。

(3) 对于混合运算要注意运算的顺序，对于加、减、乘、除、乘方这五种运算可以分为三级，即

加减法，乘除法，乘方。其中乘方是较高级的运算，乘除其次，加减是最低级的运算，所以先乘方，再乘除，最后做加减，就是由高级到低级，在遇有括号时应先做括号内的。

为了提高我们运算的正确率做题一定要认认真真，做一步回头看一步，步步一回头，结果就不容易错了。

(三) 补充练习题

$$a - b = (\quad) - (\quad) \quad (5)$$

$$I - = (\quad) \times \frac{1}{2} I \quad (6)$$

一、在适当的空格里打上“√”的记号

	自然数	整数	分数	正数	负数	有理数
5 是						
$-\frac{1}{3}$ 是						
$-(-3)$ 是						
0						
$ - \frac{3}{4} $						

二、填空

原 数	-1	$- -2 $	0	$-\frac{1}{3}$	0.25
原数的相反数					
原数的绝对值					
原数的倒数					
原数的平方					
原数的立方					

(三) 填括号

(1) $(\quad) + (-\frac{2}{3}) = -\frac{2}{3}$

(2) $0 - (\quad) = -5$

(3) $1\frac{1}{3} \times (\quad) = -1$

$$(4) -|-3|^3 \times (\quad) = 1$$

(四) 判断下面的话对不对, 如果不对, 应当怎样改正。

(1) 一个数不是负数, 那就一定是正数。

(2) 整数中包括正整数和负整数。

(3) 任何一个有理数都有它的相反数。

(4) 没有最大的正数, 但有最小的负数。

(5) 绝对值最小的数是零。

(6) 任何数的偶次幂都是正数。

(7) 两个互为相反数的和一定等于零。

(8) 两个互为倒数的积一定等于1。

(9) 零的相反数是零, 零的倒数也是零。

(10) 几个有理数相乘时, 负因数的个数是奇数时, 积取“-”号, 负因数的个数是偶数时, 积取“+”号。

(五) 计算

$$(1) (-1) \div (-4\frac{2}{3}) \times (-2\frac{1}{7})$$

$$(2) (-1)^{12} + (-1)^5 - (-1)^{13} \times (-1)^{10}$$

$$(3) 1\frac{1}{2} \times (3 \times (-\frac{2}{3})^2 - 1)$$

$$(4) \frac{1}{(0.2)^2} \div [2\frac{1}{2}(-1 + 2\frac{1}{4})] \times 0.4$$

第一章 有理数

补充练习题答案

一、

	自然数	整数	分数	正数	负数	有理数
5是	✓	✓		✓		✓
$-\frac{1}{3}$ 是			✓		✓	✓
$-(-3)$ 是	✓	✓		✓		✓
0		✓				✓
$ - \frac{3}{4} $ 是			✓	✓		✓

二、填空

原数	-1	$- -2 $	0	$-\frac{1}{3}$	0.25
原数的相反数	+1	+2	0	$+\frac{1}{3}$	-0.25
原数的绝对值	+1	+2	0	$+\frac{1}{3}$	+0.25
原数的倒数	-1	$-\frac{1}{2}$	没有	-3	+4
原数的平方	+1	+4	0	$+\frac{1}{9}$	+0.0625
原数的立方	-1	-8	0	$-\frac{1}{27}$	$+\frac{1}{64}$

三、填括号

$$(1) (0) + (-\frac{2}{3}) = -\frac{2}{3}$$

$$(2) 0 - (5) = -5$$

$$(3) 1\frac{1}{3} \times (-\frac{3}{4}) = -1$$

$$(4) -|-3|^3 \times (-\frac{1}{27}) = 1$$

四、

(1) 不对。应改为：一个数不是负数，就是正数或零。

(2) 不对。应改为：整数中包括正整数、零和负整数。

(3) 对的。

(4) 不对。应改为：没有最大的正数，也没有最小的负数。

(5) 对的。

(6) 不对。应改为：任何不等于零的数的偶次幂是正数。

(7)、(8)对的。

(9) 不对。零没有倒数。

(10)从法则中看，应当加上“几个不等于零的有理数相乘时”又因为零既不是正数也不是负数，因此在零的前面加上“+”号或“-”号是无关系的。所以两种答法都可以，但要讲清楚道理。

