无粘结预应力连续井式梁升板结构简化计算方法

潘　立

建筑科学 编辑部

建筑科技资料（3）

无粘结预应力连续井式梁升板结构简化计算方法

潘　立

建筑科学 编辑部

1988

内容简介

无粘结预应力连续井式梁升板结构通常需用专用程序在计算机上计算。本书作者提出了等代梁的简化计算方法。作者根据大量计算机计算结果提出这种结构等代连续梁的弯矩系数；根据结构力学原理提出主、次梁间的弯矩分配系数。书中还介绍了预应力荷载下、升差荷载下连续井式梁的简化计算。因而可采用手算方法计算这种结构。简化计算结果与电算结果相比，误差在工程容许范围内。文中还介绍了这种计算方法的计算步骤和算例。本书可供工程技术人员进行结构计算时使用和参考。

出版说明

无粘结预应力连续井式梁升板结构是近年提出的一种新结构，曾在江苏、天津、甘肃等地区推广使用。这种结构用于多层工业厂房具有结构柱网尺寸较大、柱网布置灵活、结构高度小、刚度较大、综合经济效果较好及节约施工场地等优点。采用悬挂技术夹层后，解决了纺织车间的通风、除尘以及各类管线的敷设问题，使车间劳动环境得到改善。因此这种结构体系受到设计、建设单位的欢迎。

由于这种结构体系是多次超静定结构，结构内力计算需采用专用的计算机程序在计算机上进行。这给设计人员带来一些不便。

本书作者根据这种结构的实际布置和受力特点，以及大量计算机的计算结果提出了等代梁的简化计算方法。作者根据大量计算机计算结果得出这种结构等代连续梁的弯矩系数。根据梁板在柱网中的不同位置，分成中间单元、边单元和角单元，然后应用结构力学的原理，分别推导出这三类单元内等代梁的主、次梁弯矩分配系数计算公式。因此，这种多次超静定结构的内力计算变成了计算等代连续梁的弯矩，并按主、次弯矩分配系数公式进行分配的问题。

这种简化计算方法很方便，其计算结果与电算结果相比，偏差在工程容许范围内。因此本编辑部将这本资料出版，供广大设计人员计算作参考。资料由季直仓校阅，并提出修改意见。

前　言

无粘结预应力连续井式梁升板结构是近年来多层厂房结构体系研究中提出的一种新结构。在升板建筑中，这种结构不但保持了平板结构和密肋板结构各自的长处，而且具有自己独特的优点。

无粘结预应力连续井式梁升板结构简化计算方法的研究是城乡建设环境保护部1983年下达的“无粘结预应力井式梁板升板结构体系的研究”课题中的一个分项。这种结构由于超静定次数很多，以往均依靠计算机求算结构内力。随着这种结构体系的推广应用，设计上要求在保证工程所需精度条件下对这种结构提出一种简便的手算方法。

本文根据这种结构的实际布置和受力情况以及大量计算机的计算结果提出了一种简化计算方法。这种方法采用等代梁的概念，如图1所示，将井式梁板在两个方向上分割成多条等代梁，等代梁由主梁（边主梁）和次梁组成。根据对电算结果进行整理与分析，本文提出了等代连续梁的弯矩系数。

本文根据这种结构的连续梁板布置和受力特点，将各层连续井式梁板结构按柱网区格分成中间单元、边单元和角单元三类，参见图2，然后应用结构力学的原理，分别推导出了这三类单元内等代梁中主、次梁弯矩分配系数的计算公式。在公式推导过程中，考虑了边主梁的扭转变形及边、角柱的弯曲变形影响，并根据电算结果得到了边单元与角单元

