交通系统中等专业学校试用教材

桥涵水力水文计算

西安公路学院
熊广忠　主编

人民交通出版社

交通系统中等专业学校试用教材

桥涵水力水文计算

（公路与桥梁专业用）

西安公路学院
熊广忠　主编

人民交通出版社

交通系统中等专业学校试用教材

桥涵水力水文计算

西安公路学院

熊 广 忠　主编

人民交通出版社出版

新华书店北京发行所发行

各 地 新 华 书 店 经 售

北京通县张家湾曙光印刷厂印

开本：787×1092 $\frac{1}{16}$　印张：15.5字数：382 千

1 9 7 8 年12月　第 1 版

1 9 8 3 年 5 月　第 1 版　第 3 次印刷

印数：19,201—25,700　定价：1.25 元

内 容 提 要

本书根据交通系统中等专业学校汽车、公路专业教材编写座谈会所拟定的“公路与桥梁”专业教学计划（草案）编写的。全书共分三篇：水力水文学基础；大中桥位设计；小桥涵勘测设计。

本书可做为交通系统公路与桥梁专业试用教材，讲授时间为100学时，亦可供从事公路桥梁建设人员业余学习参考。

全书由西安公路学院熊广忠主编。其中第一篇一、二章黑龙江省交通学校张均石执笔，第三、四章云南省第二工业学校但钧石执笔，第六章和第三篇第四章广东省交通学校赵跃寰执笔，第二篇第一、二章和第三、四、五章分别由西安公路学院中专部江厚胜、熊广忠执笔，第三篇一、二、三章山西省交通学校方宗展执笔。

在本书编写过程中，曾得到广东省交通局和有关院校的大力支持。并承蒙刘德进协助审阅部分初稿，魏太忠等协助绘制插图，在此一并致谢。

由于编者水平有限，编写时间仓促，书中难免存在不少缺点与错误，热忱欢迎批评指正，以便再版时修改。

目　　录

第一篇　水力水文学基础

第一篇　水力水文学基础

第一章　水 静 力 学

§1-1-1　静水压力及其特性

水静力学的基本任务是阐明静止水体的压力分布规律及其应用。

假设在静止状态的水中，取任意形状的一团水体 K，如图 1-1-1 所示，它之所以能够保持静止状态，是由于重力以及周围水通过它的周界面所加予它的力共同作用的结果。

取周界面上的任意一点 A，并假设力 P 作用在 A 点上，由于水的流动性，水在切力或拉力的作用下，不可能保持静止状态。因此，要使水体 K 处于静止状态，力 P 的方向必须是向内垂直于通过 A 点的切面，换句话说，力 P 一定是压力。

因水体 K 以及 A 点都是任意取的，所以静水中任意点上的作用力，也必须是垂直于作用面上的压力。水力学中将这种压力叫做静水压力。

作用在任一平面面积为 ω 上的总静水压力 P，叫做静水总压力，如图 1-1-2 所示。P 用牛顿(N)做单位，或者用公斤(kg)、吨(t)做单位❶。

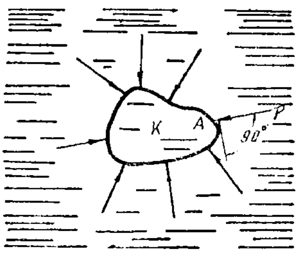

图　1-1-1

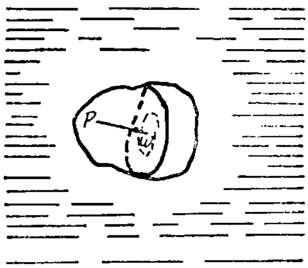

图　1-1-2

作用于单位面积上的静水压力叫平均静水压力或称平均压力强度（简称平均压强），用 p_{pj}表示。

$$p_{pj}=\frac{P}{\omega} \tag{1-1-1}$$

当 ω 向某一点缩小，而趋近零时，p_{pj} 也将趋近一个极限值 p，即：

$$p=\lim_{\omega\to 0}\left(\frac{P}{\omega}\right) \tag{1-1-2}$$

这时 p 叫做作用于该点的静水压力或叫做作用于该点的压力强度（简称压强）。p 常用帕斯卡(P_a) 做单位，或者用吨/米²（t/m²）、公斤/厘米²（kg/cm²）做单位❷

❶力的单位，国际单位制用牛顿(N)表示，简称“牛”；公制单位(目前生产常用的单位)用公斤 (kg)、吨 (t) 表示；1公斤的力等于9.80665牛(N)≈9.81牛(N)。

❷压力强度，国际单位制用帕斯卡（p_a）表示，简称帕，一个帕斯卡等于 N/m²；公制单位用吨/米²（t/m²）、公斤/厘米²(kg/cm²)表示。公斤/厘米²(kg/cm²)＝98066.5帕斯卡(p_a)——N/m²。

现在研究作用于静水中任一点的静水压力大小，是否因方向不同而改变。

假设在静水中有任一点 O，并以 O 为原点，设一直角座标系如图 1-1-3。以 O 为顶点取一极小的四面体 $OABC$，让四面体三个边 OA，OB 和 OC 分别与座标轴重合，其长分别为 ΔX、ΔY 和 ΔZ。作用于四面体四个表面 OBC、OAC 和 OAB 及 ABC 上的平均静水压力和静水总压力分别为 p_x、p_y、p_z 及 p_n 和 P_x、P_y、P_z 及 P_n。

