

职业技术教育机类系列教材

ZHIYE JISHU JIAOYU JILEI XILIE JIAOCAI



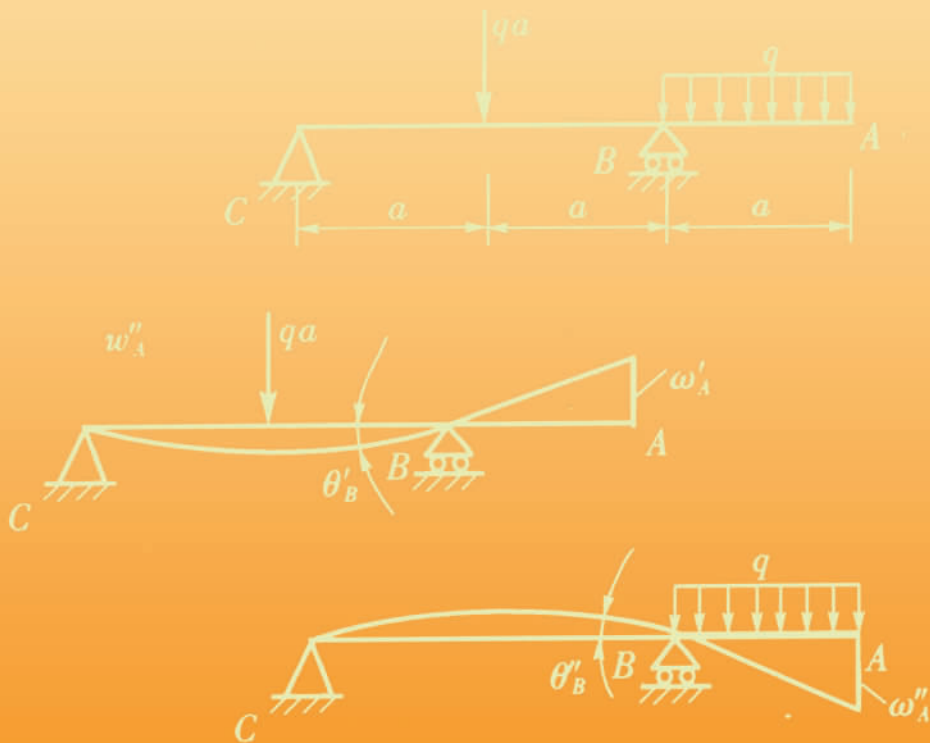
安徽省高等学校“十一五”省级规划教材

工程力学

(第三版)

GONGCHENG LIXUE

● 主 编 陈传胜 蔡宗福
副主编 何晓皖 孙怀陵
主 审 杜兰萍 王业生



时代出版传媒股份有限公司
安徽科学技术出版社

机类高职高专教育系列教材

工 程 力 学

主 编	陈传胜	蔡宗福	
副 主 编	何晓皖	王贤虎	
参编人员	王刘宾	王苏玉	郭 薇
主 审	杜兰萍		



安徽科学技术出版社

前 言

本书是根据机类高职高专职业技术教育系列教材《工程力学》教学大纲编写而成,适合作为高职高专机类和近机类相关专业 70~90 学时的工程力学课程的教学用书。

本书在编写过程中,充分汲取了高等职业院校近年来的教学改革经验,力求体现高职高专培养技术应用型专门人才的特色,在理论阐述上以“必需、够用”为度,简化理论推导,强化应用,加强理论与工程实际的联系。每章附有思考题与习题,适应高职高专生源多样化的教学需求。

参加本书编写的有:安徽职业技术学院何晓皖(第一章、附录),安徽职业技术学院蔡宗福(第二章),安徽机电职业技术学院王苏玉(第三章),安徽水利水电职业技术学院王贤虎(第四章),安徽职业技术学院陈传胜(前言、绪论、第五、七章、第八章第一节),安庆职业技术学院王刘宾(第六、十章),安徽水利水电职业技术学院郭薇(第八章第二、三、四、五、六节,第九章)。全书由安徽职业技术学院陈传胜、蔡宗福任主编,何晓皖、王贤虎任副主编。

本书由安徽职业技术学院杜兰萍和安徽工业经济职业技术学院王业生两位副教授担任主审,两位同志为本书的编写提出了很多宝贵的意见,谨此致谢!

