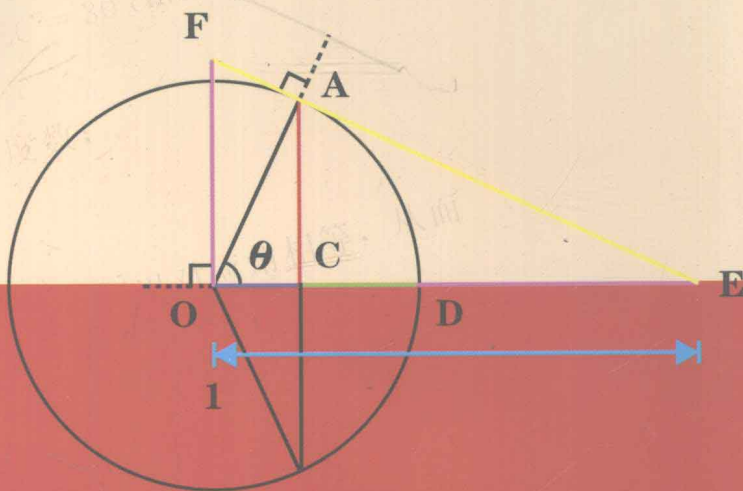


总主编 许涓
 主编 张弢
 编写 张弢 兰辉 程好

预科



数学 基础教程



北京大学出版社
 PEKING UNIVERSITY PRESS

同济大学 985 三期“外国留学生预科教育模式探索与实践”项目规划教材

预科数学基础教程

总主编 许 涓
主 编 张 弢
编 写 张 弢 兰 辉 程 好



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

预科数学基础教程/许涓总主编;张弢主编. —北京:北京大学出版社,2012.3
ISBN 978-7-301-20290-6

I. 预… II. ①许…②张… III. 高等数学—高等学校—教材 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 026858 号

书 名: 预科数学基础教程

著作责任者: 许 涓(总主编) 张 弢(主编) 张 弢 兰 辉 程 好(编写)

责任编辑: 张弘泓

标准书号: ISBN 978-7-301-20290-6/O · 0867

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> 电子邮箱: zpup@pup.pku.edu.cn

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 出版部 62754962 编辑部 62752028

印 刷 者: 河北滦县鑫华书刊印刷厂

经 销 者: 新华书店

787 毫米×1092 毫米 16 开本 12 印张 290 千字

2012 年 3 月第 1 版 2012 年 3 月第 1 次印刷

定 价: 36.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话: 010-62752024 电子邮箱: fd@pup.pku.edu.cn

编写说明

数学对于来华即将进入本科攻读理学、工学、农学、医学（中医药专业除外）、经济学、法学、管理学、教育学等专业的预科生来说，是一门非常重要的课程。预科数学基础的好坏将决定以上专业的预科生进入中国大学本科后能否顺利学习高等数学以及后续或相关课程。因此，使用一本什么样的预科数学教材，成为预科生能否亲近“中国数学”，奠定良好的专业基础的关键。

我们本着中与外结合、难与易结合、学与练结合的原则，组构了这本“语言”数学的整体框架和知识体系。本书具备以下特点：

（一）汉字认读与数学语言的结合

对于汉语基础较差，至多在中国仅仅接受过一个学期的汉语强化教学（约650学时）的预科生来说，对以汉语表述的数学上的很多专业词汇和常用语往往不知其音；或知其音，不知其意；或一知半解；所以必须让汉字教学和数学知识教学同时进行。在本书的每一节中，我们设计了“认一认”部分，专门用拼音和英文同时标注数学生词，以减少阅读和学习障碍，这是预科数学教学中不可缺少的一个环节。由于汉语数学表达的特殊性，预科生的阅读水平也是学习中国数学的一个拦路虎。为此，本教材专设“读一读”部分，使预科生能尽快适应中国数学语言的特点。

