

数字计算机原理



国营南京有线电厂
南京大学教改实践队7
西安军事电讯工程学院教改实践队

毛主席语录

领导我们事业的核心力量是中国共产党。指导我们思想的理论基础是马克思列宁主义。

备战、备荒、为人民。

工人阶级必须领导一切。

大学还是要办的，我这里主要说的是理工科大学还要办，但学制要缩短，教育要革命，要无产阶级政治挂帅，走上海机床厂从工人中培养技术人员的道路。要从有实践经验的工人农民中间选拔学生，到学校学几年以后，又回到生产实践中去。

中国应当对于人类有较大的贡献。

中国人民有志气，有能力，一定要在不远的将来，赶上和超过世界先进水平。

我们的方针要放在什么基点上？放在自己力量的基点上，叫做自力更生。

要打破洋框框，走中国自己工业发展的道路。

鼓足干劲，力争上游，多快好省地建设社会主义。

团结起来，争取更大的胜利。

目 录

| | |
|-----------------------|----|
| 第一章 緒論 | 1 |
| 第一节 引言 | 1 |
| 第二节 电子数字计算机的基本原理和简单框图 | 2 |
| 第三节 电子数字计算机的解题过程 | 3 |
| 第二章 二进制数在计算机中的应用 | 6 |
| 第一节 計数制的介紹 | 6 |
| 第二节 二进制数的表示和运算 | 7 |
| 第三节 二进制数与十进制数的互相換算 | 9 |
| 第四节 二进制数与八进制数的互相換算 | 12 |
| 第五节 数的定点和浮点表示 | 14 |
| 第六节 負数的表示法 | 17 |
| 第七节 “溢出”的标志 | 26 |
| 第八节 计算机中数的实际表示法和传送方式 | 29 |
| 第三章 开关代数及其应用 | 31 |
| 第一节 引言 | 31 |
| 第二节 开关代数的基本原理 | 32 |
| 第三节 开关函数的应用与簡化 | 35 |
| 第四章 基本邏輯綫路和部件 | 41 |
| 第一节 基本邏輯綫路 | 41 |
| 一 門电路 | 41 |
| 二 复合門电路 | 44 |
| 第二节 基本单元綫路 | 47 |
| 一 加法器 | 47 |
| 二 触发器 | 49 |
| 三 其它綫路 | 53 |
| 第三节 基本邏輯部件 | 55 |
| 一 数碼寄存器 | 55 |
| 二 移位寄存器 | 56 |
| 三 計数器 | 57 |
| 四 譯碼器 | 60 |
| 第五章 运算方法和运算器 | 63 |

| | |
|--------------------------|-----|
| 第一节 并行、定点机中的加减法运算 | 64 |
| 一 加法运算 | 64 |
| 二 全加器及进位信号的传递 | 65 |
| 三 减法运算 | 69 |
| 第二节 并行、浮点机中的加减法运算 | 71 |
| 一 对阶(或称对位) | 71 |
| 二 规格化 | 72 |
| 三 舍入 | 73 |
| 第三节 串行、定点机中的加减法运算 | 73 |
| 一 串行定点加法运算 | 73 |
| 二 串行、定点减法运算 | 74 |
| 第四节 乘法运算方法及其框图 | 75 |
| 一 一位一乘法 | 75 |
| 二 两位乘法 | 79 |
| 第五节 除法运算方法及其框图 | 82 |
| 一 恢复余数法 | 83 |
| 二 不恢复余数法 | 83 |
| 第六节 一个小型运算器 | 87 |
| 一 十五位加法器逻辑图 | 87 |
| 二 十五位运算器的逻辑图 | 88 |
| 第六章 控制器 | 91 |
| 第一节 指令、指令系统 | 91 |
| 一 指令 | 91 |
| 二 指令系统 | 94 |
| 三 自动修改地址, 间接地址, 复杂指令和伪指令 | 98 |
| 四 指令在执行过程的重迭 | 103 |
| 第二节 控制器的一般介绍 | 104 |
| 一 控制器的功能 | 105 |
| 二 控制器的一般组成 | 105 |
| 第三节 指令部件 | 108 |
| 一 指令寄存器及操作码译码器 | 108 |
| 二 指令地址寄存器 | 109 |
| 第四节 脉冲分配器和起停线路 | 110 |
| 一 脉冲源 | 110 |
| 二 起停线路 | 111 |
| 三 脉冲分配器 | 111 |
| 第五节 总线结构 | 114 |
| 第六节 控制台 | 115 |

