



普通高等教育“十一五”规划教材

高等师范院校数学教育系列丛书  
丛书主编/丁时进 王林全

# 中学数学解题研究

王林全 吴有昌 主编



科学出版社  
www.sciencep.com



## 内 容 简 介

本书紧扣数学新课标和当前学生的解题实际,内容包括绪论、数学问题解决的基本策略、数学解题理论概述、数学问题解决的一般方法、数学解题能力的培养、高中新课程新增内容解题研究.书中理论与实践并重,各章含有例题和习题,先练后讲、边讲边练、及时反思、总结规律,以提高学生解题的意识、能力和修养.

本书可作为高等师范院校数学教育专业大学生的教材使用,也可作为中学教师培训使用.

## 图书在版编目(CIP)数据

中学数学解题研究/王林全,吴有昌主编. —北京:科学出版社,2009  
(普通高等教育“十一五”规划教材·高等师范院校数学教育系列丛书)  
ISBN 978-7-03-023540-4

I. 中… II. ①王…②吴… III. ①数学课-解题-教学研究-师范大学-教材②数学课-解题-教学研究-中学 IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 189226 号

责任编辑:姚莉丽 / 责任校对:曾 茹  
责任印制:张克忠 / 封面设计:陈 敏

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双 青 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2009 年 3 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2009 年 3 月第一次印刷 印张:18

印数:1—4 000 字数:337 000

定 价: 30.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

## 《中学数学解题研究》编写组

主 编 王林全 吴有昌

编写者(按章节编写顺序)

王林全 苏洪雨 吴有昌

彭上观 许世红 张 晓

## 《高等师范院校数学教育系列丛书》序言

高等师范院校担负着培养新世纪中小学数学教师的职责,这些教师应能在新课程实施中发挥积极作用,具有改革与创新精神.当前,在校的师范生正在不断地提高自我职业素质,包括数学素质、数学教学素质,力求赶上时代的发展,满足国家对数学教师的职业发展的需求.

2001年《义务教育数学课程标准(实验稿)》发表,2003年《普通高中数学课程标准(实验)》发表,上述课程标准分别提出了义务教育和高中数学的新理念、新内容和新要求.当前,新课程正在各省、市、自治区逐步展开试验,未来的教师将要面临严峻的挑战.

### 1. 适应高师数学专业课程建设的需要

新课程的实施标志着新一轮数学课程改革的开始,为了培养适合新课程要求的数学教师,高等师范数学教育也要实行相应的改革.

#### (1) 新课程提出了新理念.

义务教育数学课程标准指出,要突出义务教育阶段的基础性、普及性和发展性.注意高中数学的基础性与选择性,从面向升学考试转变为面向全体学生,注意不同学生的不同需要,从单纯传授知识到关注学生的情感、态度、价值观的健康发展,关注学生数学能力的提高.

高中数学课程标准指出,数学学习、数学教学及其评价模式将要发生重大变化.数学学习由单纯的记忆、模仿和演练,转变为自主探索、合作交流与实践创新;数学教学由单纯的传递知识,转变为组织、引导学生学习,教师也要与学生共同学习;数学学习的评价由单纯评价学习的结果,转变为注重学生学习过程的变化和发展,真正体现学生在学习中的主体地位.

为了适应实施新课程的需要,师范生必须学习课程的新理念,学习数学教学的新理论,因此师范院校数学教学论课程也需要作相应的改革.