中主梁与边柱、边主梁与角柱连接处嵌固弯矩的折减系数。因此，均布荷载下连续井式梁的计算可归结为求等代梁弯矩系数及等代梁的主、次梁弯矩分配系数，进而可以求得所有主、次梁各计算截面的弯矩。预应力荷载下除不考虑边主梁的扭转变形，也没有边、角柱弯曲变形的影响外，所有主、次梁各计算截面的弯矩计算与均布荷载下的计算过程相同。此外，本文还根据 4 种柱网，6 种边长组合而成的21种无粘结预应力连续井式梁结构的电算结果，汇总整理出该结构在升差荷载下的弯矩表，应用此表可直接查出此类结构在升差荷载下所有主、次梁各计算截面的弯矩。

本文除详细介绍了这一简化计算方法的推导过程，整理出了设计用表之外，还给出了计算例题。与电算结果比较可见（见例题）这种简化计算方法的精度完全能够满足工程要求。

在推导公式和分析比较计算结果中，本文引用了中国建筑科学研究院结构所“无粘结预应力井式梁板悬挂夹层升板结构体系”研究组完成的大量电算数据，在此表示感谢。

目　录

一、均布荷载下连续井式梁的计算

图1-1是一个提升单元的对称角部分，柱两边有主梁通过，现将四柱之间的面积作为一个计算单元，每单元内两个方向各有两根次梁构成井字，梁板现浇为一整体。

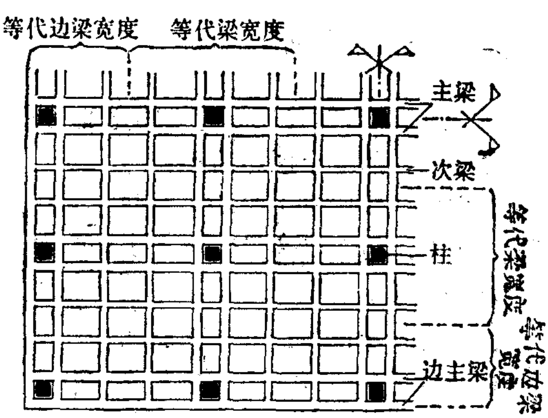

图1-1 提升单元结构平面

图1-2是根据图1-1得到的结构简化计算平面，每个计算单元被主梁和次梁分成9个相同区格。这种等区格布置次梁的方法可以减少模壳的规格，是井式梁升板结构通常采用的。这类结构的计算单元随边界条件不同可分成三种：中间单元、边单元和角单元，见图1-2。

下面是推导本文方法的计算条件：

1．按柱轴线取双主梁和相邻次梁合起来作为等代连续

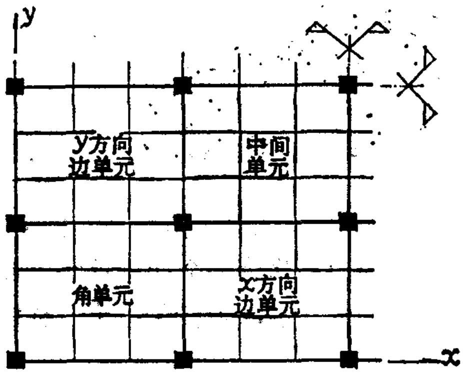

图 1-2 结构简化计算平面

梁；

（等代连续梁与等代连续边梁的宽度见图 1 -1）；

2．计算单元中的 9 个区格面积相等；

3．两个方向的次梁和主梁均为等截面梁，截面刚度分别记为EJ_c和EJ_z，边主梁为EJ'_z（主梁取单梁，边主梁取双梁）T形截面的有效翼缘宽度按有关设计规范取用。

