

[美] H. 戈德斯坦 著

经典力学

(第二版)

科学出版社

未论及的问题。当然,这些参考书后面的评论纯属个人见解,但总觉得为那些困于力学文献迷津中的学生提供一定的引导是完全必要的。所有这些参考书和更多的其他参考书都列于书末。并不指望能包罗万象,许多陈旧的均已删除。一般说来,书目中包含有编写本书时所用的参考书。因此,必然也可作为我对受惠于这些资料来源的感谢。

本书是根据我在哈佛大学讲授经典力学时的讲稿撰写的,我要感谢当时的物理系主任 J. H. 范扶累克教授,感谢他个人和行政上给了我许多鼓励。也要感谢 J. 施温铎教授和其他同事的许多极为宝贵的建议。我还希望在此记下我对学生们的深深谢意,他们的善意反映和热忱也不断地促成了这一著作。

H. 戈德斯坦

1950年3月于马萨诸塞,剑桥

内 容 简 介

本书是美国许多大学长期以来所用高等力学教程，着重阐述与近代物理有关的一些重要表述形式和数学技巧。这一新版对初版作了大幅度修订和补充。全书增加了许多全新的章节，许多证明更加简单和易于理解，每章末习题增加到原来的两到三倍，书末的文献目录也作了相应的扩大，并增加了一章微扰理论。内容更加适应近代科学技术的新发展。

本书共分十二章：基本原理概述、变分原理和拉格朗日方程、两体有心力问题、刚体运动的运动学、刚体运动方程、微幅振荡、经典力学中的狭义相对论、哈密顿运动方程、正则变换、哈密顿-雅可比理论、正则微扰理论，以及连续系统和场的拉格朗日与哈密顿表述简介。

本书可供综合性大学和理工科大学高年级学生、研究生、教师以及有关科研人员参考。

H. Goldstein

CLASSICAL MECHANICS

Second edition

Addison-Wesley Publishing Co., 1980

经 典 力 学

(第 二 版)

[美] H. 戈德斯坦 著

陈为恂 译 汤家镛 校

责任编辑 赵惠芝

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1981年3月第 一 版 开本：787×1092 1/32
1986年5月第 二 版 印张：24 1/8
1986年5月第二次印刷 插页：3
印数：8,431—13,230 字数：553,000

统一书号：13031·3118

本社书号：4332·13—3

定 价：6.25 元

第二版前言

《经典力学》第一版出版以来，差不多已有三十年了，再版的愿望引起了几乎相反的两重反应。一种反应认为“经典的”这一形容词就意味着该领域是完善的和已成定论的，它与物理学探索的主流毫不相干。况且第一版问世以后，一直被用作教科书，有何必要再出第二版？相反的反应则认为第二版拖延得太久了，比题材的改变（这已相当可观）更为重要的，则是彻底转变我们对待与其他科技领域相关联的经典力学的态度。第一版的出现就是与陈旧的物理学教学方法彻底决裂的运动的一部分。但是，1950年冒风险所作的一些新设想，在今天已成为平凡之事；对现代人来讲，甚至显得有些陈旧和保守了。经典力学的阐述确有彻底改变的必要。

在准备这第二版过程中，我试图采取使这两种态度都能有所体现的路线。我尽可能多地保留（我所觉察到的）第一版中那些优点，但也顾及课题本身的发展、它在全部课程中的地位以及它对其他领域的一些应用。第二版显示出了对初版的彻底修正。几乎没有一页课文未被改动。变化是多方面的。

我已经发现的、或者已被指出的那些错误（数量相当可观）当然已予改正。但愿在修正后的内容中没有太多的新错误。

讨论微幅振荡的那一章，已从原来的倒数第二章直接移到论述刚体运动的第五章的后面。这样安排似乎更符合于现行的、通常方式的力学教程。与哈密顿表述有关的某些内容也已移到第八章（现在的）稍后的地方。

新增加了一章论述微扰理论(第十一章). 讨论连续系统和场的最后一章中,也增添了许多内容,这与第一版前言中的含意相一致.

