

138282

基本算術

理化用高等算學

上 冊

著 譯
路 均
梅 徐



商務印書館發行

314

~~08000~~

/482.4 (

2/K4

. 138282

學 算 高 等 用 化 理

上 册

商 務 印 書 館 發 行

『在閱讀任何代數學的論著時，第一件要做到的，是對於其中所見的各種方法及其與其他方法的關聯，須有一個完全的了解。無論如何用心，只靠讀讀書本，這種境界是不會達到的。一冊算學的著作中，欲將每種方法寫得如此詳盡，使合於尙未完全精通的學生之腦筋，實爲不可能的事。許多結果的寫出，其細到處不得受限制，如加法如乘法如開方法等等，這是研究者所用得最多的。學生關於這些，決不可輕易信任，必須用自己的筆來演過；筆，在從事於任何代數方法時，決不可離開手頭的』。—— De Morgan 著 *On the Study and Difficulties of Mathematics*, 1881。

原著第四版序言

在材料方面第四版與第三版是相同的。但本書的許多讀者提起我注意所及的錯印之處，已經給改正了；內容也加以少數文字上的變更與擴充。我很歡喜德文本已曾出版，又本書與拙著化學的靜力學與動力學 (Chemical Statics and Dynamics) 所特有的許多例題等等已受現代文獻所汲取。

J. W. Mellor

The Villas, Stoke-on-Trent,

一九一二年十二月十三日。

原著第二版序言

我很高興，見到自己欲於科學工作所應用的假設與量測方面引入算學處理的企圖，受得從事於化學與物理學者如許的欣賞。在本版中題材已重行寫過，許多部份且經擴充，以應物理化學家欲用算學的確切語言而敘述其思想的趨向。

J. W. Mellor.

一九〇五年七月四日。

01279 4161 4167

原著第一版序言

缺乏高等算學上很有效用的知識，欲追隨於物理化學或普通化學最近的發展，幾乎是不可能的事。著者覺得通常的算學教本，對於向這種知識欲走捷徑的化學學生，只有糾纏而沒有補助，因為研究自然定律的學生日常所遇到之問題與形式算學的純粹抽象性之間的關係是不易發見的，欲了解算學方法與物理變化間彼此的補充性，更是難事。

最近五年間，著者將算學家的 x 與 y 應用於物理化學時遇到主要困難之點，每記錄下來；這些摘錄增積得不少，就想將實驗結果上如何可以用算學處理的方法弄個明白。嘗試之結果知道這些很可引起化學學生的趣味，並使他們在物理或化學上觀測結果的處理中，得到算學上很有效用的知識。

要不是我在烏溫斯大學 (Owens College) 見到一組學生熱烈的從事於物理化學各分支的工作，他們的大多數在研究他們的結果時都須尋求幫助，我還遲疑而不會跨出那嘗試的階段。我把我的計劃告訴給化學教授時，他鼓勵我寫成此書。實現他的提議即是我的目的，故此附錄他的原函以見本書精神之所在，我只希望我能實行着原函中所說的。

錄 Dixon 教授來函：

烏溫斯大學，孟卻斯忒。

親愛的梅路先生：

你若能够以你的思想轉變爲文字，寫成一冊書籍，說明算學運算應用於化學結果時的內部情形，我相信你會給與許多學習化學的學生以一種恩惠。我們化學家，如同一個部落，打起仗來，見着不是自己的符號就怕。我很知道你有能力可在化學上贏得新的結果且用算學來討論之。你能領導我們從那平坦的山坡而登峯造極麼？用化學的口吻講給我們聽，使我們不感旅途之苦麼？必要時給些藥劑我們吃吃，『輕輕的放進些學問，如藥粉之撒入果醬內』一樣麼？要是你覺得叫牠來領路的，我們當勉力追隨，亦許在我們的後輩中有些人是可以成功的。這種勝利不是值得工作的麼？請試着罷。

你的忠實的

H. B. Dixon.

一九〇二年五月

目 錄

緒論	1
第一章 微分法	6
§1 論算學推理的性質	6
§2 微係數	9
§3 微分	13
§4 數量的等級	14
§5 零與無限大	15
§6 極限值	17
§7 微係數的微係數	21
§8 記法	23
§9 函數	24
§10 比例性與比例常數	27
§11 指數定律與對數	30
§12 微分法及其用途	37
§13 微係數的求法是否僅是一種近似的方法	41
§14 求代數函數的微係數	44

§15 Boyle 與 van der Waal 氣體方程式	61
§16 三角函數的微係數	63
§17 反三角函數的微係數	67
§18 對數的微係數	69
§19 求指數函數的微係數	74
§20 自然界的「複利律」	78
§21 求高級微係數法	89
§22 偏微係數的求法	95
§23 關於齊函數的尤氏定理	104
§24 求高級偏微係數法	106
§25 完整微分	107
§26 積分因數	108
§27 熱力學上的說明	109

第二章 解析幾何學 117

§28 笛氏坐標	117
§29 圖形表示法	119
§30 圖形表示法的實用說明	120
§31 直線的性質	124
§32 適合於條件的曲線	130
§33 變換坐標軸	133
§34 圓及其方程式	136

§35 拋物線及其方程式	138
§36 橢圓及其方程式	139
§37 雙曲線及其方程式	141
§38 曲線的切線	142
§39 曲線的研究	147
§40 等邊雙曲線	151
§41 雙曲線的說明	152
§42 極坐標	157
§43 螺旋曲線	160
§44 三線坐標與三角圖	162
§45 曲線的等級	165
§46 立體幾何	167
§47 空間的線	174
§48 面與平面	180
§49 週期運動	185
§50 廣義的力與廣義的坐標	191