（二）直观图形与数学知识的结合

大多数留学生在本国都接触过相当于中国的初高中水准的数学课程，但以高考为代表的中国考试体系非常地严谨，而大部分预科生的数学水准很难达到中国的高中毕业生的水平，他们原有的数学知识往往需要一定的补缺、提升，才能与中国高中程度的数学知识接轨。在本书的“学一学”部分，我们针对预科生既有语言障碍，又有知识缺口的情况，力图通过大量图形的直观展示，先使这些图形尽快和学生头脑中已有的数学知识相衔接，再通过老师的汉语讲解、补充与提升，在学生脑海中逐渐输入“中国版本”的数学知识；最后，在“练一练”部分安排相当数量的练习来考察学生的数学汉字识别和数学运算以及相应的理解能力，以巩固新学到的“中国数学”知识。

(三) 浅入深出, 注重启发

我们的教材从识数开始, 以集合作纽带, 把学生逐步带到五大基本函数中去, 为高等数学的学习做好循序渐进的铺垫。考虑到来自不同国家的留学生的数学基础的差异, 在每一节的最后设“想一想”, 引导那些基础好的同学深入思考“中国数学”问题, 以便尽快地融入到以后的大学学习中去, 能够和中国学生一起无障碍地学习高等数学和其他的相关科目。

本书的宗旨是培养数学的阅读及思维能力, 让预科生进入本科学习阶段后, 学习高等数学时无数学名词和知识点的障碍, 同时为专业学习做知识储备。本教材曾以讲义形式在同济大学预科数学课堂试用了两届, 期间根据学生的具体情况进行了多次增删修改, 力求和大学的高等数学完成对接。

同济大学国际文化交流学院许涓对数理化全套教材的编写范围、编写风格、编写体例做了定位与协调工作。本书的第一章至六章由同济大学数学系张弢编写, 同济大学数学系兰辉编写了第七章, 同时对前六章的内容进行了多次修改和校对, 同济大学国际交流学院的程好讲授并审阅了一至六章的初稿, 并提出了宝贵意见。全书由张弢统一编排和校对。全体编写人员均为同济大学预科数学的授课教师。

本教材可供在中国接受过一个学期汉语教育的预科生数学课堂使用, 也可作为来华留学生学习中国数学的自学教材。全书共分为七章, 分别是数及其运算、方程与函数、集合与不等式、函数及其性质、三角函数、几何理论、数列及排列数。为了适应不同程度的学生学习, 每一节分为“认一认”、“学一学”、“读一读”、“练一练”和“想一想”五个环节, 教师可根据实际需要来选择教学内容。

本书的编写得到了同济大学国际文化交流学院的各位领导的大力支持, 在此表示衷心的感谢!

学习和教学都是在循序渐进中进步, 每一次开卷都会有新的想法, 也会发现不足, 希望各位同行和读者多加指正, 你们的意见是我们最大的动力。

编 者

2011年7月于同济园

前 言

这是一套预科专业基础课教材，写给立志在中国各高校本科学习专业的世界各国学子。

仿佛还是昨天，中国的莘莘学子历尽艰辛，克服重重困难，苦寻机会留洋海外，到世界各发达国家去学习先进的科学技术与思想文化。今天，中国不但已成为世界重要的留学输出国，同时也已成为世界重要的留学目的地国。特别是近年来，我国出国留学人数与来华留学生人数迅速攀升，且已基本持平，形成了应有的良好的互动。这是每一个熟悉中国历史的人，不得不为之感叹的巨变！世纪更迭，中国的高等教育发生了翻天覆地的变化！

自 20 世纪改革开放以来，随着中国经济实力、国际影响力的提升，来自世界各国的留学生不仅数量屡创新高，教育层次也大大提升。最近几年，来华留学的学历生人数增幅明显，其中一部分是接受中国政府奖学金资助来华学习的。但是，大多数即将进入中国高校本科学习专业的学历生，在来华前没有汉语基础，数理化等专业基础知识与中国学生也存在一定的距离。由于同时存在着语言、文化与专业基础知识的障碍，来华后若只经过一段时间的汉语补习，就要与中国大学生同堂听课，这个困难是可想而知的。