五、计算

$$(1) -\frac{45}{98}$$

$$(2) \frac{1}{5} \quad (3) \frac{1}{2} \quad (4) 8$$

单元测验题 (一)

一、填空

(1) 写出比-1大的三个负数 _____, _____, _____。

(2) 写出比-1大并且比4小的所有整数 _____

(3) 写出绝对值小于2的所有整数 _____

(4) $-1\frac{1}{3} \times (\quad) = -1$

(5) $(\quad) + (-3\frac{2}{3}) = 0$

(6) $|-2^2| + |2^2| =$ _____

(7) 若a表示有理数, 那么 a^2 是 _____ 数

(8) 若a表示有理数, 那么, 当a _____ 时 $|a| = -a$

(9) 若a表示有理数, 那么, 当a _____ 时 $a = -a$

二、计算下列各题

(1) $(-2.5) \times (-\frac{2}{5})$

(2) $(+3\frac{1}{6}) \times (-15\frac{3}{19})$

(3) $16 \times (-18) \times (-0.25)$

(4) $(-\frac{3}{4}) \times 12 - (-15) \times (-1\frac{1}{5})$

(5) $(\frac{1}{5} - \frac{1}{2} - \frac{5}{12}) \times (-60)$

(6) $(-3\frac{1}{3}) \div (+2\frac{1}{3}) \div (+1\frac{1}{5})$

(7) $(-1) + (-4\frac{2}{3}) \times (-2\frac{1}{7})$

(8) $(-2)^2 - 2^2 + (-2)^3 - 2^3$

$$(9) -3 - \left[-5 + \left(1 - \frac{2}{3} \times 0.6 \right) + (-3) \right]$$

$$(10) \left(-3\frac{1}{3} \right)^2 - 1\frac{1}{6} \times \frac{5}{7} - \left(1\frac{1}{4} \right)^2 \div \left(-\frac{1}{2} \right)^3$$

答 案

(一) (1) $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}$.

(2) 0, 1, 2, 3.

(3) -1, 0, 1

(4) $\frac{3}{4}$

(5) $3\frac{2}{3}$

(6) 8

(7) a^2 是正数或零。

(8) a 是负数或零时。

(9) $a = 0$ 时

(二) (1) 1 (2) -48 (3) 72

(4) -27 (5) 43 (6) $-1\frac{4}{21}$

(7) $-\frac{45}{98}$ (8) -16 (9) $2\frac{1}{5}$

(10) $22\frac{7}{9}$

第二章 整 式

本章主要内容是代数式、有理式、整式、分式、单项式、多项式等有关概念；整式的运算和乘法公式。这些知识是今后学习分式运算、因式分解、根式、方程、函数等知识的基础。同时，也是学习物理、化学等各种科学技术不可少的工具。

本章学习是在掌握有理数的基础上进行的，特别是要从确定的数过渡到用字母表示数。引进代数式，这是个飞跃，由于初步接触，较难掌握，因此，学习时要由浅入深、由近及远，用比较的方法把数过渡到式。

在学习中应注意以下几个问题：

(一) 为什么要用字母表示数？这是从具体到抽象，由特殊到一般。例如：边长为3的正方形面积是 $3^2=9$ （面积单位）这是具体的，而边长为 a 的正方形面积是 a^2 （面积单位）就是比较抽象的。这种表示方法好在 a 可以取一切正数，也就是说 a^2 可以表示任何一个正方形的面积，而 $3^2=9$ （面积单位）就不可以。

(二) 用字母表示数的时候应注意不要使字母表达范围缩小（现在是有理数范围）如 a 不可误认为只表示正数； $-a$ 误认为只表示负数。我们初学时会感到困难，也是极易犯错误的地方。

(三) 整式的加减运算中，关键是对同类项的认识和合

并。同类项是字母相同和相同字母的指数分别相等的项，不可把 $3a^2b$ 和 $2ab^2$ 当作同类项，也不可把 $2xy^2$ 和 $5y^2x$ 误认为不是同类项。整式加减运算还易造成的错误是去括号和添括号，因此，在练习中要特别注意括号前面的符号。

(四) 整式的乘除法是以单项式乘以单项式作基础的，进而学习单项式乘以多项式和多项式乘以多项式。因此，必须牢固地掌握单项式乘以单项式的法则，同时，幂的运算法则又是学好单项式乘以单项式的前提。