| | | |
|-----|---------------------|-----|
| 一 | 控制台的結構和組成 | 115 |
| 二 | 控制台上的基本操作 | 115 |
| 第七节 | 操作控制部件 | 116 |
| 一 | 指令操作時間的安排 | 116 |
| 二 | 指令的執行方法 | 116 |
| 三 | 指令的操作時間表的編排 | 120 |
| 四 | 操作控制綫路 | 129 |
| 五 | 运控分調綫路 | 132 |
| 第八节 | 中斷、中斷系統 | 133 |
| 一 | 中斷和中斷的種類 | 134 |
| 二 | 設計中斷系統應該解決的幾個問題 | 134 |
| 三 | 一個中斷系統的例子 | 136 |
| 附录: | 本章所用符號的說明 | 139 |
| 第七章 | 內存貯器 | 141 |
| 第一节 | 存貯器的作用及其組成部分 | 141 |
| 一 | 存貯器的主要參數 | 141 |
| 二 | 用作存貯單元一些物理狀態 | 142 |
| 三 | 存貯器的組成部分 | 142 |
| 第二节 | 磁心存貯信息的原理 | 143 |
| 一 | 電與磁的關係 | 143 |
| 二 | 鐵磁物質的特性 | 144 |
| 三 | 磁心的磁滯回綫 | 145 |
| 四 | 磁心存貯信息的原理 | 146 |
| 第三节 | 存取方法之一——電流重合法 | 148 |
| 一 | 最簡單的電流重合法 | 148 |
| 二 | 寫電流錯開法 | 150 |
| 三 | 禁止脈沖法 | 150 |
| 四 | 電流重合法中磁心的工作特性 | 152 |
| 五 | 讀“1”讀“0”信號比的分析 | 154 |
| 六 | 提高抗干擾能力的方法 | 155 |
| 七 | 電流重合法磁心存貯器的驅動電流工作範圍 | 159 |
| 八 | 電流重合法的磁心體結構 | 161 |
| 第四节 | 存取方法之二——綫選擇法 | 161 |
| 一 | 綫選法的讀寫工作原理 | 162 |
| 二 | 避免負載變化的影響 | 163 |
| 三 | 綫選法磁心存貯器驅動電流的工作範圍 | 166 |
| 四 | 選激電流的產生 | 166 |
| 五 | 綫選法磁心體的結構 | 168 |

| | |
|-------------------|-----|
| 第五节 存取方法之三——二度半法 | 168 |
| 一 二度半法的讀写工作原理 | 169 |
| 二 二度半法磁心体結構 | 170 |
| 三 二度半法的优点 | 171 |
| 第六节 选址系統——电流譯碼 | 172 |
| 一 二极管——变压器譯碼器 | 173 |
| 二 均分負載磁心开关 | 175 |
| 三 用二极管作电流引导譯碼 | 178 |
| 第七节 驅动系統 | 179 |
| 一 对驅动源的要求 | 179 |
| 二 驅动源的結構 | 180 |
| 三 穩流方法的討論 | 180 |
| 第八节 讀出及写入系統 | 181 |
| 一 讀出綫上的信号 | 182 |
| 二 讀出放大器結構 | 183 |
| 三 写入系統 | 184 |
| 第九节 存貯器的检查方法 | 184 |
| 一 对检查綫路的要求 | 185 |
| 二 靜态光点检查 | 185 |
| 三 动态光点检查 | 186 |
| 第十节 内存貯器的举例 | 188 |
| 一 結構与框图 | 188 |
| 二 工作过程 | 190 |
| 第十一节 固定存貯器 | 192 |
| 一 电流重合法結構的磁心固定存貯器 | 192 |
| 二 綫选法固定存貯器 | 195 |
| 三 电容固定存貯器 | 196 |
| 四 磁杆固定存貯器 | 197 |
| 第十二节 其它存貯元件 | 198 |
| 一 磁存貯技术的发展 | 198 |
| 二 大规模集成电路在存貯器中的应用 | 200 |
| 第八章 外存貯器 | 205 |
| 第一节 引言 | 205 |
| 第二节 磁表面存貯器的簡單介紹 | 206 |
| 一 磁鼓 | 207 |
| 二 磁带 | 210 |
| 三 磁盘 | 211 |
| 第三节 記錄方式和綫路 | 212 |