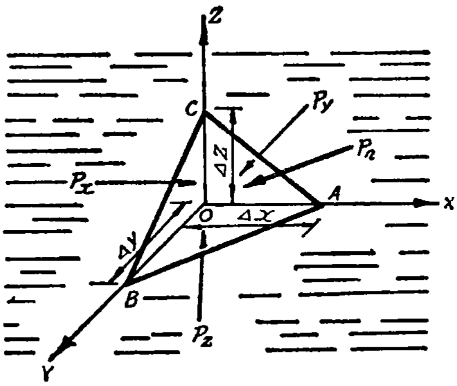

图 1-1-3

单位体积四面体产生的重力及其在 X、Y 和 Z 轴上的投影分别为 F 及 F_x、F_y 和 F_z，并以 $\Delta\omega$ 表示 $\triangle ABC$ 的面积。

因为水体 $OABC$ 处于静止状态，所以水体 $OABC$ 上的各力在 X、Y 和 Z 轴上投影的代数和都应等于零。

$$\left.\begin{aligned}
P_x - P_n\cos\widehat{(nx)} + \frac{1}{6}F_x\Delta x\Delta y\Delta z = 0\\
P_y - P_n\cos\widehat{(ny)} + \frac{1}{6}F_y\Delta x\Delta y\Delta z = 0\\
P_z - P_n\cos\widehat{(nz)} + \frac{1}{6}F_z\Delta x\Delta y\Delta z = 0
\end{aligned}\right\}$$

或：

$$\left.\begin{aligned}
\frac{1}{2}p_x\Delta y\Delta z - p_n\Delta\omega\cos\widehat{(nx)} + \frac{1}{6}F_x\Delta x\Delta y\Delta z = 0\\
\frac{1}{2}p_y\Delta x\Delta z - p_n\Delta\omega\cos\widehat{(ny)} + \frac{1}{6}F_y\Delta x\Delta y\Delta z = 0\\
\frac{1}{2}p_z\Delta x\Delta y - p_n\Delta\omega\cos\widehat{(nz)} + \frac{1}{6}F_z\Delta x\Delta y\Delta z = 0
\end{aligned}\right\}$$

式中：$\widehat{(nx)}$、$\widehat{(ny)}$ 和 $\widehat{(nz)}$——斜面的法向 n 与 x、y 和 z 轴的交角。

当无限缩小 Δx、Δy 和 Δz 而使它们趋近 0 点时，可以把 p_x、p_y 和 p_z 及 p_n 看做作用于同一点 O 而具有不同方向的静水压力。同时上列各式的第三项和前二项相比较，可以忽略不计。从而得到：

$$\left.\begin{aligned}
\frac{1}{2}p_x\Delta y\Delta z - p_n\Delta\omega\cos\widehat{(nx)} = 0\\
\frac{1}{2}p_y\Delta x\Delta z - p_n\Delta\omega\cos\widehat{(ny)} = 0\\
\frac{1}{2}p_z\Delta x\Delta y - p_n\Delta\omega\cos\widehat{(nz)} = 0
\end{aligned}\right\}$$

因

$$\left.\begin{aligned}\Delta\omega\cos(\widehat{nx}) &= \frac{1}{2}\Delta y\Delta z\\ \Delta\omega\cos(\widehat{ny}) &= \frac{1}{2}\Delta x\Delta z\\ \Delta\omega\cos(\widehat{nz}) &= \frac{1}{2}\Delta x\Delta y\end{aligned}\right\}$$

所以

$$p_x = p_y = p_z = p_n \tag{1-1-3}$$

上式表明：作用于静止水体中任一点的静水压力的数值，不因方向不同而改变。

§1-1-2　水静力学基本方程式

下面分析静水中各点静水压力的大小。

在静水中任取一点 M 如图 1-1-4，M 位于水面下深度 h 处，通过 M 点取一底面积为 $\Delta\omega$，高为 h 的小圆柱体。设底面上的静水压力为 p，并已知水面的压力为 p_0、水体的容重为 γ。

作用在小圆柱体上的力：

1.圆柱水体自重 G、$G = h\Delta\omega\gamma$；

2.作用于圆柱水体上表面的压力 $p_0\Delta\omega$；

3.作用于圆柱水体周围的压力，根据静水压力特性得知，它们都是水平方向的力。

在铅垂方向上，力的平衡方程式如下：

$$p_0\Delta\omega + h\Delta\omega\gamma - p\Delta\omega = 0$$

即：

$$p = p_0 + \gamma h \tag{1-1-4}$$

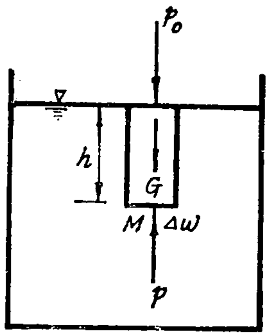

图 1-1-4

上式就是水静力学基本方程式，从式中可以看出：在水深 h 处的静水压强是由两部分组成，一是由水面传来的压强 p_0；一是由高度为 h 的水柱重产生的压强 γh。

下面对水静力学基本方程式进行讨论：

一、几个常用名词的意义

1.静水绝对压力

静水中一点所承受的全部静水压力，在基本方程式中用 p 表示。

2.表面静水压力

作用在水面上的外压力与水深无关，在基本方程式中用 p_0 表示。水体与气体的交界面叫自由表面，当水面与大气相接触时，则自由表面上的表面压强就是大气压强。大气压强一般用 p_a 表示。由物理学可知，一个标准大气压强为101234帕斯卡，或者 1.033公斤/厘米^2。在工程上采用的一个工程大气压强为98066.5帕斯卡，或者 1 公斤/厘米^2。