为保证中国政府奖学金本科来华留学生教育质量、提高奖学金使用效益，中国教育部规定，自 2010 年起，凡来华攻读本科学位的中国政府奖学金生，需先进入国家留学基金委指定的大学预科班学习。预科班课程内容分为基础汉语、专业汉语、专业基础知识与中国文化四类，学习期限为 1~2 年。预科阶段考试成绩合格者方可进入专业院校学习。这一举措，大大促进了来华留学生预科教育的开展，为本科来华留学生在本国接受的中等教育终点与中国高等教育起点之间搭建了必需的坚实的桥梁。

同济大学是目前国家留学基金委指定的开展预科教育的七所大学之一，在接受预科教育任务后，学校领导高度重视，各职能部门通力协作，教学部门努力拼搏，高效率、高质量地完成了 2009 学年、2010 学年预科教育工作，受到教育部国际合作与交流司、国家留学基金委的表扬。在教育模式初步建构，教育成果初步显现的同时，使预科教育在实践与探索中得到科学的提升，打造预科教育品牌成为同济大学预科部的新目标。2011 年，同济大学预科部“外国留学生预科教育模式探索与实践”课题成功申报同济大学 985 重点建设项目，使充实教学大纲，更新课程设置，推动课程建设，优化教学模式，编写紧缺教

材, 增进同行交流等工作提上日程, 紧锣密鼓, 快马加鞭地开展起来。

作为“外国留学生预科教育模式探索与实践”课题的子课题之一, 这套预科专业基础课教材即是在上述时代背景、国际教育背景、学科建设背景下应运而生的。同济大学预科部承担的是理工农医(中医除外)类和医学类预科生教育, 按照教育部的规定, 这两类学生预科学习期限仅为1年。时间紧、任务重; 学生起点低, 结业要求高成为预科教育中无法回避的矛盾, 但同时又是必须解决的问题。同济大学预科部课程设置在第一学期主要强化汉语; 第二学期在继续开设汉语课、专业汉语课的同时, 增设数理化等专业基础课。面对只有4个多月汉语学习经历, 汉语水平仍处在初级阶段的外国学生, 要在课时极为有限的情况下, 帮助学生克服语言障碍, 从最简单的数理化概念、符号、知识引入, 最终让他们听懂用汉语传授的、并能与大学课程接轨的数理化知识, 无疑是一个巨大的挑战。这不仅需要一支特殊的师资队伍, 也必然需要一套特殊的数理化教材。

活跃在同济大学预科部数理化专业基础课课堂上的老师们都来自同济大学理学部数理化系科, 他们既有深厚的专业素养、丰富的教材编写经验, 同时还拥有多年执教同济大学留学生新生院数理化课程的经历。走进预科课堂, 面对特殊的教学对象, 他们深感需要一套既接近学生水平, 又指向专业需要的基础课教材。多位骨干教师急教学之所需, 参考上课讲义, 结合教学实践, 开始着手编写适用于预科课堂的数理化教材。由于教学时间有限, 教学容量巨大, 老师们精心筛选教材内容, 提炼重点难点, 反复琢磨编写形式, 各个章节逐渐成形, 随后又在教学中试用打磨, 反复修改, 终成硕果。这是一套开篇起点低, 各章跨度大, 取舍合理, 最终与高校数理化课程接轨, 既传授数理化汉语, 更传授数理化知识, “浅入深出”、特色鲜明的预科数理化教材。

我们相信这套教材的出版将为预科教育的宏伟大厦添砖加瓦; 我们期待外国留学生预科教育能为中国高校输送优质人才; 我们更渴望在21世纪的今天, 中国高等教育能进入国际领域打造品牌, 争创一流, 为教育强国开创美好的未来。

本套教材在编写之初, 参考了天津大学国际教育学院预科部数理化课程讲义, 在此表示衷心的感谢!

本套教材得到同济大学985三期“外国留学生预科教育模式探索与实践”子课题的资助, 感谢同济大学校领导和国际文化交流学院院长领导的鼓励与支持!