整个教材中增补了一些新节:从第三章中论述产生闭合轨道的有心力势的伯特兰定理那一节,直到论述诺埃瑟定理的第十二章最后一节. 这些新节的绝大部分内容都是全新的.

许多节中的讨论和证明,已用似乎更简单、更易懂得的新的讨论和证明代替,如第四章中欧拉定理的证明就是如此. 第一版中提出的一系列论据,也往往视问题而以不同的方式作了补充. 最重要的例子是引进了与较老的生成函数技巧相平行的、正则变换的耦对迫近. 此外,虽然保留了原有的欧拉角约定,但在附录中也提到了另外两种约定(包括量子力学中通用的那一种),并附有详细的公式.

我长期讲授以本书为基础的课程,获得了部分收获,使每章后面的习题增加到原来的两倍半以上. 文献目录也得到了相应的扩充,反映了第一版以来出现的许多有价值的教科书和专题论文. 为了适应——但并不同意——美国在研究生教学中忽视外语的现状,外文参考书已压缩到最低限度.

保留课题和新增内容的选择,在某种程度上反映了我的个人的见解和兴趣,读者可能更喜欢不同的选择. 尽管要阐明各课题的形成动机,要求有过多的篇幅(也过于繁琐),还是应该说明一下我的决定所依据的某些一般原则. 数学方法的选择是一个伤脑筋的问题. 第一版试图作为一种媒介,用来介绍学生可能不熟悉、但却有着广泛用途的那些数学工具. 在这第二版中,态度更为谨慎. 与三十年前相比,现在很可能要求学生在学习力学之前更要具有坚实的矩阵计算基础. 因此,仍保留了第四章中讨论矩阵性质的那一节,甚至有所扩充,以

便为参考需要的公式和技巧提供方便。已具备这方面知识的读者,也可跳过该节。此外,还略为介绍了一些更为新的数学工具,提到了群论的一些基本性质,它们是散列于整个教材中的。在第六、第七两章中,注意力主要集中于非欧空间内的张量计算。此外,这一版的数学水平与第一版的几乎完全相同。这不仅因为对本书的物理内容是完全足够的,而且在整个学习计划中还会有别的途径可以学习到其他物理学分支所需要的那些数学。特别是谨慎地避开了理论物理学的所谓“新数学”。流形或微分同胚以及切纤维丛或不变环面都未提到。也有一些高度特殊化的经典力学领域,在这些领域内,整体分析和微分拓扑学这样一些强有力的工具是有用的,也许还是必不可少的。但我看不出它们对本版水平上的经典力学的物理学知识会有什么帮助。引进这些数学概念和它们的应用,将会使本书的篇幅过份庞大,甚至喧宾夺主。潮流倾向于相反,理论物理学并非仅仅是数学。

与这种看法相一致,为了简化数学,狭义相对论的绝大部分讨论依然采用明可夫斯基复空间。这一决定(可以看出,它是违背时式的)的基础详述于第 345—346 页。

毋庸置疑,今天的经典力学远非是一个已成定局的课题。近三十年来,已经看到了经典力学新发展已处于它的绽花期;也看到了一些新问题的线索以及经典力学方法对物理学和化学的远期目标的应用。显然,这里是不可能讨论所有这些发展的。理由是多方面的,篇幅的限制显然是重要的。也由于人们对现行探索的热忱往往证明是短暂的和不能持久的。某些应用则又要求具备过于广泛的象固态物理学或物理化学这样一些其他领域的基础知识。这里作出的选择代表了某种个人的推敲。有可能加以简单描述并提供某些新见解的那些应用都得到了颇为详细的论述,其他的只是简要提及,以便使学

生能得到足够的参考，把萌发出来的好奇心得以继续发展下去。在某些场合，我试图不用数学而几乎全部用文字来描绘某一领域的探索现状，旨在给学生提供一个总体观，以引导他们作进一步的探究。应该特别提一下一个被略去的领域，即非线性振荡和相关的稳定性问题。该领域的重要意义是毫无问题的，但我总觉得它本身就应有一本专著，才能使它得到充分的讨论。

如把所有这些限制和精选的全部内容都概括在同一本教程内，必将使这本书的篇幅增加太多。许多节的撰写使得它们可以在不影响往后发展的情况下被删略，并已加上这种标志。但觉得没有什么必要去标明贯穿于全书的那些特殊的“线索”。熟悉他们自己特殊需要的个别讲师，定能恰当地整理和选择他们认为在他们讲授的课程中应予包含的那些内容。…

.....