3.超压力（过剩压力）

由水体的重量产生的压力，在基本方程式中用 γh 表示，也可记为 p_c。水力学中 γ 一般采用9806.65牛顿/米^{3}或者0.001公斤/厘米^3、1.0吨/米^3。

4.相对压力（计算压力）

以大气压力为起算零点的压力称作相对压力，一般记作 p_x。p_x 用公式表示如下：

$$p_x = p - p_a = (p_0 + \gamma h) - p_a \qquad (1\text{-}1\text{-}5)$$

在常见的水工建筑物的水力计算中，表面压力常为大气压力。在此情况下：

$$p_x = (p_a + \gamma h) - p_a = \gamma h = p_c \qquad (1\text{-}1\text{-}6)$$

即当表面压力为大气压力时，相对压力和超压力相等。

5.真空

相对压力也可以看做绝对压力和大气压力之差，在绝对压力小于大气压力时，相对压力便是负值，即 $p_x<0$。小于零的相对压力称做负压，负压的绝对值叫做“真空”。真空压力以 p_k 表示。

$$p_k = p_a - p \qquad (p_k>0) \qquad (1\text{-}1\text{-}7)$$

必须注意，负压并不是水中出现了拉力而是指绝对压力小于一个大气压而言。

例 1-1-1：在淡水的自由表面下，水深 2 米处有一点 A，试求 A 点的绝对压力和相对压力（自由表面的压力为大气压）？

解：1.绝对压力 p❶

$\gamma = 9806.65\text{N/m}^3(0.001\text{kg/cm}^3)$；$h = 2\text{m}$

$p_0 = p_a = 98066.5\text{N/m}^3(1\text{ kg/cm}^2)$

$p = p_0 + \gamma h = 98066.5 + 9806.65\times 2 = 117679.8\text{N/m}^2$（或$1.2\text{kg/cm}^2$）

2.相对压力 p_x

$$p_x = \gamma h = 9806.65 = 19613.3\text{N/m}^2\ (\text{或}0.2\text{kg/cm}^2)$$

例 1-1-2：已知水面下某点的绝对静水压力 $p = 0.6$ 大气压，求相对压力和真空值？

解：

$$p_x = p - p_a = 0.6 - 1 = -0.4\text{大气压}$$
$$p_k = p_a - p = 1 - 0.6 = 0.4\text{大气压}$$

二、静水压力分布图

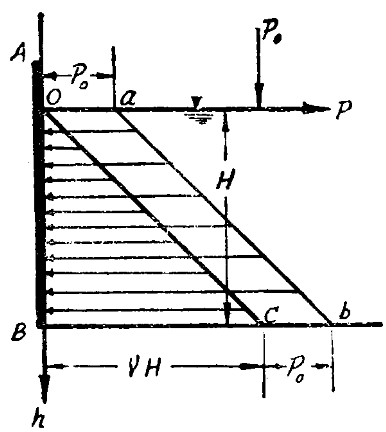

图 1-1-5

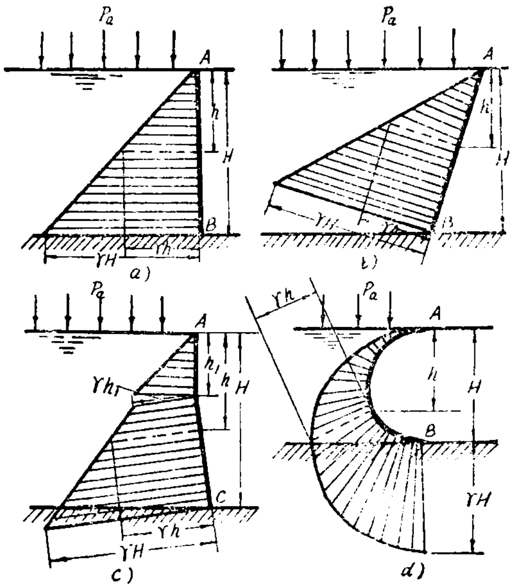

图 1-1-6

❶括弧内的数字为公制单位。

为了清楚和方便，可将水静力学基本方程式 $p=p_0+\gamma h$，用图来表示压力的分布情况。

水体的容重 γ 是单数，在某一特点的具体问题中 p_0 是定值。所以显而易见，水静压力依水深成直线变化。以 h 和 p 为座标轴，表示水静力学基本方程式的图叫做静水压力分布图。

作用于铅垂平面壁上的压力分布图，如1-1-5 所示。图中 ab 和 oc 分别表示绝对和相对分布线。

图1-1-6 a、b、c、d 分别表示倾斜面，折面及曲面上的相对静水压力分布图。

绘制压力分布图时，一定要按静水压力的特性，使各点的压力作用线与该点的切面垂直。

三、等压面的概念

静水中任意一个假想面，若面上所有点的压力都相等，则这个假想面叫做等压面。自由表面就是一等压面。

由水静力学基本方程式可知，在同一水深面上的各点静水压力相等，所以同一水深的面为一等压面。

在只受重力作用的静止水体中，自由表面 AB 必与重力方向垂直，如图1-1-7a 所示，即自由表面是一水平面。若自由表面 AB 与重力斜交，如图1-1-7b所示，则重力 G 可以分解为垂直于自由表面 AB 的压力 N 和平行于自由表面 AB 的切力 T。由于水的流动性，在切力 T 的作用下，水体就要流动，这和假设水体是静止的相矛盾，所以只有如图1-1-7a所示，$T=0$ 时水体才能是静止状态。同理可推出：静水中同一水深的面是一水平面；不同液体的分界面是水平面也是一等压面。