| | | |
|-----|---------------------|-----|
| 一 | 归零制(窄脉冲制)记录方式和线路 | 212 |
| 二 | 不归零制记录方式和线路 | 216 |
| 三 | 调相制记录方式和线路 | 218 |
| 四 | 调频制记录方式 | 221 |
| 第四节 | 磁鼓磁带的结构特点 | 221 |
| 一 | 磁鼓磁带的共同特点 | 221 |
| 二 | 磁鼓结构特点 | 222 |
| 三 | 磁带机的结构特点 | 224 |
| 第五节 | 磁鼓磁带的校验方法及信息保护 | 227 |
| 一 | 多重校验 | 227 |
| 二 | 奇偶校验 | 228 |
| 三 | 海明校验 | 228 |
| 四 | 信息保护 | 229 |
| 第六节 | 磁鼓磁带存储器逻辑举例 | 230 |
| 一 | 磁鼓存储器的控制线路 | 230 |
| 二 | 磁带机的逻辑控制举例 | 236 |
| 第九章 | 输入输出设备 | 239 |
| 第一节 | 纸带输入机 | 239 |
| 一 | 穿孔纸带 | 239 |
| 二 | 光电式输入机的基本工作原理 | 240 |
| 三 | 电容式输入机的基本工作原理 | 241 |
| 四 | 输入机的控制电路 | 242 |
| 五 | 5—8 RR 纸带输入机性能介绍 | 244 |
| 第二节 | 宽行打印机 | 245 |
| 一 | 打印机的功能及用途 | 245 |
| 二 | 宽行打印机的基本工作原理 | 245 |
| 三 | 宽行打印机的组成及机电控制原理 | 247 |
| 四 | 打印机的控制原理 | 254 |
| 五 | 打印机控制框图 | 256 |
| 第三节 | 穿孔卡片输入机 | 259 |
| 一 | 卡片信息的记录 | 259 |
| 二 | 卡片输入机工作方式及其组成 | 259 |
| 三 | 卡片输入机逻辑图及工作原理 | 261 |
| 第四节 | 穿孔卡片输出机 | 265 |
| 一 | 穿孔卡片输出机在电子数字计算机中的作用 | 265 |
| 二 | 数、文字和符号在卡片上的表示 | 266 |
| 三 | 穿孔卡片输出机的组成和工作方式 | 268 |
| 第五节 | 控制台打字机 | 273 |

| | | |
|-----|-------------------|-----|
| 一 | 控制台打字机的来源及其引入 | 273 |
| 二 | 控制台打字机的作用 | 275 |
| 三 | 控制台打字机的使用原理及应用 | 275 |
| 第十章 | 计算机实际应用的举例 | 278 |
| 第一节 | 模型机 | 279 |
| 第二节 | 简单程序的编制 | 284 |
| 一 | 简单算式程序的编制 | 284 |
| 二 | 分枝程序的编制 | 286 |
| 三 | 简单循环程序的编制 | 287 |
| 四 | 简单的子程序编制 | 289 |
| 第三节 | 例：实时数据处理 | 292 |
| 第四节 | 其它 | 298 |
| 一 | 多重循环的编制 | 298 |
| 二 | 符号语言的概念 | 300 |
| 三 | ALGOL 语言(算法语言)的概念 | 301 |
| 四 | 管理程序的简单概念 | 303 |

毛主席语录

我们中华民族有同自己的敌人血战到底的气概，有在自力更生的基础上光复旧物的决心，有自立于世界民族之林的能力。

第一章 緒 論

第一节 引 言

电子数字计算机是一种能够自动地高速度地进行计算工作的电子机器，也是一个新兴的科学部门，它的发明是廿世纪在科学技术方面的卓越成就之一。由于电子数字计算机的出现，有力地推动着生产、科学技术与文化的发展。

在很早以前，劳动人民在生产实践过程中，创造了各式各样的计算工具来加快计算过程的进行，例如我国在南宋（公元1274年）时，就已有算盘、歌诀的记载，其它如计算尺、手摇或电动计算机等也已发明很久了，如果需要计算的数字不很大，也不复杂，这些简单的计算工具也就足够了。

但是由于科学技术的不断发展，很多科学和工程部门愈来愈迫切需要进行大量的复杂的准确计算，上述一般的机械式和电动式的计算工具，已经远远不能满足需要。随着电子器件、脉冲技术等技术的发展，在廿多年前出现了电子数字计算机。