H. 戈德斯坦

1980年1月于纽约丘加登斯山

第一版前言

经典力学高级课程历来是研究生的一门物理学传统课程。然而，这一教程在当前的作用很可能会受到非议。它不会给研究生介绍任何新的物理学概念，也不会引导他们直接进入当前的物理学探索领域。更无助于解决他们在实验室里遇到的实际力学问题。

尽管有此非议，经典力学依然是物理学工作者的一门必修课程。它在学生为研究近代物理学所作的准备中有着双重作用。首先，经典力学的种种高级表述，使它有可能成为研究近代物理学各学科的起点。例如，作用角变量的技巧就是旧量子力学所需要的；哈密顿-雅可比方程和最小作用量原理则提供了向波动力学的过渡；而泊松括号和正则变换又是表述新量子力学所必不可少的。其次，经典力学还为学生提供机会，使他们还在用熟悉的经典物理学概念考虑问题时，就有可能掌握许多量子力学所需要的数学技巧。

当然，对于我们想到的这些目标来说，在大约五十年前就已大体上定型的经典力学的传统论述方式不再是适当的了。本书就是一种尝试，旨在阐述确实能够满足这些新要求的经典力学。那些对于近代物理学具有重要意义的表述都得到了强调；而对通常与量子力学相关的数学技巧，凡有助于使表述更为精练、简洁的也都作了介绍。例如，关于有心力运动的讨论已扩大到包括散射运动学和散射问题的经典解。还有相当可观的篇幅讨论了正则变换、泊松括号表述、哈密顿-雅可比理论和作用角变量。还介绍了连续系统和场的变分原理表

述. 作为新的数学技巧的一个应用例证, 从矩阵变换的观点论述了刚体的转动. 这就有可能用正交矩阵的本征值问题来表示熟悉的刚体运动欧拉定理. 从而使惯性张量、明可夫斯基空间内的洛仑兹变换和微幅振荡共振频率这样一些不同的课题, 有可能得到统一的数学论述. 其次, 采用这种技巧, 还可以使我们在早期阶段就能阐明象反射运算和应力张量这样一些困难概念, 而这些概念在近代量子力学中是至为重要的. 矩阵方法的另一个好处是使我们有可能联系凯瑞-克莱因参量的性质来介绍“旋子”.

书中另有几处也断然地偏离了传统的论述方式. 狭义相对论通常总是得不到连贯的发展, 只是作为同时包含有广义相对论的、某门高度专门化教程的一部分. 然而, 它在近代物理学中的极其重要的地位, 要求学生在学习的早期阶段就熟悉狭义相对论. 为此, 第六章专门讨论了这一课题. 另一个独特的安排是引进了与速度相关的力. 在历史上, 经典力学所强调的总是象万有引力那样的仅与位置有关的静态力. 但在近代物理学中, 经常遇到的却是与速度相关的电磁力. 为学生尽可能早地具有处理这种力的能力, 本书从一开始就把与速度相关的势纳入了力学结构, 并贯穿于教材的始末.

