北京市中学课本

数学

第三册

北京市中学课本

数　学

第三册

北京市教育局教材编写组编

·

北京人民出版社出版

北京市新华书店发行

北京印刷三厂印刷

·

1972年1月第1版　1975年1月第2次印刷

书号：K7071·48　定价：0.20元

说　明

彻底改革旧教材，编写无产阶级新教材，是无产阶级教育革命的重要组成部分。在毛主席教育革命思想的指引下，在本市广大工农兵、革命师生和有关单位的大力支持和帮助下，我们编写了这册教材，供本市中学二年级上学期使用。由于我们对伟大领袖毛主席的教育革命思想理解不深，教材中一定会有不少缺点和错误，望广大工农兵和革命师生批评指正。

北京市教育局教材编写组

一九七[illegible]年十月

毛主席语录

我们的教育方针,应该使受教育者在德育、智育、体育几方面都得到发展,成为有社会主义觉悟的有文化的劳动者。

学生也是这样,以学为主,兼学别样,即不但学文,也要学工、学农、学军,也要批判资产阶级。学制要缩短,教育要革命,资产阶级知识分子统治我们学校的现象,再也不能继续下去了。

目　录

第五章　二次根式

第六章　一元二次方程

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第五章　二次根式

一　数的开方

1. 平方根

我们已经学过了数的平方运算，但是，在三大革命实践中，还会遇到平方的逆运算.

例如，工人师傅要截一块面积是9平方厘米的正方形钢板，下料时，需要知道它的边长，问边长应是多少厘米？

设正方形的边长为x厘米，根据题意，得$x^2=9$. 这就需要求出一个数x，使它的平方等于9.

$$\because\quad 3^2=9 \text{ 和 } (-3)^2=9,$$

$$\therefore\quad x=3 \text{ 和 } x=-3.$$

在这个实际问题中，$x=-3$不符合题意，应舍去. 因此，所求的正方形钢板的边长是3厘米.

我们把3和-3叫做9的平方根.

一般地说，如果$x^2=a(a\geqslant 0)$，那么，x就叫做a的平方根. 例如，

$$\because\quad 0.4^2=0.16,\ (-0.4)^2=0.16.$$

$\therefore$ 0.16 有两个平方根：0.4 和 -0.4.

由此可知：一个正数有两个平方根，这两个平方根的绝对值相等，符号相反.

因为 $0^2=0$, 所以，零的平方根是零.

因为任何有理数的平方都不能是负数，所以，负数的平方根没有意义. 例如，-9 的平方根就没有意义.

求一个数的平方根的运算叫做开平方. 开平方和平方互为逆运算.

正数 a 的两个平方根用符号 $\pm\sqrt[2]{a}$ （“$\sqrt{\ }$” 读作“根号”）表示. a 叫做被开方数，2 叫做根指数. 根指数是 2 时，通常省略不写，即 $\pm\sqrt{a}$. 例如，9 的平方根记作 $\pm\sqrt{9}=\pm3$.

一个正数的正的平方根叫做这个正数的算术平方根（简称算术根）. 正数 a 的算术平方根用符号 $\sqrt{a}$ 表示. 例如，25 的算术平方根记作 $\sqrt{25}=5$.

零的算术平方根是零，就是 $\sqrt{0}=0$.

应该注意一个正数的平方根与它的算术平方根的区别和联系.

例 1 求下列各数的平方根：

(1) 36； (2) $\dfrac{1}{4}$.

解：(1) $\because$ $(\pm6)^2=36$,

$\therefore$ 36 的平方根是 ± 6；

(2) $\because$ $\left(\pm\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$,

$\therefore$ $\frac{1}{4}$的平方根是$\pm\frac{1}{2}$.

例 2 求下列各数的算术平方根:

(1) 64； (2) $\frac{49}{100}$； (3) 0.0004.