(五) 乘法公式是多项式乘以多项式的特殊情况，这些公式都是由乘法运算法则得出的，由于相乘的两个多项式具有特殊关系，因此它的积就有一定的规律。如 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 左边是：两数和乘以这两数差的特殊关系，右边是：这两个数的平方差，反映出这一类型问题的规律，其他乘法公式也是如此。

由于乘法公式是今后学习不可少的工具，经常用到，因此一定要做到熟练掌握。同时还要在学习中注意下面两个问题：

1. 要理解乘法公式中的字母 a 、 b 所表示的不仅是一个字母，还可以表示单项式或多项式。如：

$$(1) (3x+y)(3x-y)=(3x)^2-y^2$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ (a+b)(a-b) & = & a^2 & - & b^2 \end{array}$$

$$(2) (x+y+z)(x+y-z)$$

$$= [(x+y)+z][(x+y)-z] = (x+y)^2 - z^2$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ (a+b)(a-b) & = & a^2 & - & b^2 \end{array}$$

总之，在多项式乘以多项式中，只要符合乘法公式的条件，都可以直接利用公式计算。

2. 要特别注意下面的几个错误：

$$(1) (a \pm b)^2 = a^2 \pm b^2$$

$$(2) (a+b)(a^2+ab+b^2) = a^3 + b^3$$

$$(3) (a-b)(a^2-ab-b^2) = a^3 - b^3$$

补充练习题

1. 如果字母 a 表示零，那么 $-a$ 表示什么数。

2. 如果字母 a 表示一个有理数，列出代数式表示它的相反数，表示它的绝对值，表示它的3倍，表示比它大3的数，表示它的平方，表示它的相反数的平方，并求当 $a = -3$ 时这些代数式的值。

3. 如果字母 a 和 b 表示两个不为零的有理数，列出代数式表示它们的和，表示它们的倒数的和；并计算当 $a = -5$ ， $b = -3$ 时这些代数式的值：

4. 计算下列代数式的值：

$$(1) -3x^2 - 2xy + y^2, \text{ 当 } x = \frac{1}{3}, y = -\frac{1}{2} \text{ 时}$$

$$(2) 6\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y\right)^2, \text{ 当 } x = -3, y = 2 \text{ 时}$$

$$(3) \frac{xy}{x+y}, \text{ 当 } x = -5, y = -7 \text{ 时}$$

$$(4) \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}, \text{ 当 } x = -\frac{2}{3}, y = \frac{1}{2} \text{ 时,}$$

$$(5) |x+y| + |x-y|, \text{ 当 } x = -3, y = -5 \text{ 时,}$$

5. $a+b$ 的值一定大于 a 吗? 为什么?
(提示: 分 $b>0$, $b=0$, $b<0$ 三种情况)

6. 先化简, 再求值:

(1) $6x^2 - 3x^3 - x - 4 + 3x^3 + 2x - 2x^2 - 9$, 其中

$$x = -1\frac{1}{2}$$

(2) $5abc - \{2a^2b - [3abc - (4ab^2 - a^2b)]\}$

其中 $a = -2$, $b = -1$, $c = 3$.

(3) $2(2a+b)^2 - 3(2a+b) + 8(2a+b)^2 - 6(2a+b)$

其中 $a = -\frac{3}{4}$, $b = \frac{1}{2}$

(4) $(x-2)(x-3) + 2(x+6)(x-5) - 3(x^2 - 7x + 13)$

其中 $x = 3\frac{1}{2}$

7. 计算:

(1) $3x^3 - (-2x^3) + (-5x^3) - 4x(x^2 - 1)$

(2) $(-a^3 + 3a^2 - 7a + 5) + (5a^2 - 6a) - (a^3 - 4a + 7)$

(3) $[(-2x^2y)^3]^2$

(4) $[(-a^2b)^3]^3 \cdot (-ab^2)$

(5) $(-\frac{2}{3}x^2yz^3) \cdot (-\frac{3}{4}z^5) \cdot \frac{1}{3}xy^2z^3$

(6) $(-4x^2 + 12x^3y^2 - 16x^4y^3) \div (-4x^2)$

8. 利用乘法公式计算:

(1) $(x^2 + x - 5)(x^2 + x + 5)$

(2) $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-d)^2 + 2(ab + bc + cd)$

(3) $(x-y)^2 \cdot (x+y)^2 \cdot (x^2 + y^2)^2$

(4) $(m+1)^2 - 5(m+1)(m-1) + 3(m-1)^2$