许 涓

2011年8月

目 录

第一章 数及其运算	1
1.1 数的概念	1
1.1.1 数	1
1.1.2 自然数	2
1.1.3 整数	3
1.1.4 分数和倒数	5
1.1.5 有理数	8
1.2 数的运算	11
1.2.1 数的四则运算	11
1.2.2 数的方根	13
1.3 无理数与实数	17
第二章 方程与函数	20
2.1 整式及其运算	20
2.2 方程	24
2.3 点的坐标	28
2.3.1 坐标系	28
2.3.2 点的对称性	33
2.4 一次函数	36
2.5 二次函数	40
第三章 集合与不等式	46
3.1 集合	46
3.1.1 集合与元素	46
3.1.2 集合的分类	48
3.1.3 区间	50
3.1.4 集合的关系	53
3.2 不等式	57
3.2.1 一元一次不等式	57
3.2.2 一元二次不等式	62
3.3 分式与根式不等式	66

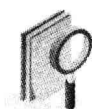
第四章 函数及其性质	72
4.1 函数的定义	72
4.2 函数的性质	77
4.2.1 函数的单调性	77
4.2.2 函数的奇偶性	81
4.3 幂函数	85
4.4 指数函数	88
4.5 对数函数	91
4.5.1 对数及其运算	91
4.5.2 对数函数及其性质	95
第五章 三角函数	100
5.1 三角函数值	100
5.1.1 角	100
5.1.2 弧度制	105
5.1.3 三角形	108
5.1.4 三角函数值	115
5.2 诱导公式	119
5.3 和、差、积公式	125
5.4 三角函数与反三角函数	129
5.5 复合函数与初等函数	134
第六章 几何理论	137
6.1 直线及其方程	137
6.2 圆与切线	144
6.3 椭圆、双曲线和抛物线	148
6.4 向量及其运算	154
第七章 数列及排列数	163
7.1 数列	163
7.1.1 数列的概念	163
7.1.2 等差数列	167
7.1.3 等比数列	170
7.2 排列与组合	173
7.2.1 排列数、组合数	173
7.2.2 二项式	177
附录 几何图形	181



第一章 数及其运算

1.1 数的概念

1.1.1 数



认一认

yī

一

èr

二

sān

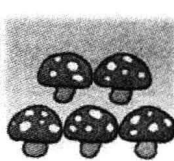
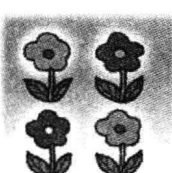
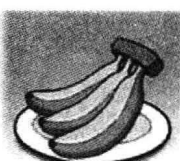
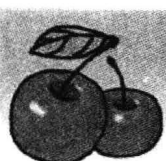
三

sì

四

wǔ

五



liù

六

qī

七

bā

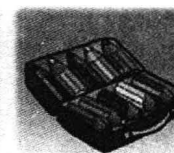
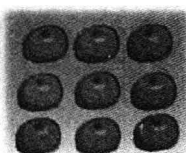
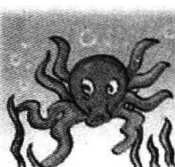
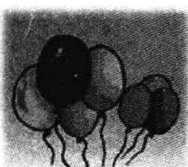
八

jiǔ

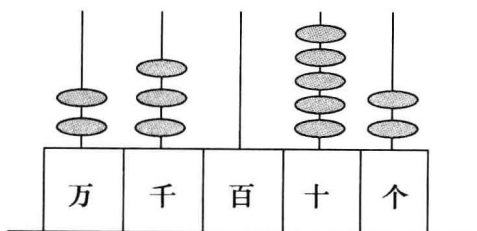
九

shí

十



学一学





读一读

1. 32, 168, 2012, 3456, 20008, 16000;
2. 五十八, 一百零六, 三千七百九十, 两万四千零九.

1.1.2 自然数



认一认

自然数

zìránshù

natural number

奇数

jīshù

odd number

偶数

ǒushù

even number



学一学

0, 1, 2, 3, ... 叫作自然数;

1, 3, 5, 7, ... 叫作奇数;

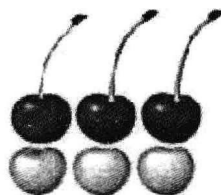
0, 2, 4, 6, ... 叫作偶数;

最小的自然数是 0,

没有最大的自然数.