#### (2) 新课程安排了一系列新的教学内容与专题.

高中新课程提供了四个选修系列,使学校以及学生面临多种可能的选择.其中,选修系列1面向有志于在人文方向发展的学生的需要,选修系列2面向有志于在理工科方向发展的学生的需要;选修系列3安排了反映近现代数学思想的6个专题;选修系列4安排了初等数学拓展,应用数学初步的10个专题.众多的选修系列、众多的选修模块和专题,使得大量近代、现代数学的新内容、新方法大踏步进入高中数学,因此高中数学的总体程度将会显著提高.在这种新形势下,教师如何教,

如何指导学生学学习,这将是未来数学教学的严峻课题。

为了适应这种新形势,使师范生毕业后能胜任新课程的教学工作要求,华南师范大学数学科学学院提出了数学与应用数学(师范)专业课程的方案,本系列丛书是专业课程建设的重要组成部分。

(3) 师范生必须提高能力,适应未来的需要。

随着我国社会主义建设的发展,综合国力不断增强,教育事业不断发展,对教师的要求也在逐年提高,师范生要适应新课程的教学需要,也要应对在求职中遇到的新挑战。事实上,素质高的师范生更加受到学校的欢迎,他们在求职中有更大的优势,也有更多的选择余地。一个数学专业的师范生,如果具有扎实的数学专业功底、良好的教学表达能力,掌握现代教学技术手段,善于不断学习,努力充实提高,具有研究和创新的意向,敢于抢占数学教学的制高点,就能够适应学校的需要,也必然受到学生的尊重和欢迎。

## 2. 提高专业素养,适应时代的发展

数学教师的专业素养,反映在他們是否掌握高等数学的基础知识,是否能用高等数学的观点认识与探讨初等数学的有关问题,是否能运用有效的方法指导学生学学习数学、运用数学。

(1) 提高数学专业素养,驾驭课程发展。

为了提高教师的专业素养,各级教育部门、相关的学术团体正在积极组织教师进修,采取多种措施提高数学教师专业发展的积极性。例如,广州市中学数学教研会定期评选十佳数学教师,其中的硬条件是:①在数学课堂教学综合测评中取得优异成绩;②在教学研究论文评选中名列前茅;③在数学教师解题比赛中成绩突出。以上条件在一定程度上反映了对数学教师专业素养的较高要求。

课程改革经常进行,有较高专业素养的教师能以不变应万变,他们对所教的数学内容应该有深刻的理解,能够运用他们的数学知识灵活地处理教学中的问题,能够根据数学教学内容与进程,进行适当的教学设计,果断地作出教学的决定,充分调动学生学学习数学的积极性。

(2) 提高教学素养,适应新时期的教学需要。

有效的数学教学要求教师了解什么是学生所知道的、什么是学生所需要的,适时对学生提出挑战,并且支持他们把数学学好。

学生通过教师所提供的经验来学学习数学,教师必须知道并且深刻地理解他们所教的数学,理解他们所教的学生既是数学的学习者,也是应该被尊重的人。

虽然并不存在一种完全正确的教法,但是有许多有效的数学教学方法。选择和使用合适的课程材料,使用合适的教学工具和技术,以便支持学生的数学学学习,追求不断自我提高,正是优秀数学教师每天应该采取的行动。

在课堂教学中,教师有责任营造良好的智力环境,这种环境的标准就是鼓励学

生认真地进行数学思考.有效的数学教学要求决定任务的哪些方面是最精彩的;如何组织和协调学生的工作;向有不同水平和不同专长的学生提出什么问题;如何给予学生以适当的支持,而不要取代他们的思维过程.

有效的数学教学要求教师不断学习,努力提高.教师需要不断增加他们的数学知识,扩展教学法的知识,向学生和同事们学习,进行职业进修和自我反思.教师要善于与别人合作,新老教师结对,或者建立教学研究组织,通过观察、分析、讨论教学、研究学生的思路,实现有效的专业发展.然而,这些专业发展的新方式,尚未受到足够的重视.