本书的另一个新特点是, 在第十一章中讨论了连续系统和场的力学, 并对素材的选择作了一些评述. 严格说来, 这一课题还应包括弹性学、流体动力学和声学等全部内容. 但这些内容超出了本书原先规定的范围, 况且其中绝大多数都已出版有适当的专著. 相反, 连续系统变分原理表述的经典基础还没有作出过连贯的适当叙述, 尽管它在基本粒子场论中的重要性日益增长. 在有必要引进量子化以前, 对场论的讨论相当冗长和复杂. 例如, 完全在经典物理学范畴内, 也能很好地讨论应力-能量张量、微观连续性方程和动量空间表示等课

题。但总觉得要对这些课题作出适当的讨论，必然需要某种超出学生原有能力的复杂技巧。因此，决定在(至少是这一版中的)第十一章内，仅限于对场的拉格朗日和哈密顿表述作一初步描述。

在使用本书课程之前，一般都需要选读另一门中间性的力学课程。为了满足那些准备不足的研究生(这是经常遇到的)，以及希望跳过中间阶段的、有雄心的大四学生的需要，本书努力做到自成体系。第一、三两章的许多篇幅，就是用来提供通常属于预备性课程的那些内容的。

除个别情况外，要求学生具备的数学基础不会超出通常大学阶段的高等微积分教程和矢量分析教程的范围。因此，根据需要，有相当可观的篇幅是探讨那些更为复杂的数学工具。要了解有关电磁力的那些章节，要求对麦克斯韦方程及其简单结果具有初步的知识。进入研究生阶段的大部分学生，都至少有一个学期学习过近代物理学，因此，我们只简要地阐明经典发展及其量子延续之间的关系就可以了。

在读者极易得到的那些力学文献中，有着极为丰富的习题可供使用，在此似乎没有必要再把这些问题广为收集。所以每章所附习题是有限的，它们主要是作为本书的一种补充，以说明某些特殊的论点，或者证明那些形式上不同的定理。至于那些学究式的陈旧部分则已尽量删去。

符号问题常常是一个麻烦的问题。要得到一个完全统一而毫不含混、行得通而又不繁琐的符号系统是不可能的。本书遵循惯例，用黑体罗马字母表示矢量。此外，各阶矩阵量和除矢量以外的张量，则用无端粗体字母(如 \mathbf{A})表示。书末所附符号索引列举了最初式样的各种意义的重要符号，那些偶而遇到的次要符号则未列入。

每章末均列有参考书，它们详细地阐述了讨论过的或尚

目 录

第二版前言	v
第一版 前言	ix
第一章 基本原理概述	1
1-1 质点力学	1
1-2 质点系力学	5
1-3 约束	13
1-4 达朗伯原理和拉格朗日方程	19
1-5 与速度相关的势和耗散函数	24
1-6 拉格朗日表述的简单应用	29
第二章 变分原理和拉格朗日方程	41
2-1 哈密顿原理	41
2-2 变分计算的某些技巧	43
2-3 由哈密顿原理推导拉格朗日方程	51
2-4 把哈密顿原理扩展到非完整系	53
2-5 变分原理表述的优点	60
2-6 守恒定理和对称性质	64
第三章 两体有心力问题	83
3-1 简化为等效的一体问题	83
3-2 运动方程和初次积分	85
3-3 等效的一维问题以及轨道的分类	90
3-4 维里定理	97
3-5 轨道的微分方程以及可积幂律势	101
3-6 闭合轨道的条件(伯特兰定理)	107
3-7 开普勒问题: 平方反比力定律	111
3-8 开普勒问题中的时间进程	116

• i •

3-9	拉普拉斯-龙格-楞次矢量	121
3-10	有心力场中的散射	125
3-11	散射问题变换到实验室坐标	135
第四章	刚体运动学	152
4-1	刚体的独立坐标	152
4-2	正交变换	157
4-3	变换矩阵的形式性质	162
4-4	欧拉角	170
4-5	凯瑞-克莱因参量和相关量	175
4-6	关于刚体运动的欧拉定理	186
4-7	非无限小转动	193
4-8	无限小转动	196
4-9	矢量的变化率	204
4-10	科里奥利力	208
第五章	刚体运动方程	221
5-1	绕一点运动的角动量和动能	221
5-2	张量和并矢式	226
5-3	惯性张量和转动惯量	229
5-4	惯性张量的本征值和主轴变换	232
5-5	求解刚体问题和欧拉运动方程的方法	239
5-6	无力矩刚体运动	241
5-7	有一固定点的对称重陀螺	250
5-8	二分点及卫星轨道的进动	265
5-9	磁场内电荷系统的进动	273
第六章	微幅振荡	287
6-1	问题的表述	287
6-2	本征值方程和主轴变换	290
6-3	自由振动频率和简正坐标	300
6-4	线性三原子分子的自由振动	305
6-5	受迫振动和耗散力效应	311