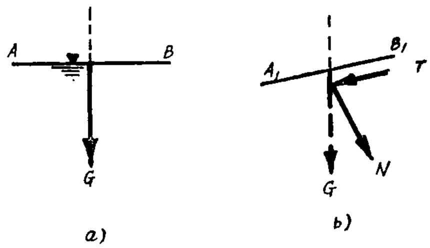

图 1-1-7

等压面的概念，可用于分析水流的基本规律，同时还可以据此量测静水压力的大小。

四、水静力学基本方程式的其他形式

在静水中某点的位置可用水面以下的深度来表示。但在流水中，由于水面不一定是水平面，因此需要用一个参考水平面（基准面）来表示水中某点的位置。一般可选一个位置比较低的水平面作为参考水平面，如图 1-1-8 中的 0-0 水平面。

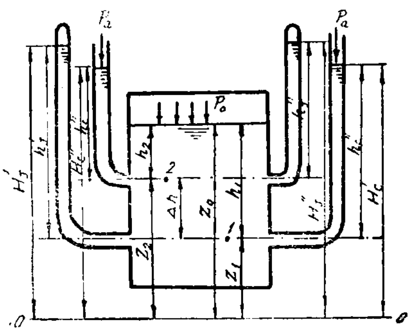

图 1-1-8

在静水中任取 1、2 两点如图 1-1-8 所示两点相对于基准面 0-0 的位置高度分别为 z_1 和 z_2；水面的位置高度为 z_0、1、2 两点的水深分别为 h_1、h_2。

则 $\qquad h_1=z_0-z_1$；$h_2=z_0-z_2$

由水静力学基本方程式，可得 1、2 两点的绝对静水压力：

$$p_1=p_0+\gamma(z_0-z_1)$$

$$p_2=p_0+\gamma(z_0-z_2)$$

$$p_1-p_2=[p_0+\gamma(z_0+z_1)]-[p_0+\gamma(z_0-z_1)]$$

$$=\gamma(z_2-z_1)$$

$$p_1 = p_2 + \gamma(z_2 - z_1) = p_2 + \gamma\Delta h \tag{1-1-8}$$

式中：Δh——1、2两点的高差。

上式说明：静水中任一点的绝对静水压力 p_1，等于另一点的绝对静水压力 p_2 与高度为 Δh 的水柱重的代数和。

如果2点选在水面，则有 $p_2 = p_0$；$z_2 = z_0$，$\Delta h = z_0 - z_1 = h_1$，故 $p_1 = p_2 + \gamma\Delta h = p_0 + \gamma h_1$，因1点是任意取的，所以可写成 $p = p_0 + \gamma h$，此式即成为水静力学基本方程式。

根据1-1-8式，水静力学方程式还可表示为：

$$z_1 + p_1/\gamma = z_2 + p_2/\gamma \tag{1-1-9}$$

如用相对压力计，则

$$z_1 + p_{x_1}/\gamma = z_2 + p_{x_2}/\gamma \tag{1-1-10}$$

下面研究上述二式的几何意义和能量意义。

几何意义：在与2点等高的容器壁上开一小孔，小孔上装一玻璃细管，上端开口与大气相通，水体将在玻璃细管中上升到某一高度 h''_C，这种上升高度叫测压高度，玻璃细管叫测压管。假定存水容器极大，玻璃细管中上升的水量，不使容器内的水面有显著下降，当测压管中水体上升停止，水体处于静止状态后，可得点2的静水压力计算式：$p_2 = p_a + \gamma h''_C$

即
$$h''_C = (p_2 - p_a)/\gamma = p_{x_2}/\gamma \tag{1-1-11a}$$

同理可得1点的计算式：

$$h'_C = p_{x_1}/\gamma \tag{1-1-11b}$$

上式表明：p_x/γ 和相应点的测压高度 h_C 相等；p_x/γ 表征着相对压力的大小。

将h'_C、h''_C代入1-1-10式，则得：

$$z_1 + h'_C = z_2 + h''_C \tag{1-1-12}$$

上式的几何意义如下：静水内任一点的位置高度与测压高度之和是一常数。此常数在水力学中叫测压水头，测压水头用 H_C 表示，即

$$H_C = z + p_x/\gamma \tag{1-1-13}$$

再在与2点等高的容器壁上开一小孔，小孔上装一玻璃细管，此管上端封闭，并将管中空气完全抽掉，使其处于绝对“真空”。水体亦将在此玻璃细管中上升到某一高度 h''_J，这种上升高度叫做静压高度。玻璃细管中水体上升停止后，则水体处于静止状态，可得

$$p_2 = \gamma h''_J$$

即
$$h''_J = p_2/\gamma \tag{1-1-14a}$$

同理可得
$$h'_J = p_1/\gamma \tag{1-1-14b}$$

上式表明：p/γ 和相应点的静压高度 h_J 相等；p/γ 表征着绝对压力的大小。

将h'_J、h''_J代入1-1-9式则得：

$$z_1 + h'_J = z_2 + h''_J \tag{1-1-15}$$

上式的几何意义如下：静水内任一点的位置高度与静压高度之和是一常数，此常数在水力学中称静压水头，静压水头用 H_J 表示，即

$$H_J = z + p/\gamma \tag{1-1-16}$$

能量意义：设想集中于1点处的水体质量为 m，其重量则为 mg。

mgz_1 表示重量 mg 的水体从基准面上升 z_1 所具有的位置势能，$z_1 = mgz_1/mg$，所以 z_1 就可以看做单位重量水体在 1 点的位置势能。