读一读



1. 读出图中的自然数;
2. 上面的数是奇数, 还是偶数?



练一练

(一) 填空 (tiánkòng)

1. _____ 叫作自然数；
2. 27, 103, 507, 2001 叫作 _____ 数；
3. 8, 28, 208, 2008, 20008 叫作 _____ 数；
4. 最小的自然数是 _____；
5. 14, 28, 36, 0, 71, 23, 6007, 2012, 55555. 其中：
 _____ 是奇数，
 _____ 是偶数，
 _____ 是自然数.

(二) 判断 (pànduàn)

1. 0 是自然数； ()
2. 23 是奇数； ()
3. 101 是偶数； ()
4. 自然数都是奇数. ()



想一想

1. 最大的偶数是什么？
2. 最大的奇数是什么？

1.1.3 整数



认一认

整数	zhěngshù	integer
正整数	zhèngzhěngshù	positive integer
负整数	fùzhěngshù	negative integer
称为	chēngwéi	called
统称为	tǒngchēngwéi	collectively called



学一学

$+1, +2, +3, +4, \dots$ 称为正整数;

$-1, -2, -3, -4, \dots$ 称为负整数;

正整数、负整数和零统称为整数.

0 不是正整数;

0 不是负整数;

0 既不是正整数, 也不是负整数.

0 是整数.



读一读

读数字

$+32, +10002, -56, +67, 190, -44, 2349, -3018, 91800.$

读汉字

负四十二, 负一百零六, 负三千零七, 正两百三十九;

三万两千, 正八, 八, 负八.



练一练

(一) 填空

$0, 1, 4, \frac{1}{2}, 0.5, -31, -22, 6, 0, +101, -400, 0.333, -4050.$

其中: _____ 是自然数;

_____ 是正整数;

_____ 是负整数;

_____ 不是整数.

(二) 判断

1. 0 是正整数; ()

2. 23 是正整数; ()

3. $+23$ 是正整数; ()

4. $+23$ 是整数; ()

5. -23 是整数. ()



想一想

1. “正一”和“一”一样吗？
2. “正一”和“负一”一样吗？
3. “负四”是偶数吗？为什么？
4. 在整数中，哪些是偶数，哪些是奇数？

1.1.4 分数和倒数

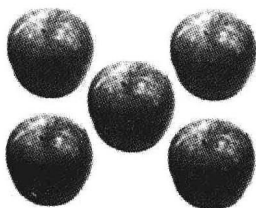


认一认

大于	dà yú	greater than
小于	xiǎo yú	less than
等于	děng yú	equal
分数	fēn shù	fraction
分子	fēn zǐ	numerator (in a fraction)
分母	fēn mǔ	denominator
分数线	fēn shù xiàn	fractional line
真分数	zhēn fēn shù	proper fraction
假分数	jiǎ fēn shù	improper fraction
倒数	dào shù	reciprocal
互为	hù wéi	to one another

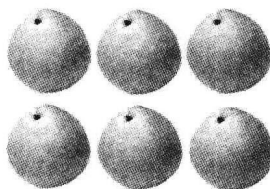


学一学



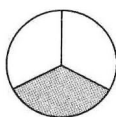
$$5 < 6$$

读作 五小于六
 $>$ 读作 大于
 $<$ 读作 小于
 $=$ 读作 等于



$$6 > 5$$

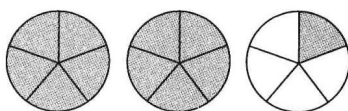
读作 六大于五
 $\geq$ 读作 大于等于
 $\leq$ 读作 小于等于
 $\neq$ 读作 不等于



$$\frac{1}{3}$$

1 ... 分子
— ... 分数线
3 ... 分母

读作 三分之一



$$\frac{11}{5}$$

11 ... 分子
— ... 分数线
5 ... 分母

读作 五分之十一

分子小于分母的分数称为真分数；

分子大于等于分母的分数称为假分数；

真分数和假分数统称为分数；

分母不能等于零。

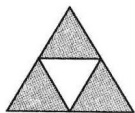
分子 ... $\frac{2}{3}$	数字相同	$\frac{3}{2}$
分母 ... $\frac{3}{2}$	数字相同	$\frac{2}{3}$