第七章	经典力学中的狭义相对论	325
7-1	狭义相对论的基本纲领	325
7-2	洛仑兹变换	328
7-3	四维实空间内的洛仑兹变换	341
7-4	洛仑兹变换的进一步阐述	346
7-5	协变四维表述	352
7-6	相对论力学中的力和能量方程	359
7-7	碰撞的相对论运动学和多粒子系统	366
7-8	相对论力学的拉格朗日表述	379
7-9	协变的拉格朗日表述	386
第八章	哈密顿运动方程	402
8-1	勒让德变换和哈密顿运动方程	402
8-2	循环坐标和守恒定理	412
8-3	劳斯方法和关于稳定运动的振荡	416
8-4	相对论力学的哈密顿表述	423
8-5	由变分原理推导哈密顿方程	430
8-6	最小作用量原理	433
第九章	正则变换	449
9-1	正则变换方程	449
9-2	正则变换举例	458
9-3	对正则变换的耦对逼近	464
9-4	泊松括号和其他正则不变量	471
9-5	运动方程, 无限小正则变换以及泊松括号表述中的守恒定理	480
9-6	角动量泊松括号关系式	494
9-7	力学系统的对称群	498
9-8	刘维定理	506
第十章	哈密顿-雅可比理论	521
10-1	哈密顿主函数的哈密顿-雅可比方程	521
10-2	谐振子问题——哈密顿-雅可比方法的一个例子	526

10-3	哈密顿特征函数的哈密顿-雅可比方程	529
10-4	哈密顿-雅可比方程中变量的分离	533
10-5	一个自由度系统的作用角变量	543
10-6	完全可分离系统的作用角变量	549
10-7	用作用角变量描述的开普勒问题	560
10-8	哈密顿-雅可比理论, 几何光学以及波动力学	575
第十一章	正则微扰理论	592
11-1	引言	592
11-2	与时间有关的微扰(常数变值法)	593
11-3	与时间有关的微扰理论的例证	601
11-4	与时间无关的、一个自由度的一级微扰理论	612
11-5	与时间无关的高级微扰理论	617
11-6	天体力学和空间力学中特有的微扰技巧	627
11-7	绝热不变量	632
第十二章	连续系统和场的拉格朗日和哈密顿表述简介	649
12-1	从分立系统到连续系统的过渡	649
12-2	连续系统的拉格朗日表述	653
12-3	应力-能量张量和守恒定理	662
12-4	哈密顿表述、泊松括号和动量表示	671
12-5	相对论场论	682
12-6	相对论场论举例	688
12-7	诺埃瑟定理	703
附录	719
A	伯特兰定理的证明	719
B	另外两种约定的欧拉角	724
C	$d\Omega$ 的变换性质	729
D	哈密顿-雅可比方程可分离性的斯特克尔条件	731
E	气体中声场的拉格朗日表述	734
文献目录	739
符号索引	750

第一章 基本原理概述

物体的运动是物理学先驱者们最早研究的课题。他们的研究成果逐渐形成了称为分析力学或动力学，或简称力学的广阔领域。到了二十世纪，对这一物理学分支，人们通常称谓“经典力学”，以便与那些较新的物理理论，特别是量子力学相区别。我们将沿袭这一习惯，并把经典力学理解为还应包括由狭义相对论发展起来的那种力学。本书的目的在于研究经典力学的结构，并概述它对纯粹物理学当前有关问题的某些应用。

任何力学表述的基础都是一系列基本物理概念，诸如空间、时间、同时性、质量和力等。在讨论狭义相对论时，将对同时性、时间和长度标度等概念作简要研讨。然而，对这些概念多半将不作仔细分析，仅把它们假设为一些有待定义的术语，并认为这些术语的含意读者是熟悉的。