由于电子数字计算机具有高速运算和记忆的功能，使过去很多由于需要精确计算或者需要很快得出答案而无法解决的问题能够得到解决。如气象学中的天气预报，其精确预报天气的计算方法早就有了，但过去只能用手摇计算机或电动计算机来运算，“日预报”就需要一、二星期的时间，这当然不能适应需要。而如果用电子数字计算机来计算，就可以在一小时甚至更短的时间内算出精确的结果。至于数字计算机与原子能、人造卫星、火箭、导弹等尖端国防科学技术的发展就有着更为密切的联系了。

电子计算机的出现，其意义远远不止以上这些。由于它具有计算过程“自动控制”的特点，不仅能进行四则运算，而且还有着逻辑运算的能力，这就使它的前途远远超出了单纯“计算工具”的范围。

所以电子计算机不仅能解决各种数学问题，还能解决各种逻辑问题，如文字翻译、火炮的自动瞄准、工业生产的自动控制、控制炼钢生产、发电、最佳设计方案的选择等等。

我国的电子计算机事业，在我们伟大领袖毛主席提出的“鼓足干劲，力争上游，

多、快、好、省地建设社会主义”总路綫的指引下在毛主席提出的“自力更生”，“奋发图强”赶超世界科学技术先进水平的伟大号召下，得到了很大的发展。早在1958年我国第一台电子数字计算机就投入运行，伟大的国庆十周年时“104”型大型电子数字计算机投入运行，1967年我国又宣布第一台国产大型晶体管计算机投入了运行。特别是1970年我国第一顆人造地球卫星发射成功，它同时也标志着我国电子计算机事业达到了世界先进水平。

在电子数字计算机的研制工作中，必須坚决批判资产阶级唯心主义观点，说什么电子计算机能完全代替人的作用。如果说过去各种机器的发明与发展，減輕了人們的体力劳动，那末现代电子数字计算机的发展則減輕了人們的脑力劳动，使人們可以从相当一部分非創造性的脑力劳动中解放出来，从事其他更为复杂的創造性劳动。但是必須明确指出：计算机毕竟是一种工具，它决不能代替人們大脑的創造性的思維活动，这是计算机工作与人們的大脑活动的本质区别所在，看不到这一点就会滑到资产阶级形而上学的唯心主义观点上去。不仅如此，自动工作的电子数字计算机不仅是由人設計制造，而且它的运行也是由人指揮，因此在人与计算机的关系中，人的因素是第一的，决定性的，我們必須牢牢地树立这一辯証唯物的观点。

“自然科学是人们争取自由的一种武装。”电子计算机也是人們为着要在自然界里得到自由而創造出来的得力工具之一。要从电子计算机領域内得到自由，就必须以敢于革命的精神，善于科学的科学态度，寻求和探索它的规律性，从而掌握它，运用它来大力推动社会主义革命和社会主义建設事业的发展。这就有利于巩固无产阶级专政，支援世界革命，狠狠打击帝国主义和社会帝国主义，对于人类做出更大的贡献。这就是我們学习，制造计算机的根本目的。

第二节 电子数字计算机的基本原理和简单框图

电子数字计算机是一种较为复杂的自动化装置。比較复杂的数学問題或逻辑問題，它都能自动地进行計算，而只要人在开始时輸入一些必要的原始数据以及解題步驟就可以了。那么电子数字计算机是怎样自动地工作的呢？它有哪些部件构成？在回答这个問題之前我們先来分析一下，人是怎样来解算題目的。

我国发射的第一顆人造地球卫星，無論在卫星的重量方面，和軌道的傾角方面，都全面地压倒苏修和美帝发射的第一顆人造地球卫星。現在我們来計算一下，我国第一顆人造地球卫星的重量是苏修，美帝第一顆人造地球卫星总和的几倍。（用簡單的計算工具算盘来做一下）。

我們知道，我国第一个人造地球卫星的重量是173公斤，苏修的为83.6公斤，而美帝的为8.22公斤，其計算的数学式子是： $173(\text{公斤}) \div (83.6 + 8.22)(\text{公斤}) = ?$

計算开始时，先用算盘，按加法规則，做 $(83.6 + 8.22)$ 的运算，得中間結果为91.82(公斤)，將結果用筆記在紙上，再用算盘按除法口訣，做 $173(\text{公斤}) \div 91.82(\text{公斤})$ 的运算，得結果是 $1.88 \approx 1.9$ 。也就是說我国第一顆人造地球卫星的重量比苏修、美帝第一顆人造地球卫星总和还要大将近一倍。