第三章 有奇異性的函數 194

§51 連續函數與不連續函數	194
§52 附有折裂的不連續性	195
§53 溶液中含水物的存在	197
§54 使曲線光滑法	201

§55	方向突變的不連續性	202
§56	三相點	204
§57	函數的極大值與極小值	208
§58	函數的極大值與極小值的求法	209
§59	迴折點	213
§60	曲線凹凸的求法	214
§61	迴折點的求法	216
§62	六個極大極小的問題	217
§63	奇異點	227
§64	pv 曲線	232
§65	虛數	238
§66	曲率	240
§67	包絡線	244

第四章 積分法 248

§68	積分法的目的	248
§69	標準積分表	257
§70	較簡積分的求法	259
§71	如何求積分常數的值	266
§72	代入新變數而求積分法	270
§73	分部積分法	279
§74	累次分部積分法	281

§75 簡化公式(參考用).....	284
§76 分解爲部份分數而求積分.....	292
§77 化學反應的速度.....	301
§78 化學平衡——不全反應或可逆反應.....	511
§79 部份沉澱.....	817
§80 曲線下的面積：定積分的求值法.....	319
§81 積分的中值.....	323
§82 曲線所圍的面積.....	328
§83 定積分及其性質.....	332
§84 求任何曲線的長.....	339
§85 旋轉面的面積的求法.....	343
§86 旋轉體的體積的求法.....	344
§87 累次積分法；重積分.....	346
§88 氣體的等溫膨脹.....	351
§89 氣體的絕熱膨脹.....	356
§90 溫度對於化學變化與物理變化上的影響.....	364

第五章 無限級數及其用途..... 369

§91 何謂無限級數.....	369
§92 洗滌沉澱.....	373
§93 斂級數試驗法.....	375
§94 科學工作中的近似計算.....	378

§95 用無限級數作近似計算	382
§96 馬氏定理	388
§97 從馬氏定理所得的有用的推論	390
§98 戴氏定理	396
§99 曲線的相切	404
§100 戴氏定理的推廣	406
§101 用戴氏級數決定函數的極大值與極小值	407
§102 賴氏定理	421
§103 有些函數在代入數字之前需要特別的處理	426
§104 有限差的算法	433
§105 補插法	435
§106 從數值觀測而得的微係數	448
§107 如何用公式代表一組觀測值	453
§108 求經驗公式或理論公式中的常數	455
§109 積分法的代用法	467
§110 近似積分法	471
§111 用無限級數求積分法	480
§112 雙曲線函數	488
第六章 數值方程式解法	498
§113 方程式的根的幾種普遍性質	498
§114 數值方程式近似解的圖解法	502

§115	數值方程式求近似解的 Newton 方法	506
§116	如何從方程式分離等根	508
§117	用 Sturm 方法決定數值方程式不等實根的位置。...	509
§118	Hornér 方法求數值方程式的近似實根。.....	514
§119	van der Waal 方程式	519
第七章 微分方程式的解法		522
§120	用分離變數法求微分方程式的解	522
§121	何謂微分方程式	529
§122	一級完整微分方程式	535
§123	如何求積分因數	539
§124	完整微分的物理意義	544
§125	一級線性微分方程式	549
§126	一級一次或高次微分方程式——微分的解法	554
§127	克氏方程式	557
§128	奇異解	559
§129	運算的記號	564
§130	振動方程式	565
§131	二級線性方程式	568
§132	阻尼振動	576
§133	幾個簡約的形式	585
§134	強迫振動	590

§135	特殊積分的求法	596
§136	伽瑪函數	606
§137	橢圓積分	612
§138	完整線性微分方程式	619
§139	連接的化學反應的速度	622
§140	常係數的聯立方程式	632
§141	變係數的聯立方程式	639
§142	偏微分方程式	644
§143	何謂偏微分方程式的解	647
§144	一級線性偏微分方程式	650
§145	幾種特別形式	653
§146	二級線性偏微分方程式	660
§147	微分方程式的近似積分法	668
第八章 傅氏定理		678
§148	傅氏級數	678
§149	求傅氏級數中常數的值	680
§150	展開一個函數為三角級數	683
§151	傅氏級數的推廣	689
§152	傅氏線擴散定律	695
§153	對於溶液中鹽類擴散上之應用	697
§154	對於熱之傳導問題的應用	713

第九章 或然率與誤差論 721

§155	或然率	721
§156	氣體動力論上的應用	730
§157	觀測誤差	737
§158	誤差定律	739
§159	或然率積分	744
§160	一組觀測值的最好代表值	747
§161	或然誤差	751
§162	均方誤差與平均誤差	755
§163	或然率積分的數值	765
§164	Maxwell 的分子速度分佈律	770
§165	定誤差或系統誤差	773
§166	比例誤差	776
§167	不同正確度的觀測值	789
§168	限於條件的觀測值	798
§169	Gauss 氏一次觀測方程式的解法	880
§170	可疑的觀測值當在何時捨棄	810

第十章 變分法 815

§171	微分與變分	815
§172	函數的變分	817

§173	定限積分的變分	818
§174	定積分的極大值或極小值	820
§175	變限積分的變分	825
§176	相對的極大與極小	828
§177	求定積分的微分法	830
§178	二重積分與三重積分	831

第十一章 行列式 835

§179	聯立方程式	835
§180	行列式的展開式	840
§181	聯立方程式的解法	841
§182	試驗方程式是否矛盾	844
§183	行列式的基本性質	846
§184	行列式的乘法	852
§185	求行列式的微分	853
§186	耶各式與海司式	855
§187	熱力學上的說明	858
§188	曲面的研究	861

附錄一 公式集 869

§189	小數量的計算	869
§190	排列與組合	870