解: (1) $\because$ $8^2=64$,

$\therefore$ 64 的算术平方根是 8, 即$\sqrt{64}=8$；

(2) $\because$ $\left(\frac{7}{10}\right)^2=\frac{49}{100}$,

$\therefore$ $\frac{49}{100}$的算术平方根是$\frac{7}{10}$, 即

$$\sqrt{\frac{49}{100}}=\frac{7}{10};$$

(3) $\because$ $(0.02)^2=0.0004$,

$\therefore$ 0.0004 的算术平方根是 0.02, 即

$$\sqrt{0.0004}=0.02.$$

练 习

1. (1) 填表:

n	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n^2											

(2) 根据上表写出下列各数的平方根:

361, 289, 324, 256, 169.

2. 求下列各数的平方根:

(1) 49;　(2) 1600;　(3) 1;　(4) 0;

(5) 0.0081;　(6) $\frac{64}{121}$;　(7) 2.25;　(8) $\frac{25}{144}$.

3. 求下列各数的算术平方根:

(1) 0.25;　(2) 400;　(3) 0.04;　(4) $\frac{1}{256}$.

4. 求下列各式的值:

(1) $\sqrt{81}$;　(2) $-\sqrt{\frac{4}{9}}$;

(3) $\sqrt{0.01}$;　(4) $\pm\sqrt{\frac{36}{169}}$.

5. (1) 一个数的平方等于 16, 求这个数;

(2) 一个数的平方等于 0.09, 求这个数.

2. 立方根

在实际问题中,我们还会遇到立方的逆运算.

例如, 红旗电镀厂要做一个容积是 8 立方米的正方体电镀槽,问电镀槽的边长应是多少米?

设电镀槽的边长为 x 米, 根据题意,得 $x^3=8$. 这就需要求一个数 x,使它的立方等于 8.

$$\because\quad 2^3=8,\qquad\therefore\quad x=2.$$

因此,电镀槽的边长为 2 米.

我们把 2 叫做 8 的立方根.

一般地说，如果 $x^3=a$，那么，x 就叫做 a 的立方根，a 的立方根用符号 $\sqrt[3]{a}$ 表示，其中 a 叫做被开方数，3 叫做根指数.

求一个数的立方根的运算叫做开立方. 开立方和立方互为逆运算.

例如，(1) $\because$ $4^3=64$,

$\therefore$ 64 的立方根是 4,

记作：$\sqrt[3]{64}=4$;

(2) $\because$ $(-2)^3=-8$,

$\therefore$ -8 的立方根是 -2,

记作：$\sqrt[3]{-8}=-2$;

(3) $\because$ $0^3=0$,

$\therefore$ 0 的立方根是 0,

记作：$\sqrt[3]{0}=0$.

由此可知：正数的立方根是一个正数；负数的立方根是一个负数；零的立方根是零.

例 求下列各数的立方根:

(1) 27; (2) 0.125; (3) $-\frac{1}{216}$.

解：(1) $\because$ $3^3=27$, $\therefore$ $\sqrt[3]{27}=3$;

(2) $\because$ $0.5^3=0.125$, $\therefore$ $\sqrt[3]{0.125}=0.5$;

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

(3) $\because \quad \left(-\frac{1}{6}\right)^3=-\frac{1}{216}$,

$\therefore \quad \sqrt[3]{-\frac{1}{216}}=-\frac{1}{6}$.

练　习

1. (1) 填表:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n^3											

(2) 根据上表写出下列各数的立方根:

343;　1000;　729;　512.

2. 求下列各数的立方根:

(1) 64;　(2) $-\frac{343}{1000}$;　(3) 0.008.

3. 计算下列各式的值:

(1) $\sqrt[3]{125}$;　(2) $\sqrt[3]{-0.729}$.