教师需要有丰富的机会进行这种继续学习.教师的职业工作构成一种环境,使得能够支持不同模式的职业培训,从而使得教师和他们所教的学生都能受益.为了帮助师范生掌握新时代的教学理念,适应数学教学的基本要求,我们编著了《中学数学教学设计》一书.传统的数学教学论教材局限于数学知识和内容的教学,而该书超越了传统教材的局限性,系统地阐述了数学教学设计的原理与策略问题,数学教学设计的通用操作技术,基本课型的教学设计原理,数学问题解决的教学设计方法,数学活动课的教学设计思路,数学微型教学及其教学设计,数学课的说课、听课和评课,从而帮助师范生在更广阔的层面上思考数学教与学的新形势、新事物与新规律.

(3) 提高解题能力,引导学生思考.

解决问题是数学教学的重要组成部分,在日常生活中、在工作场所里,能够解决问题的人会取得巨大的优势.然而,解决问题不仅是学习数学的目的,也是学习数学的主要方法.解决问题应该落实于所有年级中,结合于数学的所有内容中.

解决问题意味着从事一项任务,其结果不是预先知道的,好的问题解决者应该具有良好的数学意向.他们能够用数学术语细致地分析状况,基于他们所看到的状况自然地提出问题.学生需要发展一系列解决问题的策略,诸如利用图表、寻找模式、尝试用特殊值或特殊情况等.教师应该适时引导学生形成解决问题的策略,根据解决问题的需要,对当前解决问题的策略作出监控和调整.

教师在发展学生的解决问题素质方面起着重要的作用.他们必须选好问题让学生去做,他们应该设计一种环境,激励学生探索、冒险、相互提问、分担失败、分享成功.在如此的环境中,学生发展探索问题的意向,形成解决问题的信心,发展制定策略、调整策略的能力.数学教师应该具有良好的解题意识,掌握解决问题的基本功,而且通过解题教学,提高学生的独立思考能力.

为了帮助师范生提高数学解题能力,我们编著了《中学数学解题研究》一书.某些传统的数学解题教科书,往往局限于探讨特定问题的解法与规律,该书注意打破这种局限性,系统地阐述了数学问题的意义,中学数学问题的基本类型与结构,解决问题的基本要求,分析求解数学问题的基本规律以及通过设计问题、分析问题和解决问题,提高学生的思维能力.该书还通过相关的试卷分析,评析学生在答题中

的常见错误,探讨致错的原因,寻求诊断与防治的方法,从而把数学问题解决与数学教学紧密地联系起来。

#### (4) 提高技术素养,更新教与学的手段。

在数学的教与学中,技术是一种基本要素,它能影响数学的教学,也能促进学生的学习。新课程重视信息技术与数学内容的整合。如何合理地运用信息技术,使数学教学取得更好的效果,这是广大数学教师十分关心的问题。

计算器与计算机正在改变着数学的现状,学校数学正在适应这种改变。如果合理地、负责地使用技术,学生学习数学将会更有效、更深入。利用技术,学生能够作出并且检查数学猜想,能够在较高水平上作出抽象和概括。随着新课程的逐步实施、国家经济实力的增强、技术条件的改善,我们预想所有的学生都将找到一条技术的途径,这将使得他(她)的数学学习更有实效。

技术也为有特殊需要的学生提供了选择。一些学生能够从强制性的任务中受益,他们能够用计算机从事任务。那些体力上受到挑战的学生,能够使用特殊技术提高学习效率。然而技术不能替代数学教师,它也不能替代基本的数学理解和直觉。如何使用与何时使用技术,教师应该慎重地作出决定。教师应该确保使用技术是为了提高学生的数学思维。

在运用信息技术方面,青年教师和师范生有一定的优势,人们也对他们在信息技术与课程的整合方面的作用寄予厚望。为了帮助师范生和青年教师在信息技术与数学课程的整合方面发挥更积极的作用,我们编著了《中学数学教学技术》一书,该书分析了国内外教育技术发展的概况,系统地阐明了几种常用的教学软件在数学教学中的运用,如 PowerPoint、几何画板、Authorware、Flash 以及手持数学教学技术等,这些技术在数学教学中各有优势,如果师范生掌握了这些技术,并根据不同的教学内容,灵活选用或者结合起来使用,将会取得更好的教学效果。和一般的计算机技术教材相比,该书的优势是与数学教与学的紧密结合,该书提供丰富的案例,供读者参考使用。如果有条件边操作边使用,将能取得更好的学习效果。