4．板、梁和柱子的轴向变形忽略不计；

5．各计算单元同时作用有相同均布荷载；

6．中柱的弯曲变形忽略不计，边柱在边主梁方向的弯曲变形忽略不计。

下面要解决的问题是，在均布荷载下按等代连续梁求出的各截面弯矩如何在构成等代连续梁的主、次梁之间进行分配。

首先将单元上作用的均布荷载化为结点荷载，见图 1 -3，其中$P=abq/9$，q为均布荷载。在次梁交点处，P由两个方向的次梁共同承担，然后分别传给不同方向的主梁。两方向次梁分别承担的力可记为P_x和P_y，并有

$$P = P_x + P_y \tag{1-1}$$

下面分别推导三种单元内主、次梁之间的弯矩分配系数公式。

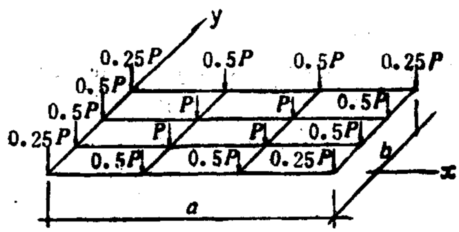

图 1-3　计算单元荷载图

1.1 中间单元主、次梁的弯矩分配系数

在中间单元中（见图 1-2），结构在两个方向的变形分

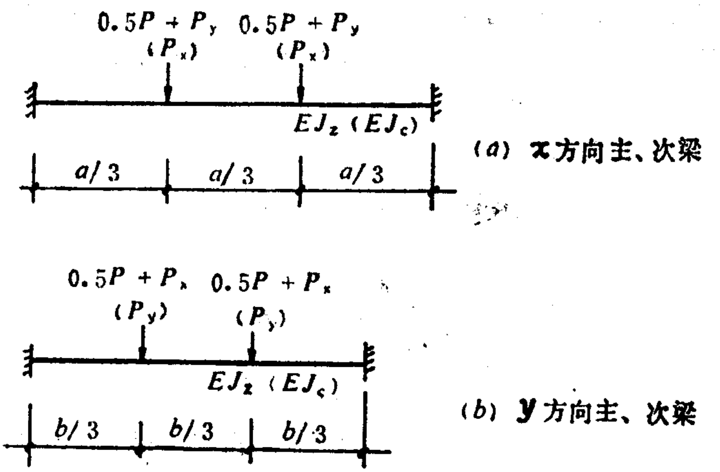

图 1-4　中间单元主（次）梁计算简图

注：图中括号内的符号对应于次梁

别对称（或近似对称），周边四根主梁的扭转变形可忽略不计，主梁与柱连接处，梁端转角近似为0，这些在电算所得精确结果中已经得到证明。因此可认为，次梁与主梁联结处，主梁与柱联结处均为固接连接。图1-4为中间单元两个方向主、次梁的计算简图。

根据两方向次梁在交点处挠度相等的条件，有：

$$\frac{(0.5P+P_x)b^3}{162EJ_Z}+\frac{P_x a^3}{162EJ_C}=$$

$$=\frac{(0.5P+P_y)a^3}{162EJ_Z}+\frac{P_y b^3}{162EJ_C} \qquad (1—2)$$

（1-2）式表明，次梁的挠曲位移由两部分组成，一部分为次梁在所承担的荷载下发生弯曲即等式两边的第二项，另一部分是与之相垂直的相邻主梁的弯曲使次梁发生向下平行位移，即等式两边的第一项。由（1-1）和（1-2）两式可解出次梁交点处分别作用于X和Y方向次梁上的未知力为：

$$\begin{cases} P_x=\dfrac{1.5\left(\dfrac{a}{b}\right)^3+\beta-0.5}{(1+\beta)\left[\left(\dfrac{a}{b}\right)^3+1\right]}P & (1\text{-}3\text{-}1) \\ P_y=\dfrac{1.5+(\beta-0.5)\left(\dfrac{a}{b}\right)^3}{(1+\beta)\left[\left(\dfrac{a}{b}\right)^3+1\right]}P & (1\text{-}3\text{-}2) \end{cases}$$

$$=P-P_x$$

其中：$\beta=J_z/J_c$根据两端固接单跨梁在三分点荷载下跨中弯矩公式，可得x方向主梁和次梁的跨中弯矩：

$$
\begin{cases} M_{z \cdot x} = \dfrac{1}{9}(0.5P + P_y)a & (1\text{-}4\text{-}1) \\ M_{c \cdot x} = \dfrac{1}{9}P_x a & (1\text{-}4\text{-}2) \end{cases}
$$

