邏輯的歷程

刘壮虎 主编

1912

北大哲学系百年系庆丛书

Luoji De Licheng

北京大學出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

1912

北大哲学系百年系庆丛书

邏輯的歷程

Luoji De licheng

刘壮虎 主编

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

逻辑的历程/刘壮虎主编. —北京:北京大学出版社,2012.9
(北大哲学系百年系庆丛书)
ISBN 978 -7 -301 -21204 -2

Ⅰ. ①逻…　Ⅱ. ①刘…　Ⅲ. ①逻辑学 - 文集　Ⅳ. ①B81 -53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 213207 号

书　　　名: **逻辑的历程**
著作责任者: 刘壮虎　主编
责 任 编 辑: 吴　敏
标 准 书 号: ISBN 978 -7 -301 -21204 -2/B · 1064
出 版 发 行: 北京大学出版社
地　　　址: 北京市海淀区成府路 205 号　100871
网　　　址: http://www.pup.cn
电　　　话: 邮购部 62752015　发行部 62750672　编辑部 62755217
出版部 62754962
电 子 信 箱: pkuwsz@yahoo.com.cn
印　刷　者: 北京大学印刷厂
经　销　者: 新华书店
965 毫米 × 1300 毫米　16 开本　17.75 印张　241 千字
2012 年 9 月第 1 版　2012 年 9 月第 1 次印刷
定　　　价: 39.00 元

前　言

自20世纪初西方逻辑的引进和中国逻辑的发掘，我国的逻辑教学和研究开始起步，与其他现代科学学科一样，它在中国的发展历经艰辛，几经挫折，甚至倒退。在艰难困苦中，从事逻辑工作的学者痴心不改，辛勤耕耘。北京大学逻辑学的教学和研究，一直是中国逻辑学发展的代表，同样的艰难困苦，同样的辛勤耕耘。

论文主要选编了自北京大学哲学系逻辑教研室成立以来，逻辑教研室教师的部分有代表性的研究成果，个别论文上溯到40年代。通过这些论文，反映了北京大学逻辑学研究的发展，反映北京大学哲学系几代人在逻辑学领域的艰苦耕耘。这些论文也是中国的逻辑学、特别是现代逻辑的发展的一个缩影。也从一个侧面讲述了中国的现代逻辑从引进到与国际接轨、一直到成为国际逻辑研究的一部分的艰难历程。

中国的现代逻辑研究在40—50年代期间有过辉煌，王宪钧的《论蕴涵》和胡世华的《m-VALUED SUB-SYSTEM OF $(m+n)$-VALUED PROPOSITIONAL CALCULUS》是当时较有代表性的论文。

50年代后期起逻辑研究、特别是现代逻辑研究几乎停顿，当78年改革开放兴起时，对于现代逻辑不仅仅是研究上，而且是在思想上多有束缚。以王宪钧为代表的北京大学哲学系的逻辑教师，及时地提出“逻辑现代化”的口号，“逻辑现代化”最重要的思想体现在王宪钧在逻辑会议上的两次报告中，论文集选编其中关于“逻辑教学现代化”的论文《逻辑课程的现代化》，而“逻辑研究现代化”的思想体现在晏成书的《传统逻辑与

数理逻辑》中。

因为从改革开放起，对于现在逻辑几乎是从头学起，所以北京大学哲学系现代逻辑的研究的复兴开始于80年后期，刘壮虎的《等度和不等度的结构及在 *P-T* 度下集合的分离性质》为其标志。从此，我们的逻辑研究从深度和广度都得到很大的发展。

随着年轻一代学者的成长，我们的现代逻辑研究开始真正走在国际逻辑学研究的同样的道路上，为体现这一点，最近几年的论文我们特地选编了发表在国际逻辑学杂志的英文论文。

回顾艰难的历程，细想今日的成果，我们确实还很落后，不值得夸耀。但我们也不必妄自菲薄，经过几代人的努力，我们已经走上了正轨，我们已能看见希望。至少还可以说：我们曾经为此努力，我们问心无愧。

逻辑学博士的博士论文是北京大学逻辑学研究的重要组成部分，论文集还选编了自1988年第一篇博士论文至2011年的全部博士论文的论文摘要。我们从中能看到逻辑学的明天，随着更年轻一代逻辑学者的成长，一定会有逻辑研究的辉煌。