3. 开平方的一般方法

前面我们用直接观察的方法,求一些特殊的数(如9、$\frac{1}{4}$、0.0004等)的平方根.但仅凭观察是不够的,很明显,对于一般的数,如1225、0.5329、2、3等,就不容易直接观察出它们的平方根.毛主席教导说:“**我们不但要提出任务,而且要解决完成任务的方法问题。**”这就需要我们从分析数的平方的规律中,得出数的开平方的一般方法.

由于正数的两个平方根是互为相反的数，因此，只研究正数的算术平方根就可以了.

(1) 整数开平方

例 求 $\sqrt{1225}$.

解：① 确定$\sqrt{1225}$是几位数

因为 $1^2=1$, $9^2=81$;

$10^2=100$, $99^2=9801$;

$100^2=10000$, $999^2=998001$;

…………… ……………

并且，两个正数中，较大的数的平方也较大.

所以，一位数的平方是一位数或者两位数；两位数的平方是三位数或者四位数；三位数的平方是五位数或者六位数；……. 反过来，就可以知道：

一位数或者两位数的算术平方根是一位数；

三位数或者四位数的算术平方根是二位数；

五位数或者六位数的算术平方根是三位数；

……………………………………………………

因此，我们可以用一个撇号“′”把一个整数从右向左，每隔两位分成一段（最后不到两位也算一段），所分得的段数，就是这个数的算术平方根的整数位数.

1225 可以分成 12′25 两段，它的算术平方根是两

位整数.

② 确定 $\sqrt{12'25}$ 最高位上的数(十位上的数)

因为 12'25 左边第一段的数是 12, 而 12 在 3^2 和 4^2 之间,也就是说,1225 在 30^2 和 40^2 之间,所以,$\sqrt{1225}$ 最高位上的数是 3.

③ 确定 $\sqrt{1225}$ 的个位上的数

设 $\sqrt{1225}$ 的个位数是 a, 那么, $\sqrt{1225}=30+a$. 于是有

$$1225=(30+a)^2$$
$$=30^2+2\times30\cdot a+a^2.$$

从 1225 减去 900 (就是 30^2),得

$$\begin{array}{rl} 1225= & 30^2+2\times30\cdot a+a^2 \\ -)\ 900= & 30^2 \\ \hline 325= & \quad\quad 2\times30\cdot a+a^2 \end{array}$$

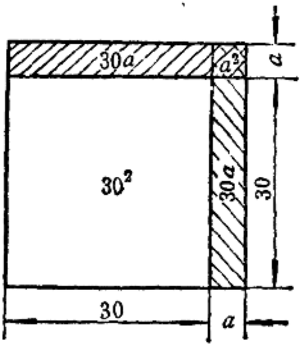

图 5—1

在 $2\times30\cdot a+a^2$ 里, 由于 a 是个位上的数, 所以, a^2 比 $2\times30\cdot a$ 小得多 (图 5-1), 我们可以把 a^2 暂时忽略不计, 写成 $325\approx2\times30\cdot a$,

$$\therefore\quad a\approx\frac{325}{2\times30}\approx5.$$

就是说, 用 2×30(就是 60)去除 325 来估计 a 的值. 这里, 所得的商的整数部分是 5, 这说明 a 的值可能是 5, 把它叫做试商.

要确定 a 的值是不是 5，就需要计算当 $a=5$ 时，$2\times30\cdot a+a^2$ 的值是不是等于 325．现在当 $a=5$ 时，

$$\begin{aligned}2\times30\cdot a+a^2&=(2\times30+a)a=(60+5)\times5\\&=65\times5=325,\end{aligned}$$