1 点处的水体受绝对压力 P_1 作用，这个压力能把质量为 m 的水体，沿绝对真空的测压管升高 $p_1/\gamma(=h_1')$。即它具有的压能为 $mg(p_1/\gamma)$，而 $p_1/\gamma = mg(p_1/\gamma)/mg$，所以 p_1/γ 可以看做单位重量水体，在 1 点处所具有的全压力势能。同理 p_{x_1}/γ 可以看做单位重量水体，在 1 点处所具有的压力势能。z_2、p_2/γ 和 p_{x_2}/γ 也可作同样的理解。

z 叫做单位位置势能（比位能），p/γ 叫单位全压力势能（比全压能），$z+p/\gamma$ 称做单位全势能（全比势能）。p_x/γ 叫做单位压力势能（比压能），所以 $z+p_x/\gamma$ 叫做单位势能（比势能）。

上述论证说明 1-1-9 式的能量意义如下：静水中各点的比位能与比全压能之和为一常数，也就是说静水中各点的全比势能相等。

同理可得1-1-10式的能量意义如下：静水中各点的比势能与比压能之和为一常数；或者说静水中各点的比势能相等。

以上说明静水中各点的能量相等，并且能量分布是均匀的。

五、压力传递

由水静力学基本方程式 $p = p_0 + \gamma h$ 可以看出，水体的表面压强 p_0 对静水中任何一点的作用都一样，由此得出静水压强的传递原理：水体的表面压强 p_0，可以等值地传递到静水中的任意点。这个原理称巴斯加原理，很多水利机械就是运用这个原理制造的，如水压机、水力起动机以及油压启门等。

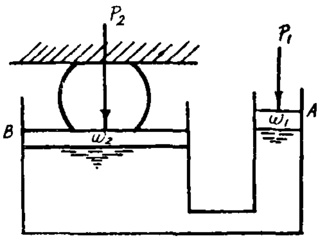

图 1-1-9

下面以水压机为例，说明压力传递原理的应用。图1-1-9所示的容器中充满水，在活塞 A 上施加力 P_1，则右边容器水面承受压强 $p_1 = P_1/\omega_1$，这个压强等值地传到活塞 B 处，活塞 B 处所受的总压力：

$$P_2 = p_1\omega_2 = (P_1/\omega_1)\omega_2 = P_1\omega_2/\omega_1 \tag{1-1-17}$$

如活塞 A 的面积 ω_1 较活塞 B 的面积 ω_2 小，即 $\omega_1 < \omega_2$，则 $P_2 > P_1$，根据这个道理，可以用较小的力 P_1 得到较大的力 P_2。利用力 P_2 就可以举起重物或压制钢锭等。

如图 1-1-9 中，活塞 A 的面积 $\omega_1 = 8\text{cm}^2$，作用在活塞 A 上的力 $P_1 = 78.4488N(8\text{kg})$；活塞 B 的面积 $\omega_2 = 200\text{cm}^2$，则活塞 B 处产生的上举力 $P_2 = \dfrac{\omega_2}{\omega_1}P_1 = \dfrac{200}{8}\times 78.4488 = 1961.22N(200\text{kg})$。

§1-1-3 静水压力的量测

表示压强的方法通常有三种：

1.用单位面积上的力表示，如帕斯卡（N/m^2）或公斤/厘米^2（kg/cm^2）、吨/米^2（t/m^2）。

2.用工程大气压表示。一个工程大气压 = 98066.5牛顿/米^2 = 1 公斤/厘米^2 = 10吨/米^2。

3.用水柱高表示。例如某点静水压强为 $p = 294199.5$ 牛顿/米^2（3 公斤/厘米^2），也可

用水柱高 $h=p/\gamma=30$米表示其静水压强。

在实际量测静水压力时，所用仪器甚多，大体可分三类：（1）测压管；（2）测压计；（3）真空计。

（1）测压管（如图1-1-10所示）：测压管是直接用水柱高来量测静水压力的仪器。通常用直径1厘米左右的玻璃管做测压管。管两端开口，上端与大气接触，下端和需要量测压力的地方相接。测压管中的水柱高即代表所测点的相对压力的大小。

测压管通常用来量测较小的压力，因压力较大时需要较高的测压管，这时用测压管就不太方便。

（2）测压计：测压计有两种，一种是液体测压计，另一种是金属压力表。

液体测压计最常用的是U形水银测压计，如图1-1-11所示。它是一种两端开口的U形

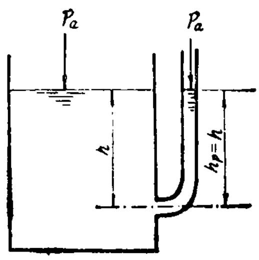

图 1-1-10

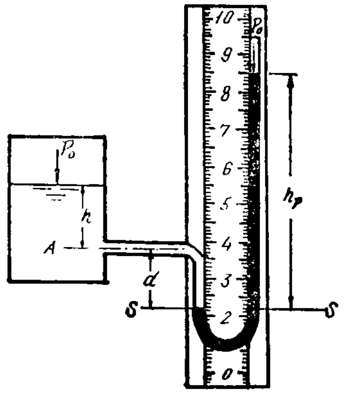

图 1-1-11

管，管子弯曲部分盛水银，管子一端与大气接触，另一端接在所需测压的地方（图中A点）。施测前，左右两管中的水银相平，施测时水银在静水压力作用下，左管水银面下降，右管水银面上升，直至由水体产生的压力和由水银产生的压力相等时，水银才停止上升。此时