目录

论蕴涵*

王宪钧

蕴涵到底有什么性质是尚未解决的问题。这问题有二方面，一是日常语言里的“如果…则…”究竟表示如何的关系，一是蕴涵究有如何的性质。就前者而论，罗素的真值蕴涵，路易斯的严格蕴涵及穆尔蕴涵或各是“如果…则…”所表示的一组意义，而“如果…则…”也可还有别的意义，这一点已有人提出过，我不预备再加讨论。后者是一组曾引起许多争辩的问题，真值蕴涵及严格蕴涵皆是有名义定义的关系，它们是否即是所谓之蕴涵要以蕴涵究有如何性质而定，穆尔蕴涵是一个未经分析的概念，断定穆尔蕴涵即是蕴涵不能对于我们的问题有所解答。

断定蕴涵究有如何性质须先分析蕴涵关系，日常语言里及系统里的蕴涵都可以作我们分析的资料。已知的蕴涵的性质有：

一、蕴涵不必是一命题与一命题的关系，甲乙二命题与丙命题也可有蕴涵关系，它是一类命题与一命题的关系。

二、如甲类命题蕴涵乙命题，则由甲类命题可以推论到乙命题，反之亦然。蕴涵是推论关系的倒置问题。

三、如甲类命题蕴涵乙命题，在甲类命题真时乙命题必真，它是我们从已知求未知的根据。

---

* 本文原载于《清华学报》第13卷第2期。

前两点很明显可以再加说明。在分析这关系时我们的问题是:一类命题与一命题要适合什么条件它们方有蕴涵关系,那是说它们要适合什么条件在此类命题真时此一命题必真。最初我们很容易想到,假若在甲类命题真时乙命题必真,显然在甲类命题真时乙类命题不能假。这是一个从反面着想的解释,真值蕴涵及严格蕴涵都是从这方面着想而得到的定义,这两个关系都有些奇怪性质,我们总觉得它们不是所谓的蕴涵。蕴涵是一个本有的关系,这两个蕴涵的定义都是名义定义,现在既有理由使我们觉得这两个蕴涵不是所谓的蕴涵,我们应别寻途径。推论关系既是蕴涵的倒置关系,分析推论关系即等于分析蕴涵。表现推论关系的是推论,推论有自然推论、根据某一系统的推论及逻辑斯谛推论三种。凭直觉来断定命题间有无推论关系的是自然推论,但有时命题过于复杂只凭直觉不能断定它们有无推论关系,不得不利用某一逻辑系统里的种种方式,这是根据某一系统的推论。逻辑命题间可亦有推论关系,因之逻辑命题也可成为一系统,逻辑系统是一个自足的演绎系统,这种系统有它们关于推论关系的假设,根据这种系统的关于推论关系的假设及出发点,我们可以推论得到这种系统里的命题,这种推论是逻辑斯谛推论。分析表现于这三种推论的推论关系的结果,我以为命题间须有某种意义的关联,它们方能有推论关系。

一

分析逻辑斯谛推论关系须先分析逻辑系统。逻辑系统是自足的演绎系统,它是一个语言系统,逻辑系统不必是严格组成的,以下的分析限于严格组成的逻辑系统。

任一语言系统都有符号,语言的语法部分将这些符号加以组织成为系统,一符号系统不即是逻辑系统,这些符号要有意义,语言的语意部分规定符号所表示的意义。语法规定通常有形成规律、变形规律、基本符号

及基本合法符号组织之规定四种。任一语言系统总设有几个符号类,基本符号之规定规定此系统之符号类。这几个符号类的分子可有种种不同的组合,形成规律分别可能的组合为两类,依形成规律组成的为合法符号组合,其组织不合形成规律的规定者不是合法符号组合。就型式而论合法符号组合间可有种种关系,变形规律规定这些关系的某数个为变形关系,一类合法符号组合与一合法符号组合间如有变形关系,此类合法符号组合得变形为此一合法符号组合。一系统之合法符号组合通常可分为二类,一类为此系统所欲保留的,一种为此系统所欲淘汰的。一系统不必也不能列举此系统所欲保留的合法符号组合,因之而有基本合法符号组合的规定,基本合法符号组合是一系统所欲保留的合法符号组合之一部分。从基本合法符号组合利用变形规律可以得到其他此系统所欲保留之合法符号组合。语法规定常有语法外的标准,其规定常以此系统将有如何解释为依归。但语法规定之陈述并不涉及符号与符号组合之意义。形成规律规定有某种型式(用于某数类之符号依某次序排列)之符号组合为合法。变形规律规定有某型式之一合法符号组合或有某二数型式之数合法符号组合得变形为一有其他型式之合法符号组合。基本符号之规定规定有某种型式(Design)的符号为基本符号。基本合法符号组合之规定规定某数合法符号组合为基本合法符号组合。