### 3. 继承优秀传统,立足发展创新

这套教材是华南师范大学数学科学学院本科教材建设的重要组成部分,被纳入数学科学学院数学与应用数学专业国家特色专业建设的规划,属于“十一五”规划“数学教学论”精品课程建设的系列,得到教育部、财政部与华南师范大学的大力支持。多年来,在华南师范大学和数学科学学院的大力支持下,经过本专业全体教师的共同努力,已经打下了坚实的基础。

#### (1) 深厚的教学积淀,丰硕的教学成果。

这套教材的编著出版绝对不是偶然的,它反映了多年来华南师范大学数学科学学院在数学教育课程改革和教材建设方面的深厚积淀。

1997年,华南师范大学“师范生数学教学能力的系统化培养”项目荣获广东省



优秀教学成果二等奖；

1998年，华南师范大学“中学数学教育学”课程被评为广东省高等学校重点课程；

2000年，华南师范大学“中学数学教育学”课程被评为广东省电化教育优秀课程；

2000年，华南师范大学“中学数学教育学”课程被评为广东省高等学校优秀课程；

2004年，本院教师主编的《普通高中数学新课程的试验与探索 上、下册》(高等教育出版社)被教育部审定为全国教师教育优秀课程资源；

2006年，本院教师主编的《高中数学必修课的教与学》(北京大学出版社)被教育部审定为全国教师教育优秀课程资源；

2006年，本院教师专著《现代数学教育研究概论》(广东高等教育出版社)被教育部审定为全国教师教育优秀课程资源。

以上只列举了获得省级以上表彰的教学成果和教材建设项目，其他相关著作还有许多。我们希望，本丛书的编著与出版发行，能够为广东省、华南地区乃至全国的数学教学人才培养作出更大的贡献。

## (2) 强大的教学梯队，崭新的设计特色。

参加本套教材的编著者，除了华南师范大学数学科学学院教师外，还有广州大学、广东教育学院等兄弟院校的教授、副教授、博士、硕士以及资深的数学教育专家。编著者们有深厚的数学教育功底，有长期从事高等师范院校数学教育研究的丰富经验，参加过数学教育多个项目的研究，参与过多本教材的写作。本套教材的许多案例、课例与范例，分别反映了作者们近年来数学教育研究的成果。

本套教材有几个显著的特色：

### 时代性特色

《义务教育数学课程标准》和《普通高中数学课程标准》的颁布和实施，是21世纪我国数学教育的新鲜事物，本丛书扣紧新课程的理念和要求，关注新型教学模式的建立，关注学习方式的改革。例如，以新修订的《义务教育数学课程标准》和正在实施中的《普通高中数学课程标准》为依据，进行相关的教学设计，从新课程的新高考中，从学生的答卷中选出典型的问题进行分析，有助于师范生了解数学教学的新进展和新问题。

### 实践性特色

本丛书注意紧密联系中小学数学教学实际，关注中小学生在出现的新问题。通过举例，帮助师范生领悟在教学实践中所遇到的相关问题的处理方法。同时教学软件、手持技术的运用，使得师范生更需要通过实践操作才能熟练掌握。

### 创新性特色

本丛书所探讨的，是基础教育数学课程改革的新鲜事物，是教育技术与新课程

整合遇到的新矛盾和新问题. 例如, 当前在教学研究中经常遇到的说课问题, 课程中新增内容的教与学的问题, 相关的数学问题的特点与规律的探讨, 以及教育技术在这些新增内容教学中的运用等, 都是本丛书力求解决的.