x方向等代梁的各截面弯矩由双主梁和相邻两根次梁共同承担，因而有：

$$
M_x = 2(M_{z \cdot x} + M_{c \cdot x}) = \frac{2}{9}(0.5P + P_y + P_x)a
$$

$$
= \frac{2}{9} \times 1.5Pa = \frac{1}{3}Pa \tag{1-5}
$$

x方向单根主、次梁的弯矩分配系数为：

$$
\begin{cases} \alpha_{z \cdot x} = \dfrac{M_{z \cdot x}}{M_x} = 0.5 - \dfrac{P_x}{3P} & (1\text{-}6\text{-}1) \\ \alpha_{c \cdot x} = \dfrac{M_{c \cdot x}}{M_x} = \dfrac{P_x}{3P} & (1\text{-}6\text{-}2) \end{cases}
$$

同理可得出y方向单根主、次梁的弯矩分配系数：

$$
\begin{cases} \alpha_{z \cdot y} = 0.5 - \dfrac{P_y}{3P} & (1\text{-}7\text{-}1) \\ \alpha_{c \cdot y} = \dfrac{P_y}{3P} & (1\text{-}7\text{-}2) \end{cases}
$$

1.2 边单元主、次梁的弯矩分配系数

在x方向的边单元（图1-5）中，边主梁由两根并行主梁组成，计算中取两根并行主梁的刚度之和为边主梁的刚度，取单根主梁刚度为边单元其它三边主梁的刚度。

边主梁由于抗扭刚度较小，在荷载作用下，与次梁连接处将产生较大扭转变形。

由于边柱柱端的转角，使与边主梁相垂直的主梁在与边柱连接处也发生转角（边柱在边主梁方向的转角忽略不计），

出现这些转角的连接均介于固接与铰接之间。

在x方向边单元中，与x方向边主梁连接的y方向次梁，与边柱连接的y方向主梁的计算简图见图1-6(a)与(b)。

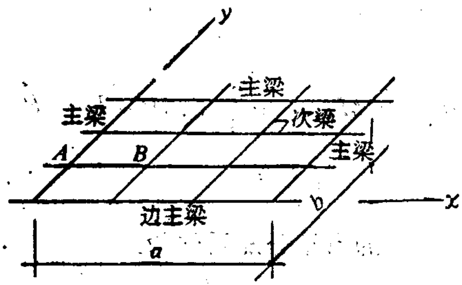

图 1-5 x方向边单元计算简图

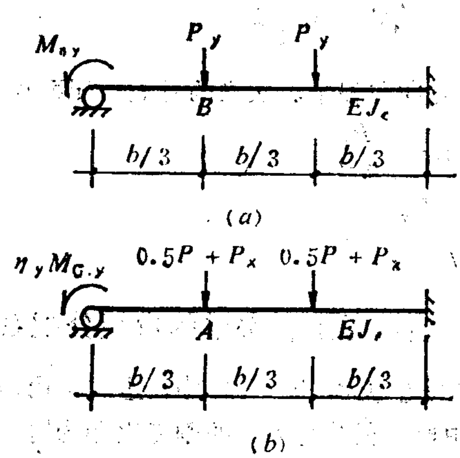

图 1-6 x方向边单元中次梁(a)和主梁(b)的计算简图

(a) 与边主梁相连的次梁计算简图

(b) 与边柱相连的主梁计算简图

图1-6(a)中，M_{ny}既是y方向次梁与边主梁连接处的弹性嵌固弯矩，又等于边主梁与边柱连接处的扭矩。图1-6(a)