1-1 质点力学

设 \mathbf{r} 是质点对于某一给定原点的矢径， \mathbf{v} 是质点的矢量速度：

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}. \quad (1-1)$$

质点的线动量 \mathbf{p} 定义为质点的质量及其速度之乘积：

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}. \quad (1-2)$$

当质点与外界物体和场相互作用时，就可能受到各种力的作用，如重力或电磁力。作用于质点的这些力的矢量和就是作

用于质点的合力 \mathbf{F} . 质点力学的基础是牛顿第二运动定律. 该定律表明, 在一些参照系中, 用来描述质点运动的是微分方程

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} \quad (1-3)$$

或

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}). \quad (1-4)$$

在大多数情况下, 质点的质量是常量, 因而式(1-3)可化为

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = m\mathbf{a}, \quad (1-5)$$

式中 \mathbf{a} 是质点的矢量加速度, 它定义为

$$\mathbf{a} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}. \quad (1-6)$$

因此, 假定 \mathbf{F} 并不依赖于更高阶微商, 运动方程就是一个二阶微分方程.

式(1-3)能够成立的那个参照系称为惯性系或伽利略系. 即使是在经典力学中, 惯性系也是某种理想化的概念. 然而在实践中, 通常总是有可能建立某个坐标系, 使它能按要求具有所需要的那些性质. 就许多情况来说, 固定于地球的参照系 (“实验室系”) 是一个足够近似的惯性系, 而对于某些天文学的目的来说, 可能需要参照最远的星系来建立惯性系.

力学中的许多重要结论都能以守恒定理的形式来表达, 这些定理表明了在这样的条件下各种力学量才能保持不变. 式(1-3)直接得出了其中的第一条定理, 即

质点的线动量守恒定理: 如果合力 \mathbf{F} 为零, 则 $\dot{\mathbf{p}} = 0$, 线动量 \mathbf{p} 守恒.

质点对于 O 点的角动量用 \mathbf{L} 表示, 其定义为

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}, \quad (1-7)$$

式中 \mathbf{r} 是从 O 点到质点的矢径。注意，这两个因子的次序颇为重要。今把对于 O 点的力矩定义为

$$\mathbf{N} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}. \quad (1-8)$$

若组成 \mathbf{r} 与式(1-4)的矢积，即可得到类似于式(1-3)的 \mathbf{N} 的方程：

$$\mathbf{r} \times \mathbf{F} = \mathbf{N} = \mathbf{r} \times \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}). \quad (1-9)$$

利用矢量恒等式

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{r} \times m\mathbf{v}) = \mathbf{v} \times m\mathbf{v} + \mathbf{r} \times \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}), \quad (1-10)$$

式(1-9)能表达成另一形式。因为式(1-10)右边第一项明显为零，所以式(1-9)的形式可以表达成

$$\mathbf{N} = \frac{d}{dt}(\mathbf{r} \times m\mathbf{v}) = \frac{d\mathbf{L}}{dt}. \quad (1-11)$$

注意， \mathbf{N} 和 \mathbf{L} 都与取力矩和动量矩时的参照点 O 点有关。

与式(1-3)的情况一样，力矩方程(1-11)也给出了一个紧接着的守恒定理，这时是

质点的角动量守恒定理：如果合力矩 \mathbf{N} 为零，则 $\dot{\mathbf{L}} = 0$ ，角动量 \mathbf{L} 守恒。

接下来考虑作用于质点的外力 \mathbf{F} 在质点从点 1 移至点 2 的过程中所作之功。按照定义，这个功等于

$$W_{12} = \int_1^2 \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}. \quad (1-12)$$

由于质量是常量(从现在起，除有特别说明外，我们都这样假定)，式(1-12)中的积分可化为

$$\int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = m \int \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot \mathbf{v} dt = \frac{m}{2} \int \frac{d}{dt}(v^2) dt,$$