我们感谢华南师范大学数学科学学院对新教材的编写所给予的精神上、经费上的大力支持, 感谢数学科学学院给新教材提供了广阔的实验园地. 我们也感谢兄弟院校对这套新教材的热情支持、积极推介和广泛使用. 最后, 我们对科学出版社的领导对这套教材的大力支持, 对编辑们的辛勤劳动, 对他们细致的编审工作, 表示由衷的敬意和深切的感谢.

我们希望数学家、数学教育家以及使用这套教材的各兄弟院校师生, 对教材提出宝贵意见, 使它们在实践中不断完善, 为高等师范数学教育教材建设, 为数学教师的专业发展, 作出应有的贡献.

《高等师范院校数学教育系列丛书》主编

丁时进 王林全

2008年5月于广州

## 前 言

解题是数学教师职业生活必不可少的部分,数学教师备课时要解题,上课时要分析解题思路,批改作业时要评价学生解题的正误优劣,帮助学生提高解题能力,是数学教学的目的与任务之一。

师范大学应该帮助数学专业的师范生了解本专业的素养和技术要求,以便让师范生尽早适应未来数学教学的需要。数学教师的专业素养包括数学素养、数学教学理论素养和数学教学技能素养。一名优秀的数学教师应该有扎实的数学理论基础,敏捷而合理的数学思维素质,以及良好的数学解题能力,包括对解题过程的自我反思能力和流畅的数学表达与交流的能力。由此可见,解题的意识、能力和修养是数学教师专业素养的重要组成部分。

### 1. 本教材写作的目的意义

(1) 解题是数学教学的重要部分。数学教师在备课时要设计或选择问题,并且通过解决问题,把它作为帮助学生理解概念、运用定理、掌握方法、取得经验的重要步骤。在课外活动中,教师要指导学生解决形形色色的数学问题,在指导解决问题的过程中,帮助学生加深理解、温故知新、融会贯通。解题能力高的教师,会在教学中有更大的优势,会赢得学生更多的尊重。解题活动已经成为数学教师教职业生活中不可分割的部分。我们希望本教材能帮助师范生了解数学解题的意义与作用、方法与要领。

(2) 解题能力是数学教师重要的素养。各种各样的教学测试评价往往需要以解题为载体,小至单元测验,大至中考高考,国际数学教育比较研究,都要以解题及其结果作为评价的基础,因此数学教师既需要有较强的解题能力,也需要具备对解题过程的分析评价能力。我们不能要求每个数学教师都成为解题高手,但是,掌握解题的基本方法与规律是对数学教师的基本要求。到中学求职的师范毕业生,学校常会给他(她)一份某年高考题让他试解,如能应对自如,则有更多被录用的机会。广州市鼓励中学教师参加解题竞赛,这是被评为十佳青年教师的条件之一。我们希望本教材能帮助师范生掌握数学解题的思路、方法与表述要求。

(3) 解题是学好数学的重要途径。中国有句古训叫做“学而时习之”,我国许多优秀的数学家在谈到他们的学习经验时,都说学数学需要解决相当数量的习题。通过解题,既可积累经验,又可加深体会。高考与数学竞赛的优胜者,无不源于教师对他们严格的解题训练,以及他们自我刻苦学习,善于总结。名师出高徒,善于解题的教师才能培养出解题的高手。我们希望通过本教材的学习,师范生的解题能力能有

显著的提高。

(4)《中学数学解题研究》是普通高等教育“十一五”规划教材之一。本课程是华南师范大学的精品课程“数学教学论”的子课程,属于教育部、财政部第二批高等学校特色专业建设点“数学与应用数学”的专业主干课程。本教材是华南师范大学教学改革项目“数学课程改革的理论与实践”的研究成果。我们希望本教材能够成为师范大学本科教材建设的一项新的成果,为帮助师范生数学教学能力的形成作出新贡献。