右管 $p_s=p_a+\gamma_{Hg}h_p$

左管 $p_s=p_0+\gamma(h+d)=p_0+\gamma h+\gamma d=p_A+\gamma d$

$$p_A=p_a+\gamma_{Hg}h_p-\gamma d$$

式中： d——所测点与左管水银面之间的垂直距离，其值为m；

γ_{Hg}——水银的容重，其值为$13.6t/m^3$。

测定两点压力差的水银测压计，称做比压计，如图1-1-12所示。将比压计的两端与所需量测的两点相接，显而易见，所需量测两点压强差为：

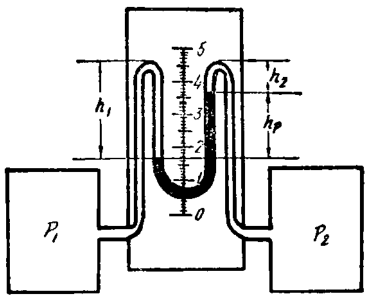

图 1-1-12

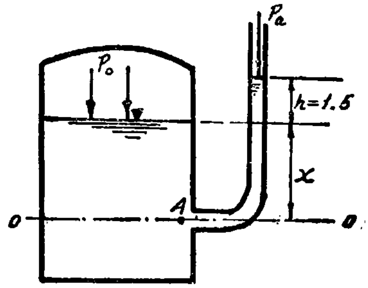

图 1-1-13

$$p_1 - p_2 = h_p(\gamma_{Hg} - \gamma)$$

液体测压计量测准确，但携带不便，量测较高压强时也不十分方便，所以液体测压计多在实验室应用。

量测较高压强，常用金属压力表，关于压力表的构造和应用，可参考有关书籍。

（3）真空计：用来量测“真空”值的仪器叫真空计。真空计也分为液体和金属两种。它们的测压原理和构造与测压计相同，这里就不再论述。

例 1-1-3：如图 1-1-13 所示。有一密闭容器盛水，水面的表面压强 p_0，为测定 p_0 的大小，在容器壁上接一测压管，根据图示数据，试求 p_0 的大小？

解：从测压管看 A 点的压强

$$p_A = p_a + \gamma(h + x)$$

从容器内看 A 点的压强

$$p_A = p_0 + \gamma x$$

则 $$[p_a + \gamma(h + x)] - (p_0 + \gamma x) = 0$$

即 $$p_0 = p_a + \gamma h = 1 + 150 \times 0.001 = 1.15\text{kg/cm}^2 = 1.15\text{大气压}$$

或 $$p_a = 1\text{kg/cm}^2 = 98066.5\text{N/m}^2$$

$$\gamma = 1\text{kg/cm}^2 = 9806.65\text{N/m}^3$$

则 $$p_0 = p_a + \gamma h = 98066.5 + 9806.65 \times 1.5 = 112776.48\text{N/m}^2$$

例1-1-4：如图1-1-14所示。用水银比压计量测两水管中 A 点和 B 点的压强差。已量得 $z = 1.0$m；$y = 3.0$m；比压计中水银面高差 $\Delta h = 1.0$m，求 A、B 两点的压强差。

解：$A'B'$是一等压面

所以 $$p_{A'} = p_{B'}$$

$$p_{A'} = p_A + \gamma(z + y - \Delta h) + \gamma_{Hg}\Delta h$$

$$p_{B'} = p_B + \gamma y$$

$$p_A + \gamma(z + y - \Delta h) + \gamma_{Hg}\Delta h = p_B + \gamma y$$

$$p_B - p_A = \gamma(z + y - \Delta h) + \gamma_{Hg}\Delta h - \gamma y = \gamma(z - \Delta h) + \gamma_{Hg}\Delta h$$

则： $$p_B - p_A = 1 \times (1.0 - 1.0) + 13.6 \times 1.0 = 13.6\text{t/m}^2(13336.9\text{N/m}^2)$$

$$= 1.36\text{大气压}$$

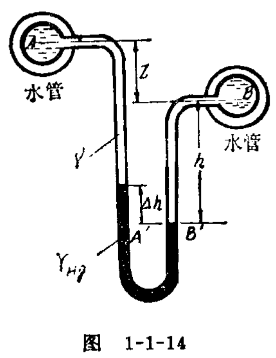

图 1-1-14

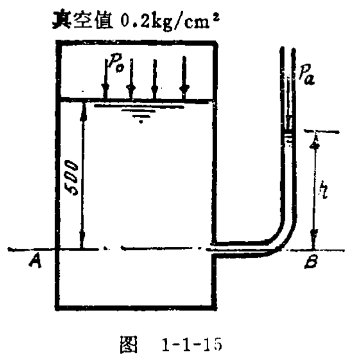

图 1-1-15

尺寸单位：厘米

例1-1-5：在图1-1-15所示的装置中，求 $h = ?$

解：AB 是一等压面，因此

$$p_a + \gamma h = p_0 + 500\gamma$$

$$h = (p_0 + 500\gamma - p_a)/\gamma$$

$p_a = 1\text{kg/cm}^2(98066.5\text{N/m}^2)$

$p_0 = p_a - 0.2 = 0.8\text{kg/cm}^2(78453.2\text{N/m}^2)$

则： $h = (0.8 + 500 \times 0.001 - 1)/0.001 = 300\text{cm}$

§1-1-4 平面上的静水总压力

在静水压力及其特性中，研究了水体中任一点的静水压强特性；在水静力学基本方程式中，研究了静水中压强的分布规律。工程实际中常遇到的是求水中物体（或构造物）所受到静水总压力的问题。因此需要研究总压力的计算方法。