语意部分规定一系统之符号所表示的意义,因语意规定的不同可产生不同的系统,经某种特殊规定,一语言系统为一逻辑系统,此种特殊规定应有下列性质:

一、经形成规律所规定的合法符号组合应是有意义的符号组合,它们在被断定时应表示命题。逻辑系统里的命题是逻辑命题,表示逻辑命题的是逻辑常项、逻辑变项及它们的组合。因一合法符号组合可能有的意义是一系统的符号及其组合所能有的意义,此系统之符号应表示逻辑常项及逻辑变项。

二、相当于变形关系的关系应是此系统的推论关系。变形关系是符

号组合与符号组合间的关系，二符号组合间如有变形关系，它们所表示的命题亦有一关系，此关系是与变形关系共型的关系，它是此系统的命题间的推论关系。

三、任一命题的系统总要断定些命题，逻辑系统既是一命题系统，它也不是例外。逻辑系统里所断定的命题是真的逻辑命题，虽然我们可以有意建造一个一致假的系统。但我以为那种系统似乎不是逻辑系统。基本合法符号组合是一系统所欲保留的合法符号组合，它们所表示的应是此系统所要断定的真的逻辑命题。

二

属于某一系统之数合法符号组合与另一合法符号组合间或有此系统之变形关系或无此系统之变形关系，如它们间无此系统之变形关系则它们所表示的命题间无此系统之推论关系。我们称这种合法符号组合及它们所表示的命题的独立。独立的命题无某一系统之推论关系，独立问题之讨论有助于我们对于推论关系的了解，以下拟先分析独立的证明。设

$$‘\mathbf{A}_1’,‘\mathbf{A}_2’,\cdots\cdots,‘\mathbf{A}_k’,‘\mathbf{B}’$$

是系统 S 的合法符号组合，经某种使此系统为逻辑系统的语意规定

$$\mathbf{A}_1,\mathbf{A}_2,\cdots\cdots,\mathbf{A}_k,\mathbf{B}$$

是它们在被断定时所表示的命题。相当于 S—变形关系（系统 S 的变形关系）是 S 推论关系，即是说表示真逻辑命题的符号组合只能变形为表示真逻辑命题的符号组合。我们用下列方式证明 $\mathbf{A}_1,\mathbf{A}_2,\cdots\cdots,\mathbf{A}_k$ 与 $\mathbf{B}$ 无 S—推论关系。

系统 S 的符号可有一数值解释，依此解释，系统 S 之合法符号组合所表示的意义皆等于一数值，因

甲）$‘\mathbf{A}_1’,‘\mathbf{A}_2’,\cdots\cdots,‘\mathbf{A}_k’$ 之意义常等于数值甲，意义常等于

数值甲之合法符号组合根据S—变形规律只能变形为意义常等于数值甲之合法符号组合，而‘B’之意义不常等于数值甲。故

乙）‘A_1’，‘A_2’，……，‘A_k’与‘B’无S—变形关系。

丙）A_1，A_2，……，A_k 与 B 无 S—无推论关系。

独立证明的推论如下：

丁）如有一有（甲）项下所举之性质之数值解释则‘A_1’，‘A_2’，……，‘A_k’与‘B’无S—变形关系。因‘B’之意义不常等于数值甲，而‘A_1’，‘A_2’，……，‘A’等无论经若干次变形只能变形为意义常等于数值甲之合法符号组合。

戊）如‘A_1’，‘A_2’，……，‘A_k’与‘B’有S—变形关系，则不能有一有（甲）项下所举之性质之数值解释。因

一）‘A_1’，‘A_2’，……，‘A_k’与‘B’有此系统之变形关系。

二）‘A_1’，‘A_2’，……，‘A_k’之意义常等于数值甲，意义常等于数值甲之合法符号组合根据S—变形规律只能变形为意义常等于数值甲之合法符号组合。

三）‘B’之意义不常等于数值甲。

三命题不能同真。

己）如‘A_1’，‘A_2’，……‘A_k’与‘B’无S—变形关系，则 A_1，A_2，……，A_k 与 B 无 S—推论关系。如 A_1，A_2，……，A_k 与 B 无 S—推论关系，则‘A_1’，‘A_2’，……‘A_k’与‘B’无S—变形关系。因一系统之推论关系与此系统之变形关系为共型关系。