## 2. 本教材的写作特色

### (1) 时代性特色——上靠课标,下联学生,与时俱进。

当前,《全日制义务教育课程标准》和《普通高中数学课程标准》逐步在全国范围试验和实施,同时,与之相应的教学评价改革与高考改革正在试验中。随着课程与教学改革的深入,数学问题设计形成某些新趋向。一些新增内容的考查点以及学习要求有某些变化,导致数学问题也有某些变化。这些变化引起教师们的关注,也应该在本教材中得到反映。本教材对于新课程中某些专题教学的变化,如圆锥曲线教学要求的变化,又如,对于概率统计、导数及其应用等新专题,文科数学与理科数学的教学要求的异同点,都给予全面的探讨。

尽管新课程带来新特点,然而,数学新课程的主干内容仍然保持相对的稳定性,数学的思想方法的基本运用,数学解题的思维方法,数学表述的格式规范,是长时间以来,人们在解题的过程中逐步形成的。这是文化的积淀,是应该继承和发扬的。本书根据作者长期参加教学研究,高考评卷分析研究,通过对考生答卷的分析,折射出在数学的教与学中当前存在的问题,从而对今后的数学解题的教与学提出有针对性的建议。与新课程接轨,与当前学生的解题实际紧密相连,构成了本教材的时代性、新颖性特色。

### (2) 结构性特色——两条主线,交替上升,相辅相成。

数学解题需要有一定的理论作指导,否则就会陷入盲目性。学习数学解题必须落实到解题的实践中。通过解题而学习解题,才能在实践中获得感悟,真正体会数学思想方法的威力。全书共有六章,其中三章阐述解题的理论问题,另三章是与数学解题相关的实际问题,理论与实践是本教材的两条主线,它们交替上升、相辅相成,成为本教材的两大支柱。对解题过程的分析,要注意有理论的指导,而阐述解题的理论,也要注意落实到对问题的研究中。交替上升、相互渗透、相辅相成,体现了本书理论与实践并重的结构特色。

数学解题教学不能就题论题,更不能单纯追求数量。作为学生解决数学问题的引路人,数学教师应该全面了解数学问题的意义,数学问题的特点,中学数学问题的类型与结构,各类问题的解答与表述要求(见第1章绪论);数学教师应该深入认识当前有代表性的数学解题理论,如著名数学家 G. 波利亚的数学解题理论、原苏

联数学教育家奥加涅相的数学解题模式和数学解题的要素等(见第3章数学解题理论概述),这样在指导学生解题时,既能高屋建瓴,又能恰到好处;数学教师应该全面掌握数学解题的基本思路与方法,及时了解与纠正学生在解题中的各种错误,并分析错误的原因(见第4章数学问题解决的一般方法),这样在批改作业时,就能做到有的放矢,点中要害。

4. 数学的解题教学应该落实在解题的实践中,作为数学教师应该帮助学生掌握数学解题的基本策略,指导学生掌握数学推理与证明的规范,各类问题的解答要求(见第2章数学问题解决的基本策略)。数学的解题教学应该讲求实效,这种实效表现为学生数学能力的提高,表现为正确数学观念的形成。在培养学生数学能力的同时,教师自身的数学能力也得到提升,这就是教学相长的原理(见第5章数学解题能力的培养)。数学的解题教学效果应该经受各种考验,包括统考与考试的考验。由于课程的新增内容受到广泛的关注,因而,课程新增内容的问题特点和趋势也十分值得研究。本书对新课程中概率与统计、算法、导数及其应用等专题的问题解决了重点研究,相信对新课程的教学有良好的参考价值(见第6章高中新课程新增内容解题研究)。

(3) 实践性特色——动手操作,观察发现,边干边学。

本书的实践性特色表现为三个方面:

第一,数学解题活动应该以解题的实践为主,对问题的分析和求解成为本书内容的主要载体。鼓励学生边干边学,在解题的实践中学习解题是本书的主要特色。本书各章含有例题和习题,对于例题的教学,我们赞成先练后讲,边练边想,及时讲评。通过总结反思,感悟数学的原理和方法。