首先研究静水总压力的大小和方向。假设有一个任意形状，其面积为 ω 的平面壁 AB(图 1-1-16)，它与水面交成 α 角。OX 轴是平面壁 AB 和水面的交线。

平面壁 AB 上的任一点 M，在水下深度为 h；其纵座标为 y；M 点的静水绝对压强 $p_M = p_0 + \gamma h$。以 M 点为中心，取一微小面积 $\Delta\omega$，可以认为 $\Delta\omega$ 上的压强都等于 p_M。则作用于该微小面积 $\Delta\omega$ 上的静水总压力为：

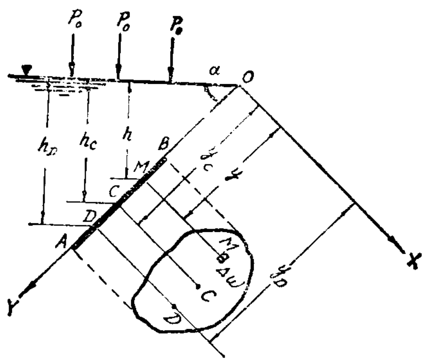

图 1-1-16

$$\Delta P = p_M\Delta\omega = (p_0 + \gamma h)\Delta\omega$$

因 $\qquad h = y\sin\alpha$

所以 $\qquad \Delta P = (p_0 + \gamma y\sin\alpha)\Delta\omega$

作用于整个平面壁 AB 上的总压力

$$P = \Sigma\Delta P = \Sigma(p_0 + \gamma y\sin\alpha)\Delta\omega$$

$$= p_0\Sigma\Delta\omega + \gamma\sin\alpha\,\Sigma y\Delta\omega$$

因

$$p_0\Sigma\Delta\omega = p_0\omega$$

$$\Sigma y\Delta\omega = y_C\omega$$

式中：y_C——平面壁 AB 形心 C 的纵座标。

则 $\qquad P = p_0\omega + \gamma\sin\alpha\, y_C\omega$

因 $\qquad \sin\alpha\cdot y_C = h_C$

则 $\qquad P = p_0\omega + \gamma h_C\omega = P_0 + P' \qquad (1-1-18)$

式中：P_0——由表面压强 p_0 形成的总压力；

P'——由超压强形成的总压力。

从上式得出：平面物体上所受的静水总压力等于表面压强形成的总压力和静水超压强形成的总压力之和。

上式也可写为：

$$P = (p_0 + \gamma h_C)\omega = p_C\omega \qquad (1-1-19)$$

式中：p_C——为平面壁 AB 形心 C 的静水压强。

从上式得出：平面物体上所受的静水总压力等于平面物体形心上的静水压强和物体受压面积的乘积。

由静水压力的特性可知，静水总压力的方向垂直于作用平面。

下面研究如何求静水总压力的作用点。如能求出 P_0 和 P' 的作用点，则可求出 P 的作用点。

因 P_0 在整个受压平面上是均匀分布的，所以 P_0 的作用点和受压平面的形心重合。

设力 P' 的作用点为 D，其在水面下的深度为 h_D，因 $h_D = y_D \sin\alpha$，所以 $y_D = h_D/\sin\alpha$。

以 OX 轴为力矩中心轴，可得：

$$P'y_D = \Sigma\Delta Py = \Sigma p\Delta\omega y$$

$$y_D = \Sigma p\Delta\omega y/P'$$

$$P' = \gamma\omega y_C\sin\alpha$$

$$p\Delta\omega = \gamma h\Delta\omega = \gamma\, y\sin\alpha\Delta\omega$$

$$y_D = \Sigma\,\gamma\, y\sin\alpha\,\Delta\,\omega\, y/\gamma\omega\, y_C\sin\alpha = \gamma\sin\alpha\Sigma y^2\Delta\omega/\gamma\omega y_C\sin\alpha = \Sigma y^2\Delta\omega/y_C\omega$$

上式中的分子 $\Sigma y^2\Delta\omega$ 是面积 ω 对 X 轴的惯性矩，可用 J_x 表示。利用移轴定理得：

$$J_x = J_C + y_C^2\omega$$

式中：J_C——面积 ω 对通过自己形心轴的惯矩。

所以 $$y_D = (J_C + y_C^2\omega/y_C\omega = y_C + J_C/y_C\omega \qquad (1\text{-}1\text{-}20)$$

因 $J_C>0$；$y_C\omega_C>0$，所以 $J_C/y_C\omega>0$

因此有 $y_D>y_C$。也就是说静水总超压力的作用点永远在形心之下。

在求出分力 P_0 及 P' 的大小，方向及其作用点之后，便可求出合力 P 的作用点。

在水工建筑物的设计中，因建筑物的两侧都受到大气压强的作用，它们的大小相等，方向相反，所以在设计水工建筑时，仅计算超压力，而不计入大气压力，仅计入超压力的静水总压力称为过剩总压力，简称总压力（后类同）。