所以，a 的值就是 5．因此，$\sqrt{1225}=35$．

在实际计算中，为了方便起见，我们把 $2\times30\cdot a+a^2$ 中的 2×30 写成 20×3，并将上面计算过程简写成下面的形式：

$$\begin{array}{r|l}
 & \quad\ \ 3\quad 5 \\
 & \sqrt{1\ 2'2\ 5} \\
 & \quad\ \ 9 \\
\hline
20\times3=60 & \quad\ \ 3\ 2\ 5 \\
+)\ 5 & \\
\hline
65 & \quad\ \ 3\ 2\ 5 \\
\hline
 & \qquad\quad\ 0
\end{array}$$

$$\therefore\quad \sqrt{1225}=35.$$

总结以上的过程就是：

① 分段：把被开方数从右向左每隔两位用撇号“ ′ ”分开：$12'25$；

② 确定算术平方根最高位上的数：从左边第一段数 12，确定算术平方根的十位上的数是 3，写在第一段数 12 的上边；

③ 求余数：把十位数 3 的平方 9 写在 12 的下边，然后相减，即 $12-9=3$；再把第二段数 25 移下，得余数 325；

④ 试除：用 20 乘以十位数 3 得 60，然后用 60 去试除余数 325，得试商 5，即算术平方根的个位上的数可能是 5；

⑤ 确定算术平方根的个位数：用 20 乘以十位数 3，加上试商 5 得 65（写在竖线左边），再乘以试商 5（写在第二段数 25 的上边）得 325，写在余数 325 的下边，相减 $325-325=0$，刚好开尽，因此，$\sqrt{1225}=35$.

如果用 20 乘以十位上的数，加上试商，再乘以试商，所得的积大于余数时，把商减 1 再试，直到积小于或者等于余数为止，这时的商就是算术平方根的个位上的数.

当算术平方根是三位以上的数，用同样的方法，继续求算术平方根的其余各位上的数.

例 1 求 $\sqrt{1444}$.

解:

$$
\begin{array}{r|l}
 & \ \ 3\ \ \ \ 8 \\
 & \sqrt{1\ 4'4\ 4} \\
 & \ \ 9 \\
\hline
6\ 8 & 5\ 4\ 4 \\
 & 5\ 4\ 4 \\
\hline
 & \qquad 0
\end{array}
$$

$\therefore\ \sqrt{1444}=38$.

例 2 求 $\sqrt{32041}$.

解:

$$
\begin{array}{r|l}
 & \ 1\ \ \ \ 7\ \ \ \ 9 \\
 & \sqrt{3'2\ 0'4\ 1} \\
 & \ 1 \\
\hline
2\ 7 & 2\ 2\ 0 \\
 & 1\ 8\ 9 \\
\hline
3\ 4\ 9 & 3\ 1\ 4\ 1 \\
 & 3\ 1\ 4\ 1 \\
\hline
 & \qquad\quad 0
\end{array}
$$

$\therefore\ \sqrt{32041}=179$.

在例 1 里，544 除以 60 商 9，而 $69\times9>544$，所以改商 8．在例 2 里，用 $20\times1=20$ 去试除 220 商 11，因为商只能是一位数，而商 9、8 所得的积都大于余数，所以改商 7．当得到 $220-189=31$ 以后，把第三段上的数 41 移下来，得到 3141（称为第二余数）．在竖线的左边写上 34（实际上是 $20\times17=340$），在 34 的右边要留出一个空位，以便写算术平方根个位上的数．3141 除以 340 商 9，如此继续下去．

例 3 求 $\sqrt{40401}$.

解:

$$
\begin{array}{r|r}
\multicolumn{1}{r}{} & 2\ \ \ 0\ \ \ 1 \\
\multicolumn{1}{r}{} & \sqrt{4'0\,4'0\,1} \\
\multicolumn{1}{r}{} & 4 \\ \hline
401 & 4\,0\,1 \\
 & 4\,0\,1 \\ \hline
\multicolumn{1}{r}{} & 0
\end{array}
$$

$\therefore\quad \sqrt{40401}=201.$

在例 3 里，移下第二段上的数 4 以后，用 $20\times2=40$ 去试除 4，商不够 1，因此，商为 0．接着再移下第三段上的数 01，得余数 401，这时用 $20\times20=400$ 去试除．

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com