第二,在解题的实践中,各种层次的数学问题要配搭适当,既要有数学基础的问题,也要有现实生活背景的问题,而这正是学生在数学学习中相对薄弱的方面。实践性特色还表现为用数学的眼光,观察实际问题,解决实际问题。本书各章含有一些与实际情景相关的问题,这些问题来自现实生活,易为学生了解,从而有利于培养学生运用数学知识解决实际问题的意向和能力。

第三,新课程提倡自主探索、动手实践、合作交流、阅读自学等学习数学的方式,本书也选取了与这些学习方式相配合的数学问题与练习,包括与当代社会生活紧密结合的问题,需要动手实践,参加实验才能解决的问题,需要观察数据才能发现规律的问题。学生可以从这些问题中体会到数学问题的多样性和挑战性,从而感受到数学的美和数学的魅力。本书所提到的问题大多来自历年的高考题、数学竞赛问题。考虑到新课标只提出基本的教学要求,有时我们会突破它的局限性,选取一些数学课程标准以外的、有启发性的问题。我们主张,在数学解题教学中,应该从学生实际出发,采取先练后讲、边讲边练、合作研究、及时反思、总结规律的方法。

### 3. 本教材的写作分工

本教材是写作小组集体劳动的成果,也是作者们的数学教学研究和教学评价研究的成果.本书由王林全确定全书的内容框架,吴有昌参加讨论.全书各章的编写分工是:王林全负责第1章、第2章和全书统稿;吴有昌负责第4章,并协助全书统稿;苏洪雨负责第3章;彭上观负责第5章;许世红、张晓负责第6章.写作组全体成员都为教材的成书作出了应有的贡献.

由于水平所限,书中难免存在某些疏漏,敬请专家、教师和读者在使用中及时提出,不吝指正,以期教材在使用中不断完善.

本书的编写得到了许多同行专家的指导和帮助,特别是华中师范大学的各位专家,他们为本书的编写提供了许多宝贵的意见和建议.本书的编写得到了华中师范大学领导的大力支持,特别是华中师范大学的各位领导和同事,他们为本书的编写提供了许多宝贵的意见和建议.本书的编写得到了华中师范大学领导的大力支持,特别是华中师范大学的各位领导和同事,他们为本书的编写提供了许多宝贵的意见和建议.

本书的编写得到了许多同行专家的指导和帮助,特别是华中师范大学的各位专家,他们为本书的编写提供了许多宝贵的意见和建议.本书的编写得到了华中师范大学领导的大力支持,特别是华中师范大学的各位领导和同事,他们为本书的编写提供了许多宝贵的意见和建议.

# 目 录

<b>第 1 章 绪论</b> .....	1
1.1 数学解题的意义 .....	1
1.2 数学问题特点 .....	1
1.3 中学数学问题的类型与结构 .....	6
1.4 在新课程中对数学解题观的变化.....	11
1.5 新课程内容的增减与变化.....	16
参考文献 .....	22
<b>第 2 章 数学问题解决的基本策略</b> .....	23
2.1 审题策略——精审题意,严把条件 .....	23
2.1.1 全面收集信息 .....	23
2.1.2 挖掘隐含条件 .....	25
2.2 分析策略——抓住特征,寻求启示 .....	27
2.2.1 抓住图形的几何特征 .....	28
2.2.2 抓住文字所表述的数量关系 .....	28
2.2.3 抓住数学符号的形式化暗示 .....	29
2.3 联想策略——纵横交错,贯通思路 .....	30
2.3.1 联想已有经验 .....	30
2.3.2 注意抓住本质 .....	31
2.4 化归策略——化隐为显,化难为易 .....	33
2.4.1 化归的意义 .....	33
2.4.2 化归的目标 .....	35
2.4.3 化归的方向 .....	36
2.4.4 化归的基本策略 .....	40
2.4.5 化归的灵感 .....	43
2.4.6 提高化归的能力 .....	46
2.5 表述策略——说理清楚,抓住关键 .....	48
2.5.1 言必有据 .....	48
2.5.2 思维慎密 .....	50
2.6 答题策略——心态平和,讲究顺序 .....	54
2.6.1 先易后难,树立信心——填空题、选择题的解答策略 .....	54