在上面計算过程中，我們仅用了紙、笔、算盘以及使用（或說控制）这些工具的本人。从这个简单的例子中就可以联想到，电子数字计算机要能自动地进行工作，就必须具备功能与其相似的三个最基本的装置：

第一、计算机必须能进行算术运算，为此电子数字计算机要有相当于上例中的算盘的运算器。

第二、计算机必须能保存和记录原始数据，运算步骤以及运算的中间结果，因此要有足够容量的存储器（记忆装置），相当于上例中的纸和笔。

第三、计算机要能按照原始数据及计算步骤自动地进行计算，并使各部分能协调地有节奏地进行工作，就需要一个控制器。这相当于上例中人的本身。

实际上单有上述三个装置还不够，因为机器是听从人的命令，按照人事先给出的数据及运算步骤来运算的；同时，机器算得的结果又需要表达给人知道，这就需要输入和输出设备。它在人和电子数字计算机之间起桥梁作用，或者形象地说，输入输出设备好象一个翻译员，把人的意图“翻成”机器能懂得的语言，同时又能将机器的语言“翻译”成人能接受的语言。

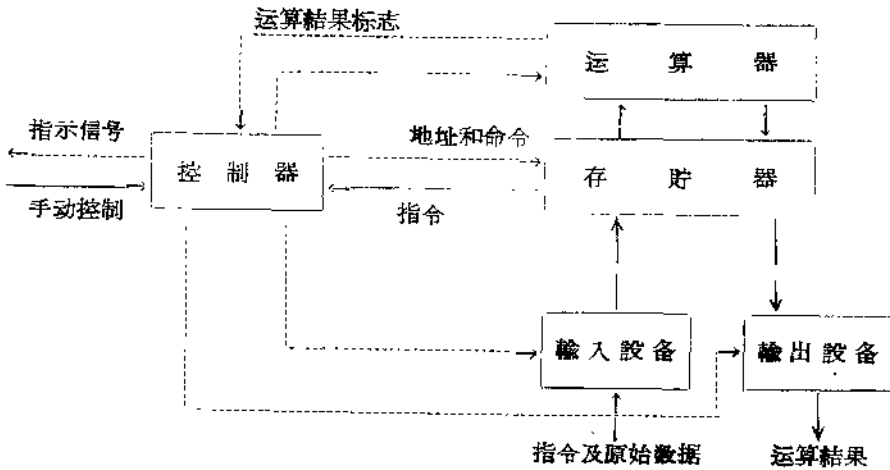


图1 电子数字计算机简单框图

这样，运算器，存储器，控制器以及输入，输出设备五个部件就组成电子数字计算机的主要部分，它们之间的联系在图1中表示出来。其中实线为代码传送的路径，虚线表示控制信号的路径。

实际上，电子数字计算机还必须要有电设备以及其他必需的附加设备，例如控制台及各部分的调试设备等等。

第三节 电子数字计算机的解题过程

现在我们结合电子数字计算机的简单框图来说明电子数字计算机是如何进行解题的。

整个电子数字计算机是在控制器的控制下自动地进行工作的。那么控制器又是根据

什么来控制的呢？控制器的工作是由一连串的“指令”所支配的。“指令”就是指示计算机应作什么工作的命令。指令通常指明(1)对什么数进行运算，(2)进行什么运算，(3)运算后的结果应放在何处。一般的指令包含两部分：一是操作码，它表示这条指令进行那一种操作；另一是地址码，它表示参加操作的代码在存储器的那些单元内或是操作结果要送到那一存储单元中去。

在机器上解算题目时，必须首先考虑一个解题计划，并按此计划分成一步一步的简单操作，写成一条一条的指令，这种为了解决某一问题的一串指令，就叫做该问题的计算程序，简称为程序，而编制程序的工作就叫做“程序设计”。程序中的指令，通常是依其执行的先后次序顺序地排列的，如程序的第 i 条指令存放在第 K 号存储单元中，则第 $i+1$ 条指令就存放在第 $K+1$ 号存储单元中。