图 1-1-17 所示矩形平板闸门总压力作用点计算如下：因是垂直水面的闸门，所以 $\alpha = 90°$。

$$y_C = h_C/\sin\alpha = \frac{H}{2},\quad \omega = bH$$

$$J_C = bH^3/12$$

将上述数值代入1-1-20式

得 $$y_D = \frac{H}{2} + (bH^3/12)\Big/\left(\frac{H}{2}bH\right) = \frac{2}{3}H \qquad (1\text{-}1\text{-}21)$$

上式是垂直水面的平面壁，所受总压力的作用点的计算式。

也可用图解法求静水总压力的作用点，具体求法可参阅有关书籍。

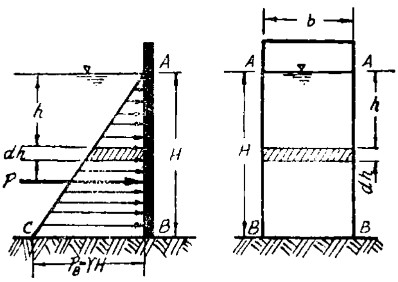

图 1-1-17

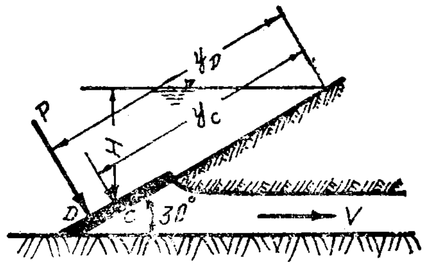

图 1-1-18

例1-1-6：有一引水管涵，如图1-1-18所示，进水口用平板闸门。若闸门直径 $d=1$ 米，它的中心 C 到水面的距离 $H=6$ 米，试求作用在闸门上的静水总压力的大小和其作用点的位置？

解：作用在闸门上的总压力

$$P=\gamma h_C\omega=\gamma H\frac{\pi d^2}{4}=9806.65\times6\times\frac{3.14\times1^2}{4}=46169.32\text{N}\ (4.71\text{t})$$

$$y_D=y_C+J_C/y_C\omega$$

$$y_C=6/\sin30°=12\text{m}$$

$$J_C=\frac{\pi d^4}{64}=\frac{3.14\times1^4}{64}=0.0491\text{m}$$

$$\omega=\frac{\pi d^2}{4}=\frac{3.14\times1^2}{4}=0.785\text{m}$$

$$y_D=12+\frac{0.0491}{0.785}=12.0052\text{m}$$

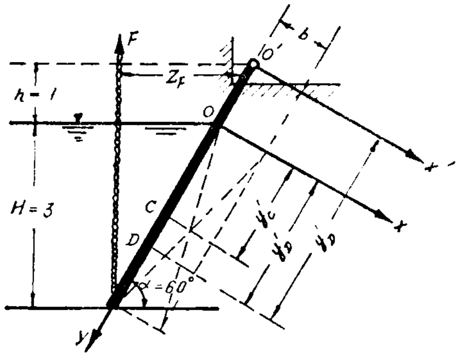

图 1-1-19
尺寸单位：米

例1-1-7：如图1-1-19所示有一矩形闸门（可绕 O-O 轴转动），O-O 轴位于水面上 $h=1$米处闸门宽 $b=1$ 米，当水深 $H=3$米时，如不计闸门自重及轴的摩擦力，试问升起这个闸门，需要多大的力 F？

解：作用在闸门上的总压力为

$$P=\gamma h_C\omega=\gamma\frac{H}{2}\frac{1}{\sin\alpha}Hb=9806.65\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{\sin60°}\times3\times1=50994.58\text{N}(5.2\text{t})$$

总压力与 OX 的距离

$$y_D=\frac{2}{3}H/\sin\alpha=\frac{2}{3}\times3/\sin60°=2.3\text{m}$$

所以 $$y'_D=y_D+h/\sin\alpha=2.3+1/\sin60°=3.45\text{m}$$

而力 F 对 O'-O' 轴的力臂

$$z_F=(h+H)/\text{tg}\,\alpha=(1+3)/\text{tg}60°=2.3\text{m}$$

以 O'-O' 轴为力矩中心，则

$$Fz_F=Py'_D$$

$$F=Py'_D/z_F=50994.58\times3.45/2.3=76481.87\text{N}(7.8\text{t})$$

§1-1-5　物体在水中的平衡

将完全沉于水体内的一个任意形状的物体，铅垂地分成许多底面积很小的平行六面体，如图1-1-20。在这种情况下，可以认为每个微小平行六面体的上下底面都是平面，并具有相同的面积 $\Delta\omega$。在每一个平行六面体的顶面上有自上而下的水压力 $\Delta P_1=\gamma\Delta\omega h_1$，而在其底面上有自下而上的水压力 $\Delta P_2=\gamma\Delta\omega h_2$。

作用在微小平行六面体上水的总压力为：

$$\Delta P_z=\Delta P_2-\Delta P_1=\gamma\Delta\omega h_2-\gamma\Delta\omega h_1=\gamma\Delta\omega(h_2-h_1)=\gamma\Delta\omega h=\gamma\Delta V$$

式中：　ΔV——微小平行六面体的体积；