中B点处的挠度为：

$$f_1=\frac{2.33P_yb^3}{162EJ_c}-\frac{6M_{ny}b^2}{162EJ_c} \tag{1-8}$$

图1-6(b)中，$\eta_yM_{G\cdot y}$为弹性嵌固弯矩，其中$M_{G\cdot y}$为主梁与边柱连接处按固接计算的固端弯矩，η_y为弯矩折减系数。η系数反映了边柱转角对边单元中主梁固端弯矩的影响。η值将根据12种柱网和尺寸的连续井式梁结构的电算结果反算得到（见1.4节）。

M_{ny}可按下列方法求得：

参照图1-6(b)和(1-8)式可得图1-6(b)中A点处的位移为：

$$f_2=\frac{2.33(0.5P+P_x)b^3}{162EJ_z}-\frac{6\eta_yM_{G\cdot y}b^2}{162EJ_z} \tag{1-9}$$

经计算，边主梁与其相平行的相邻主梁两者弯曲变形差很小，故将其忽略不计。根据两个方向次梁在交点B处挠度相等的条件，对边单元中B点(见图1-5)，并参照(1-8)与(1-9)两式可建立如下方程：

$$\frac{2.33(0.5P+P_x)b^3}{162EJ_z}-\frac{6\eta_yM_{G\cdot y}b^2}{162EJ_z}+\frac{P_xa^3}{162EJ_c}$$

$$=\frac{(0.5P+P_y)a^3}{162EJ'_z}+\frac{2.33P_yb^3}{162EJ_c}-\frac{6M_{ny}b^2}{162EJ_c} \tag{1-10}$$

J'_z为边主梁（双梁）的惯性矩。

设x方向边主梁在与y方向次梁连接处发生的扭转角为θ_1，

$$\theta_1=\frac{M_{ny}a}{3GJ_p}+\frac{M_{ny}l_u}{12EJ_u} \tag{1-11}$$

其中：G——混凝土的剪切弹性模量，J_p——边主梁(双梁)

的极惯性矩；l_u——柱子高度；J_u——柱惯性矩。由图1-6可得次梁在与边主梁连接处的转角θ_2，

$$\theta_2 = \frac{P_y b^2}{18EJ_c} - \frac{M_{ny} b}{4EJ_c} \tag{1-12}$$

角度θ_1与θ_2请见图1-7。

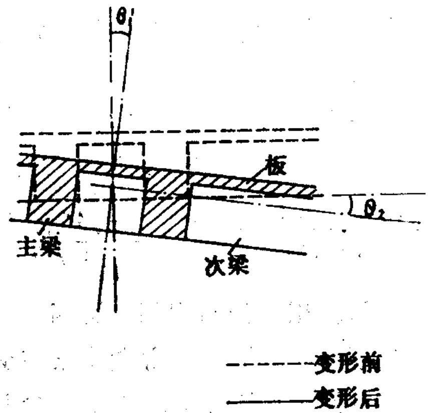

图 1-7

由于$\theta_1 = \theta_2$，可导出：

$$M_{ny} = \frac{1}{6} P_y b \xi_x \tag{1-13-1}$$

$$\xi_x = \frac{1}{\dfrac{aJ_c}{0.429 J_p b} + \dfrac{l_u J_c}{4 J_u b} + 0.75} \tag{1-13-2}$$

其中：$G = \dfrac{E}{2(1+\mu)}$；混凝土的泊松比μ为1/6。又可查出：

$$M_{G \cdot y} = \frac{2}{9}(0.5P + P_x)b \tag{1-14}$$

将(1-13-1)，(1-13-2)，(1-14)三式代入(1-10)式后，可

解出次梁交点处分别作用于x和y方向次梁上的未知力为：

$$\begin{cases} P_x = \dfrac{1.5\beta' a^3 + [(2.33-\xi_x)\beta - 0.5\,(2.33-1.33\eta_y)]\,b^3}{(\beta'+\beta)a^3 + [(2.33-1.33\eta_y) + (2.33-\xi_x)\beta]b^3}P & (1\text{-}15\text{-}1) \\ P_y = P - P_x & (1\text{-}15\text{-}2) \end{cases}$$