每一个要计算的问题都有它自己的计算程序，这必须在计算前先准备好。计算时，操作員将它和原始数据一起經由輸入設備，送到存储器某些单元中暂时存放起来，然后控制器将程序中的指令按一定次序一条一条地由存储器取出来，并根据取来的不同指令，发命令到机器的各部分使之执行操作码所规定的动作。这些动作一般包括从存储器根据指令中的地址码所指定的单元中将参加操作的数碼取至运算器，而后运算器根据控制器的命令对这些数碼进行规定的运算，运算结果或是送回存储器中某一指定的单元中或是保留在运算器中。最后，还需要将程序中规定的下一条指令取出来，接着机器就在控制器支配下执行新的指令。如此重复下去，直至算得最后结果，由輸出指令控制經輸出設備給出結果来，机器就停止工作。

我們以計算 $ax^2 + bx + c$ 为例來說明。

令 YK 表示运算器， m 表示存储单元号碼即地址， (m) 表示地址为 m 的存储单元內的数，計算过程如下：

| 指令順序 (地址) | 指令及数据 | 解 釋 |
|--------------|-----------|------------------------------|
| 0 | (7)→YK | 常数 a 送至 YK。 |
| 1 | (10)·(YK) | 計算 $a \cdot x$ ，結果放在 YK。 |
| 2 | (8)+(YK) | 計算 $ax + b$ ，結果放在 YK。 |
| 3 | (10)·(YK) | 計算 $(ax + b)x$ ，結果放在 YK。 |
| 4 | (9)+(YK) | 計算 $(ax + b)x + c$ ，結果放在 YK。 |
| 5 | 輸出打印 | |
| 6 | 停機 | |
| 7 | a | |
| 8 | b | |
| 9 | c | |
| 10 | x | |

以上简单地介绍了我国电子数字计算机的发展情况，以及电子数字计算机的基本工作原理和结构，并扼要叙述了一下计算机的解算题目的步骤，詳細工作原理和内容将在本书以后各章中一一叙述。

我国电子计算机工业战线上的广大革命群众和革命干部，在毛泽东思想伟大红旗指引下，遵照伟大领袖毛主席“独立自主，自力更生”的教导，走我国自己工业发展的道路。以奋发图强的革命精神，正在破除迷信，大搞群众运动，狠批洋奴哲学，爬行主义，肃清叛徒、内奸、工贼刘少奇反革命修正主义路线的余毒，一个波澜壮阔的电子计算机工业的群众运动正在日益高涨。

“中国人民有志气，有能力，一定要在不远的将来，赶上和超过世界先进水平。”

毛主席语录

我们看事情必须要看它的实质，而把它的现象只看作入门的向导，一进了门就要抓住它的实质，这才是可靠的科学的分析方法。

第二章 二进制数在计算机中的应用

第一节 计数制的介绍

在日常的工作和生产劳动中我们经常会碰到一些数，例如 4286.57，大家都知道小数点左边的第一位是个位，左边第二位是十位，左边第三位是百位，左边第四位是千位；而小数点右边的第一位是十分之一位，右边第二位是百分之一位。因而这个数就可写成：

$$\begin{aligned} 4286.57 &= 4 \times 1000 + 2 \times 100 + 8 \times 10 + 6 + 5 \times 0.1 + 7 \times 0.01 \\ &= 4 \times (10)^3 + 2 \times (10)^2 + 8 \times (10)^1 + 6 \times (10)^0 + 5 \times (10)^{-1} + 7 \times (10)^{-2} \end{aligned}$$

对于我们一般常见的数 N 都可以表示如下：

$$\begin{aligned} N &= \pm [K_n \times (10)^n + K_{n-1} \times (10)^{n-1} + \dots + K_1 \times (10)^1 + K_0 \times (10)^0 \\ &\quad + K_{-1} \times (10)^{-1} + K_{-2} \times (10)^{-2} + \dots + K_{-m} \times (10)^{-m}] \end{aligned}$$

$$= \pm \sum_{i=-m}^n K_i (10)^i \quad (2-1)$$

式中 m, n 均为正整数， K_i 可以是 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 十个数字中的一个。它要由具体的数来决定。这里括号中的 10 称为计数制的基数。所谓某计数制的基数，就是在该计数制中用到的数字符号的量。由于这基数是 10 (十)，我们说这个数是十进制的。在十进制中逢十进一（即向较高一位进一）。

十进制是我们日常生活中最广泛使用的一种计数制，此外我们还可以碰见十二进制的（如在铅笔的计量中，十二支为一打，十二打为一箩），十六进制的（如老秤中使用的十六两为一斤），和六十进制的（如计时系统中六十秒为一分，六十分为一小时）等等各种不同的计数制。