由以上的论证可知如有一有（甲）项下所举之性质之数值解释则‘A_1’，‘A_2’，……，‘A_k’与‘B’无S—变形关系，即是说 A_1，A_2，……，A_k 与 B 无 S—推论关系。同时我们可知一系统之合法符号组合间有无此系统之变形关系为相等于此系统已有之变形关系的问题，‘B’虽不能由‘A_1’，‘A_2’，……，‘A_k’根据此系统已有之变形关系变形得到，未必‘B’

即不能由‘A_1’，‘A_2’，……，‘A_k’根据此系统已有之变形关系及一新变形关系变形得到。如果席鲁伯(按:今作希尔伯特)的语句演算系统里没有析离一变形关系，$pv\bar{p}$′对于此系统之基本合法符号组合是独立的，不过此符号组合却可由那系统的基本合法符号组合根据替代及析离二变形规律得到。但我们应注意，变形规律可以影响数值解释的有无，如果因为加了一个新的变形规律‘B’便可以从‘A_1’，‘A_2’，……，‘A_k’变形得到，我们就不能再有一个有(甲)项下所举之性质之数值解释。

独立的证明为相对于某一系统之变形关系的证明，而逻辑斯谛推论为相对于某一系统之推论关系的推论，所以我们的结论是:如命题间有逻辑斯谛推论关系则对于表示这些命题的符号组合及相当于此种推论关系的变形关系不能有一有(甲)项下所举之性质之数值解释。

三

命题是抽象的事物，它可以是真的也可以是假的，如有事实与一命题相应则此命题是真的，如无事实与一命题相应则此命题是假的，与经验命题相应的是现象界的事实，因为一时得不到较好的名词，我姑称与分析命题相应的为共相界的事实。甲乙二命题有意义关联之既充分又必然条件为:如有与甲命题相应之事实必有与乙命题相应之事实。甲类命题与乙命题有意义关联之既充分又必然的条件为:如有与甲类命题相应之事实必有与乙命题相应之事实。依以上说法“甲大于乙”与“乙小于甲”二语句所表示的命题间有意义关联，而“2 + 2 = 4”与“白马是马”二语句所表示的命题间即无意义关联。假命题间可有推论关系，故依以上说法二假命题间应亦可有意义关联。如一假命题为一经验命题则因现象界的事实都是不必有的，我们可以设想一与此假命题相应之事实，以上关于命题间的意义的关联的说法仍可适用。如一假命题为一分析命题，则因共相界的事实都是必有的，似乎以上的说法有困难，但我以为我们还是可以设想

一与一假分析命题相应的事实。例如我们可以设想一与甲既是红的又不是红的相应的事实而知道这命题与甲是红的一命题有意义关联。关于以上所说的有些问题,特别是什么是事实及如何设想一与一不可能的命题相应的事实等问题,但我们可以把它当作□□□□□□[①]的一个说法。

根据以上的说法我以为凡有逻辑斯谛推论关系的命题必有如上文所说的意义关联。我们在第二节得到的结论是:如有一有(甲)项下所举之性质之数值解释则 $A_1, A_2, \cdots\cdots, A_k$ 与 B 无 S—推论关系。但每一有如此性质之数值解释等于一真值解释,我们可以真代替数值甲,以其他真值代替其他数值,原有之数值解释即成为一真值解释。据此真值解释,系统 S 之合法符号组合在被断定时皆表示命题,'A_1','A_2',……,'A_k'所表示之意义皆常真,意义常真之合法符号组合依 S—变形规律只能变形为意义常真之合法符号组合,而'B'所表示之意义不常真。同时如有一有如此性质之真值解释,我们可以用相反的方法将它变为一数值解释。数值解释既等于一真值解释,现在的问题是:与一有(甲)项下所举之性质之数值解释表示什么。我以为有一如此之数值解释即表示可有与 A_1, $A_2, \cdots\cdots, A_k$ 及表示 S—推论关系的命题相应之事实而不必有与 B 相应之事实,即是说它们无意义关联。兹先举一例,席鲁伯之语句演算里有十五个基本合法符号组合,有二个变形规律,有一组使此系统为一逻辑系统的语意规定。依此种语意规定,一符号类的分子为语句变项,一符号类的分子为逻辑常项,变项之真值有二:真与假,逻辑常项皆为真值函项,"—"表示非,"v"表示相容之或,"&"表示与,"→"表示真值蕴涵,"↔"表示真值互涵,二变形关系表示推论关系,基本合法符号组合在被断定时表示真的逻辑命题,这些命题是这系统的基本命题。其第四基本命题为:甲与乙真值蕴涵甲。我们用下列数值解释证明第四基本命题对于其他基本命题及表示此系统之推论关系的命题为独立:

---

① 原稿为影印体,此六字无法辨认。

—	
甲	乙
乙	甲

∨	甲	乙
甲	甲	甲
乙	甲	乙

&	甲	乙
甲	甲	乙
乙	甲	乙

→	甲	乙
甲	甲	乙
乙	甲	甲

↔	甲	乙
甲	甲	乙
乙	乙	甲

此数值解释可改为一真值解释如下：

—	
真	假
假	真

∨	真	假
真	真	真
假	真	假

&	真	假
真	真	假
假	真	假

→	真	假
真	真	假
假	真	真

↔	真	假
真	真	假
假	假	真

据此真值解释甲与乙真甲不必真，故第四基本命题为假，但其他基本命题及表示此系统之推论关系之命题皆真。如以上列真值解释表示吾人所设想之事实，而以

&	真	假
真	真	假
假	假	假

表示与第四基本命题相应之事实，则皆吾人之说法第四基本命题与其他基本命题及表示此系统之推论关系的命题无意义关联。即是说可有与那些命题相应的事实而不必有与第四基本命题相应的事实。亦即是说非，相容之或，真值蕴涵及真值互涵可皆有它们所有之性质，与可有使第五第六二基本命题为真的性质而不必有使第四基本命题为真的性质。

以上说明如有一有（甲）项下所举之性质之数值解释，则 A_1，A_2，……，A_k 及表示 S—推论关系的命题与 B 无意义关联。我们又可以知道，如无一有（甲）项下所举之性质之数值解释，则 A_1，A_2，……，A_k 及表示 S—推论关系的命题与 B 必有意义关联。因如无一有（甲）项下所举之性质之数值解释则必无一有上文所举之性质之真值解释，即是说无论 A_1，A_2，……，A_k 及表示 S—推论关系之命题所含之变项及常项之真值解释如何，在这些命题真时 B 必为真，亦即是说如有与那些命题相应之事实必有与 B 相应之事实。根据此结论及如 A_1，A_2，……，A_k 与 B 有 S—推论关系则无一有（甲）项下所举之性质之数值解释。

我们可以说,如 $A_1, A_2, \cdots\cdots, A_k$ 与 B 有 S—推论关系则 $A_1, A_2\cdots\cdots$, A_k 及表示 S—推论关系的命题与必有意义关联。以上所讨论的推论是逻辑斯谛推论,它不是从 $A_1, A_2, \cdots\cdots, A_k$ 到 B 的推论而是从 $A_1, A_2, \cdots\cdots$, A_k 及表示 S—推论关系的命题到 B 的推论,它是根据某一系统关于推论关系的假设的推论,所以,命题间须有意义关联它们方有逻辑斯谛推论关系。

四

根据某一逻辑系统的推论是根据此系统的命题的推论,此种推论以某一逻辑系统之命题为前提,我们要分析几个系统里的命题然后再分析根据这种系统的推论。现有的系统颇多,对于本文所讨论的问题最重要的是罗素的真值蕴涵系统及路易斯的严格蕴涵系统,因为它们各代表一种蕴涵。

罗素系统是一个真值系统,这系统里最重要的函项是真值蕴涵,这系统里的命题除了几个例外都是表示真值蕴涵的命题。但我们应注意真值蕴涵是一个有名义定义的关系,它的定义是:甲真值蕴涵乙等于非甲或乙,据此定义真值蕴涵表示相容的析取,此系统里表示真值蕴涵的命题实在是析取命题,它们表示凡有某型式的析取命题皆为真命题,因为它们穷尽此系统的一切可能的真值。认为真值蕴涵即是所谓的蕴涵是错误,以此系统里的命题为表示推论关系的命题亦是错误。照此种看法此系统里的奇怪命题一些也不奇怪,$p.\supset.q\supset p$ 只是 $\sim p.v\sim qvp$, $\sim p.\supset.p\supset q$ 不过是 $p.v\sim pvq$,这三个都是穷尽这系统的一切可能真值的命题。如表示真值蕴涵的命题都是析取命题则根据此系统的推论是析取推论,这种推论之前提之一是有某型式的析取命题。例如此系统有 $\vdash: p.\sim p.\supset.q$ 一命题,它表示凡有 $p.\sim p.\supset.q$ 一型式的命题都是真命题,所以