$\frac{3}{2}$ 是 $\frac{2}{3}$ 的倒数； $\frac{2}{3}$ 是 $\frac{3}{2}$ 的倒数；

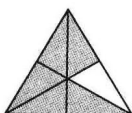
称 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{3}{2}$ 互为倒数。

读一读

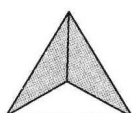
读出阴影 (yīnyǐng) 部分表示的分数



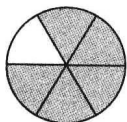
()



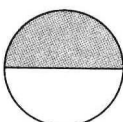
()



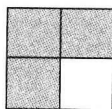
()



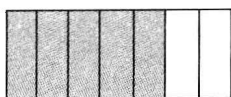
()



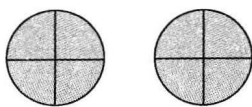
()



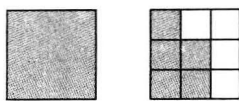
()



()



()



()

读算式 (suànsù)

$$105 > 27, 403 \geq 200, -15 < 0, -15 < +15;$$

$$1089 \leq 2039, 25 \neq 52, 2002 < 20002;$$

$$\frac{1}{4}, \frac{3}{14}, \frac{5}{116}, \frac{2010}{201};$$

$$\frac{5}{22} \text{ 和 } \frac{22}{5}, \frac{101}{248} \text{ 和 } \frac{248}{101}, \frac{1}{10} \text{ 和 } \frac{10}{1}.$$

读汉字

二十三大于负六十四, 五百二十一小于一千零五十;

负七十二大于负九十, 八十一不等于九十九;

负二小于等于零, 四千大于等于三千七百二六;

正五等于五, 负六十八不等于六十八;

五十分之一, 三分之二, 两百零四分之九;

四分之七, 七分之四;

一百零六分之三十一, 三十一分之一百零六.



练一练

(一) 在括号 (kuòhào) 内填入“大于”、“小于”或“等于”

$$1. -24 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad -42, \quad 660 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 606, \quad +11 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 11;$$

$$2. 8 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \frac{8}{1}, \quad \frac{3}{5} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \frac{3}{7}, \quad \frac{22}{4} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \frac{11}{2}, \quad \frac{21}{37} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \frac{22}{37};$$

3. 负二百二十 () 两千二百二百二,
三千零三十 () 三千三百,
负两千零十 () 正两千零十.

(二) 填空

$$1. \frac{1}{7} \text{ 的分子是 } \underline{\hspace{1cm}}, \text{ 分母是 } \underline{\hspace{1cm}}, \text{ 倒数是 } \underline{\hspace{1cm}};$$

$$2. \frac{22}{5} \text{ 是 } \underline{\hspace{1cm}} \text{ 的倒数, 是 } \underline{\hspace{1cm}} \text{ 分数};$$

$$3. \underline{\hspace{1cm}} \text{ 和 } \frac{11}{9} \text{ 互为倒数}.$$

(三) 判断

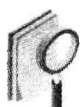
1. $\frac{11}{2}$ 的分子是 11; ()
2. $\frac{21}{5}$ 大于 $\frac{22}{4}$; ()
3. 8 没有倒数; ()
4. 分数的分子可以等于分母; ()
5. 整数都能写成分数; ()
6. 分数都不是整数. ()



想一想

1. “二十二大于二十二”对吗? “二十二大于等于二十二”对吗?
2. “正二十二大于等于负二十二”对吗?

1.1.5 有理数



认一认

小数	xiǎoshù	decimal
循环小数	xúnhuán xiǎoshù	recurring decimal
有限小数	yǒuxiàn xiǎoshù	finite decimal
无限小数	wúxiàn xiǎoshù	infinite decimal
正数	zhèngshù	positive number
负数	fùshù	negative number
有理数	yǒulǐshù	rational number
分为	fēnwéi	into