式中：$\beta' = J_z/J'_z$。

x 方向等代梁的跨中弯矩由边主梁和1根次梁共同承担，因而有：

$$M_x = M_{z\cdot x} + M_{c\cdot x} = \frac{1}{6}Pa \qquad (1\text{-}16)$$

由(1-4-1)，(1-4-2)和(1-16)式可解出x方向边单元中x方向边主梁与次梁（见图1-5）的弯矩分配系数为：

$$\begin{cases} \alpha_{z\cdot x} = \dfrac{M_{z\cdot x}}{M_x} = 1 - \dfrac{2P_x}{3P} & (1\text{-}17\text{-}1) \\ \alpha_{c\cdot x} = \dfrac{M_{c\cdot x}}{M_x} = \dfrac{2P_x}{3P} & (1\text{-}17\text{-}2) \end{cases}$$

在x方向边单元中，y方向主、次梁在靠近边梁三分点处的弯矩分别为：

$$\begin{cases} M_{z\cdot y} = \dfrac{2}{9}(0.5P + P_x)b - \eta_y M_{G\cdot y} \\ \qquad\;\; = \dfrac{2}{9}(1-\eta_y)(0.5P + P_x)b & (1\text{-}18\text{-}1) \\ M_{c\cdot y} = \dfrac{2}{9}P_y b - M_{ny} \\ \qquad\;\; = \dfrac{1}{3}P_y b\left(\dfrac{2}{3} - \xi_x/2\right) & (1\text{-}18\text{-}2) \end{cases}$$

y方向的总弯矩为：

$$M_y = 2(M_{z\cdot y} + M_{c\cdot y}) \tag{1-19}$$

$$= \frac{4}{9}(1-\eta_y)(0.5P + P_x)b + \frac{2}{3}P_y b\left(\frac{2}{3} - \frac{\xi_x}{2}\right)$$

x方向边单元中y方向主、次梁的弯矩分配系数为：

$$\begin{cases} \alpha_{z\cdot y} = \dfrac{M_{z\cdot y}}{M_y} = \dfrac{1}{2 + \dfrac{P_y(2-1.5\xi_x)}{(1-\eta_y)(1.5P-P_y)}} & (1\text{-}20\text{-}1) \\ \alpha_{c\cdot y} = \dfrac{M_{c\cdot y}}{M_y} = \dfrac{1}{2 + \dfrac{4(1-\eta_y)(1.5P-P_y)}{P_y(2-1.5\xi_x)}} & (1\text{-}20\text{-}2) \end{cases}$$

同理，y方向边单元有如下结果：

$$M_{nx} = \frac{1}{6}P_x a \xi_y \tag{1-21-1}$$

$$\xi_y = \frac{1}{\dfrac{bJ_c}{0.429J_p a} + \dfrac{l_u J_c}{4J_u a} + 0.75} \tag{1-21-2}$$

$$M_{G\cdot x} = \frac{2}{9}(0.5P + P_y)a \tag{1-22}$$

$$\begin{cases} P_x = \dfrac{(\beta - 0.50\beta')b^3 + 1.5(2.33 - 1.33\eta_x)a^3}{(\beta' + \beta)b^3 + [(2.33 - 1.33\eta_x) + (2.33 - \xi_y)\beta]a^3}P & (1\text{-}23\text{-}1) \\ P_y = P - P_x & (1\text{-}23\text{-}2) \end{cases}$$

y方向边单元中y方向边主梁与次梁的弯矩分配系数为：

$$\begin{cases} \alpha_{z\cdot y} = \dfrac{M_{z\cdot y}}{M_y} = 1 - \dfrac{2P_y}{3P} & (1\text{-}24\text{-}1) \\ \alpha_{c\cdot y} = \dfrac{M_{c\cdot y}}{M_y} = \dfrac{2P_y}{3P} & (1\text{-}24\text{-}2) \end{cases}$$