在数的计数系统中，计数制的基数可以是任意的正整数 R 。这样，任意的一个数 N 都可以表示为：

$$N = \pm \sum_{i=-m}^n K_i R^i \quad (2-2)$$

式中 m, n 为正整数, K_i 则可以是 $0, 1, 2, \dots, (R-1)$ 中的一个。

在数字计算机中的数, 最常用的是二进制、八进制、十六进制和二——十进制等。尤其是二进制使用更为广泛, 但也有个别的数字计算机采用三进制的。

第二节 二进制数的表示和运算

从上一节对计数制的介绍中知道, 所谓二进制就是在这个计数系统中, 它的基数 R 为 2, 每一个数位上所能用的只能是 0 和 1 二个不同的符号, 而且是逢二进一的。

我们先看一看十进制中十个不同符号的二进制表示 (下式括号右下角的数字表示括号内数的基数)。

$$\begin{array}{ll} (0)_+ = (0)_= & (1)_+ = (1)_= \\ (2)_+ = (10)_= & (3)_+ = (11)_= \\ (4)_+ = (100)_= & (5)_+ = (101)_= \\ (6)_+ = (110)_= & (7)_+ = (111)_= \\ (8)_+ = (1000)_= & (9)_+ = (1001)_= \end{array}$$

那么二进制的数 11011.01 等于十进制中的什么数呢? 这只要依照二进制的定义, 利用式(2-2)就可以写成:

$$\begin{aligned} (11011.01)_= &= (1 \times 10^{100} + 1 \times 10^{11} + 0 \times 10^{10} + 1 \times 10^1 + 1 \times 10^0 + 0 \times 10^{-1} + 1 \times 10^{-10})_= \\ &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} \\ &= 16 + 8 + 2 + 1 + 0.25 = (27.25)_+ \end{aligned}$$

这就是说在我们常用的十进制中的数 27.25 在二进制中是用 11011.01 来表示的。这里我们看到同一个数用二进制表示要比用十进制表示位数要多得多。粗略地讲, 同一个数用二进制表示时所需要的位数大约相当于用十进制表示的三倍, 这是因为, 若一数 N 可写成 2^n 和 10^m 形式, 即

$$N = 2^n = 10^m$$

则 $m = n \log_{10} 2$

$$m/n = \log_{10} 2 \approx 0.3$$

所以, 一个二十四位的二进制数大约相当于十进制数的八位。

我们不禁在想: 十进制人们使用很习惯了, 书写起来很方便, 而用二进制表示同样一个数书写起来位数较长, 看起来也不一目了然, 那么, 为什么电子数字计算机中大多采用二进制来表示数呢? 伟大领袖毛主席教导我们“对具体情况要作具体分析”。让我们来看看在电子计算机中表示数的这样条件下, 二进制比起其它进位制来, 它又有那些优点呢?

首先, 由于二进制只使用二个不同符号, 所以任何具有二个不同稳定状态的元件都可用来表示数的每一位。而制造具有二个稳定状态的元件要比制造多稳定状态的元件容

易得多。事实上，我們已找到很多种元件具有二个稳定的状态，例如继电器触点的閉合和释放，电子管或晶体管的通导与截止，氖灯的亮和灭，电容器的充电和放电，鉄氧磁芯的二个不同的磁化状态等等。这些元件都是按照极简单的操作“开”或“关”、“是”或“不是”、“有”或“沒有”的原理工作的，因此工作非常可靠而且抗干扰性能好。同样，在电子计算机中数的存貯（静态和动态）和传送也可采用简单而可靠的表示法，如脉冲的有无，脉冲极性的正負，电位的高低等。

其次，采用二进制后，数的四則运算极为简单和方便。从运算操作的簡便性来看，二进制大概是最方便的一种計数制，因为它总共只有二个数字：0和1。

加法：

$$\begin{aligned} 0 + 0 &= 0 \\ 1 + 0 &= 0 + 1 = 1 \\ 1 + 1 &= 10 \end{aligned}$$

乘法：

$$\begin{aligned} 0 \times 0 &= 0 \\ 1 \times 0 &= 0 \times 1 = 0 \\ 1 \times 1 &= 1 \end{aligned}$$