(一) 美洲是红的 · ~美洲是红的. ⊃. 雪是黑的

为一真命题,我们可以从

（二）美洲是红的·～美洲是红的

及（一）推论到

（三）雪是黑的

命题（一）并不表示（二）与（三）有推论关系，它不过表示

（四）～美洲是红的 v 美洲是红的 v 雪是黑的

是一个真析取命题。我们不是从（二）推论到（三）而是从（一）及（二）推论到（三）。所以根据此系统的推论是根据此系统的命题的推论，这种推论除了它特有的前提［上例之（二）］外还以此系统之命题为前提。如甲乙各为一命题，同时此系统有一命题，此命题表示凡有甲⊃乙所有的型式的命题都是真命题，则根据此系统我们可以从甲⊃乙（～甲∨乙）及甲之真推论到乙之真。此处的推论关系不是甲与乙的关系而是～甲∨乙及甲二命题与乙的关系，所以甲与乙虽可无意义关联，本文的结论并不受影响。根据罗素系统的推论是析取推论，假如‘～’及‘∨’之意义皆已规定，我们不能设想有一与～甲∨乙及甲相应的事实而无与乙相应的事实，它们有意义的关联。

路易斯系统不是真值系统，这系统里最重要的关系是严格蕴涵，严格蕴涵也是一个有名义定义的关系，它的定义是：$p \prec q = \sim\Diamond(p. \sim q)$（Lewis and Langford, *Symbolic Logic*），这系统有一命题，$P \prec q = \sim\Diamond\sim(\sim p v q)$。所以严格蕴涵表示的也是析取，表示严格蕴涵的命题是析取命题。认为严格蕴涵即是所谓蕴涵是错误，以为表示严格蕴涵的命题即是表示推论关系的命题也是错误。据此则此系统里奇怪命题一点也不奇怪。$\sim\Diamond\sim p. \prec . q \prec p$ 只是 $\sim\Diamond\sim(\Diamond\sim p \vee \sim\Diamond(q. \sim p))$ 或 $\sim\Diamond(\sim\Diamond\sim p. \Diamond\sim(p \vee \sim q))$ 而 $\sim\Diamond p. \prec . p. \prec q$ 不过是 $\sim\Diamond\sim(\Diamond p \vee \sim\Diamond(p. \sim q))$ 或 $\sim\Diamond(\sim\Diamond p. \Diamond(p. \sim q))$ 这几个都是这系统的真析取命题或真关联命题。如表示严格蕴涵的命题是析取命题则根据此系统的推论是析取推论。例如根据此系统

（五）美洲是红的·～美洲是红的．$\prec$．雪是黑的

是一真命题,我们可以从

(六) 美洲是红的 · ~美洲是红的

及(五)推论到

(七) 雪是黑的

命题(五)并不表示(六)与(七)的推论关系,它不过表示

(八) ~◇~(~美洲是红的∨美洲是红的∨雪是黑的)

是真命题。根据路易斯系统的推论不是从(六)到(七)的推论而是(五)与(六)到(七)的推论。

如甲、乙各为一命题,同时此系统有一命题,此命题表示凡有甲⥽乙所有的型式的命题都是真命题,则根据此系统我们可以从甲⥽乙,即~◇~(~甲∨乙),及甲推论到乙。假如,'~','◇'及'∨'之意义皆已规定,我们不能设想有与~◇~(~甲∨乙)及甲相应之事实而无与乙相应之事实,它们有意义关联。

以上说明根据路易斯系统、罗素系统的推论的前提与结论间有意义关联。用同样方法我们可以说明根据其他现存的逻辑系统的推论都有如此性质。

用直觉来断定命题间有无推论关系的是自然推论,而认为我们断定命题间有无这种推论关系的标准正是上文所述之意义的关联。例如我们以为可以从

(九) 凡人皆有死

推论到

(十) 无人不死

但不能从

(十一) 白马非马