2.6.2 每分必争,步步为营——解答题的求解策略 .....	57
2.6.3 适时反思,有错必纠——解题思维自我监控的策略 .....	58
习题 .....	60
习题参考答案 .....	62
参考文献 .....	69
<b>第3章 数学解题理论概述</b> .....	<b>70</b>
3.1 问题及数学问题 .....	70
3.1.1 什么是问题 .....	70
3.1.2 数学问题 .....	72
3.1.3 数学问题的类型 .....	80
3.2 数学解题的一般模式 .....	83
3.2.1 产生式模式 .....	83
3.2.2 波利亚的解题表 .....	86
3.2.3 其他模式 .....	89
3.3 数学解题的要素 .....	90
3.3.1 数学认知结构 .....	90
3.3.2 问题表征 .....	91
3.3.3 启发法 .....	97
3.3.4 调节 .....	102
3.4 数学解题的价值 .....	103
3.4.1 巩固知识和技能,提高数学理解能力 .....	103
3.4.2 改善数学思维品质,掌握数学思想和方法 .....	104
3.4.3 了解数学学习情况,评价数学学习 .....	106
习题 .....	107
习题参考答案 .....	108
参考文献 .....	109
<b>第4章 数学问题解决的一般方法</b> .....	<b>111</b>
4.1 数学模型方法 .....	111
4.1.1 数学模型概述 .....	112
4.1.2 数学模型方法在中学数学中的应用 .....	112
4.2 化归方法 .....	119
4.2.1 命题间的关系 .....	119
4.2.2 数形结合 .....	120
4.2.3 映射方法 .....	124
4.3 特殊化方法与一般化方法 .....	128



4.3.1	特殊化方法	128
4.3.2	一般化方法	132
4.3.3	特殊化与一般化的关系	135
4.4	数学证明的重要方法	135
4.4.1	数学证明	135
4.4.2	数学证明的一般方法	136
4.5	中学数学解题中的常见错误剖析	142
4.5.1	审题不周,遗漏信息	142
4.5.2	基础不牢,思路受阻	143
4.5.3	忽视范围,换元失效	144
4.5.4	忽视条件,产生逻辑错误	145
4.5.5	作图出错	148
	习题	149
	习题参考答案	151
	参考文献	155
<b>第5章</b>	<b>数学解题能力的培养</b>	<b>156</b>
5.1	数学解题与数学教师的解题能力结构	156
5.1.1	数学解题能力与教师的威信	156
5.1.2	数学教师应具备的解题能力结构	157
5.2	影响学生解题能力的因素分析	159
5.2.1	数学问题本身的因素对解题的影响	160
5.2.2	学生自身的因素对解题的影响	163
5.2.3	教学因素对学生解题的影响	172
5.3	如何提高数学解题能力	174
5.3.1	夯实数学学科基础,打好数学解题基本功	175
5.3.2	掌握必要的解题理论,用理论指导解题实践	183
5.3.3	通过解数学题,在实践中获得解题素养	185
5.3.4	重视非智力因素,持续提高解题能力	209
5.4	紧扣课程改革实际,不断提升数学解题内功	210
5.4.1	数学问题发展的若干趋势	211
5.4.2	提高解题能力的十条要诀	216
	习题	217
	习题参考答案	218
	参考文献	222
<b>第6章</b>	<b>高中新课程新增内容解题研究</b>	<b>223</b>