很显然，这样的运算規則比起十进制的运算要簡便得多了。在十进制的算术运算时，人們就必须牢牢背熟两数相加和相乘的規則。如： $5+3=8$ ， $4+7=11$ ……和 $3 \times 4=12$ ， $5 \times 8=40$ ……，因此，在电子计算机中采用二进制表示后，綫路上实现二进制运算就可大大簡化，方便得多。

减法和除法分别是加法和乘法的逆运算。从下面几个用二进制表示的数的四則运算的例子中，不难领会它的运算規則。

加法：

$$\begin{array}{r} 1011 \\ + 1110 \\ \hline 11001 \end{array}$$

减法：

$$\begin{array}{r} 1101 \\ - 110 \\ \hline 111 \end{array}$$

乘法：

$$\begin{array}{r} 1101 \\ \times 1010 \\ \hline 0000 \\ 1101 \\ 0000 \\ 1101 \\ \hline 1000010 \end{array}$$

除法：

$$\begin{array}{r} 11100 \text{ ——商数} \\ 1101 \overline{) 101110101} \\ \underline{1101} \\ 10100 \\ \underline{1101} \\ 1111 \\ \underline{1101} \\ 1001 \text{ ——余数} \end{array}$$

第三，在电子计算机中采用二进制表示数可以节省设备。在计算机中数是用一些元件的物理状态来表示的。一般地说，我们可以假定存貯一个数碼所需要的设备是和該数碼的基数成正比的。也就是說需要用两个单位的设备来代表一个二进制数碼，用三个单位代表一个三进制数碼，用十个单位代表一个十进制数碼等等。若 n 是数的位数， R 为基数，則 $R^n = N$ 就是这些数位所能表示的最大的信息量，（例如在一个具有三位的十进制数，它所能表示的是 0 到 999 这一千个数。）同时也等于整个数位表达设备的各种稳定状态的数目。按上述假设，存貯这些数碼所需要的设备量正比于 nR 。例如，我們要表示 0 到 999 这一千个数碼，采用十进制（即 $R=10$ ）时需要三位数（即 $n=3$ ），因此， $nR=3 \times 10=30$ ，如果采用二进制来表示同样一千个数，則至少需要十位数（实际上，十位二进制的数最多可表示一千零二十四个数）。因此， $nR=10 \times 2=20$ 。很明显，用二进制表示时存貯设备量要比十进制表示来得少。在这一点上，二进制也要比十进制优越。

应该指出的是，在数学上可以证明：在上面假设的条件之下，三进制的計数系統存貯设备量为最少，其次就是二进制。然而，由于目前制造具有三个稳定状态的元件是很困难的，而且工作也不可靠。所以目前在电子数字计算机中几乎都采用二进制的計数系統。

最后，由于二进制中只有二个不同的符号 0 和 1，因此可以使用开关代数（有关它的内容将在下一章中介绍）这一工具来分析和綜合数字计算机中有关的邏輯綫路，为我們設計数字计算机提供了方便。

正是由于二进制有上述这些优点，所以它在电子数字计算机中获得了最广泛的应用。但是人們日常生活中經常碰到的数都是十进制的，因此，在使用电子数字计算机时就必須把十进制的原始数据“翻譯”成计算机所可接受的二进制的数，而计算机的运算結束后也要把二进制的数“翻譯”成人們所习惯使用的十进制的数。这种二进制的数与十进制的数之間的相互“翻譯”的規則，就是下面一节的内容。

第三节 二进制数与十进制数的互相换算

我們先来看一看一个十进制的数是如何轉換成二进制的数。通过举例，我們不难理解它的换算規則。

例 1 把一个十进制的数 195 表示成二进制的形式。

$$\text{設 } (195)_{+} = (K_n K_{n-1} \cdots K_1 K_0)_{-}$$

我們的問題就在于要决定 $K_n, K_{n-1}, \cdots, K_1, K_0$ 的值。

$$\begin{aligned} \text{因为: } (195)_{+} &= (K_n K_{n-1} \cdots K_1 K_0)_{-} = K_n 2^n + K_{n-1} 2^{n-1} + \cdots + K_1 2 + K_0 \\ &= 2(K_n 2^{n-1} + \cdots + K_2 2 + K_1) + K_0 \end{aligned}$$

把上面式子的左右两边用 2 去除，即得：

$$195/2 = (K_n 2^{n-1} + \cdots + K_2 2 + K_1) + \frac{K_0}{2} \quad (2-3)$$