由于编写时间仓促,加之编者水平有限,书中缺点与错误在所难免,殷切希望广大读者提出批评和指正。

编 者

目 录

绪 论	1
-----	---



第一章 静力学的基本概念	4
第一节 力的概念	4
第二节 力对点之矩	8
第三节 力偶	10
第四节 力的平移定理	13
第五节 约束与约束力	14
第六节 受力图	18
思考题与习题	22
第二章 平面力系	26
第一节 平面汇交力系	27
第二节 平面任意力系向作用面内任意一点简化	30
第三节 平面任意力系的平衡方程及其应用	33
第四节 静定和超静定问题 物体系统的平衡	40
第五节 考虑摩擦时物体的平衡问题	45
思考题与习题	50
第三章 空间力系和重心	58
第一节 力沿空间直角坐标轴的分解和投影	58
第二节 空间汇交力系的合成与平衡	60
第三节 力对轴之矩	61
第四节 空间力系的平衡条件及平衡方程	63
第五节 空间力系问题的平面解法	67
第六节 物体的重心与形心	70
思考题与习题	74

第二篇 材料力学

第四章 轴向拉伸与压缩	81
第一节 轴向拉伸或压缩的概念与实例	81
第二节 截面法、轴力与轴力图	82
第三节 横截面上的应力	85
第四节 轴向拉压杆时的变形 胡克定律	88
第五节 材料在轴向拉压时的力学性能	91
第六节 轴向拉压杆的强度计算	97
第七节 拉压超静定问题的简介	101
第八节 压杆稳定的概念	103
思考题与习题	111
第五章 剪切和挤压的实用计算	115
第一节 剪力和挤压的概念与实例	115
第二节 剪切和挤压的实用计算	116
思考题与习题	119
第六章 圆轴扭转	120
第一节 圆轴扭转的概念与实例 扭矩与扭矩图	120
第二节 圆轴扭转时的应力与强度计算	124
第三节 圆轴扭转时的刚度计算	126
思考题与习题	128
第七章 平面弯曲	132
第一节 平面弯曲的概念与实例	132
第二节 平面弯曲内力——剪力和弯矩	134
第三节 剪力图与弯矩图	138
第四节 弯矩、剪力与载荷集度间的关系	143
思考题与习题	148
第八章 平面弯曲梁的强度与刚度计算	152
第一节 纯弯曲时梁的正应力	152
第二节 常用截面二次矩 平行移轴公式	154
第三节 弯曲正应力强度计算	156
第四节 梁的弯曲变形概述	159
第五节 用叠加法求梁的变形	160

第六节 提高梁的强度和刚度的措施·····	164
思考题与习题·····	165
第九章 应力状态和强度理论·····	170
第一节 轴向拉压杆斜截面上的应力·····	170
第二节 应力状态的概念·····	171
第三节 平面应力状态分析简介·····	172
第四节 强度理论·····	181
思考题与习题·····	185
第十章 组合变形时杆件的强度计算·····	188
第一节 弯曲与拉伸(压缩)组合变形的强度计算·····	188
第二节 弯曲与扭转组合变形的强度计算·····	190
思考题与习题·····	194
附录 型钢规格表·····	197
表 1 热轧等边角钢(GB 9787—88) ·····	197
表 2 热轧不等边角钢(GB 9788—88) ·····	201
表 3 热轧工字钢(GB 706—88)·····	205
表 4 热轧槽钢(GB 707—88)·····	207
参考文献·····	209

绪 论

一、工程力学的研究对象

本教材是针对高职高专教育机类和近机类专业相关编写的,主要内容包括静力学、材料力学两个部分。

静力学是研究物体系统的平衡问题,平衡是机械运动的特殊形式,所以在工程力学中首先要研究物体受力后的平衡条件以及它在工程中的应用,这是静力学部分的主要任务。

材料力学部分的主要任务是研究构件在外力作用下的变形、受力和破坏的规律,为合理设计构件提供有关强度、刚度和稳定性分析的基本理论和方法。

二、工程力学的研究方法

工程力学和其他学科一样,其研究方法离不开认识过程的客观规律。工程力学的研究方法是:从实践中发现问题,经过抽象、综合和归纳,建立公理或提出合理的假设,再用数学演绎和逻辑推理的方法获得定理和结论,然后再通过实践来验证理论的正确性。

观察和实验是认识力学规律的重要实践环节。人们通过观察生活和生产实践中的各种现象,并通过实验抓住主要因素,忽略次要因素,经过分析、综合和归纳,总结出力学的最基本规律。比如力矩和力偶的概念、二力平衡公理、力的平行四边形法则等。

在观察和实验的基础上,用抽象化的方法建立理想的力学模型。抽象化就是在客观事物的复杂现象中,抓住主要因素,忽略次要的、偶然性的因素,深入事物本质,明确事物间的内在联系。但是抽象化的方法是有条件的、相对的,随着研究问题条件的改变,原来抽象的力学模型就不一定适用了。

在建立力学模型的基础上,根据公理、定律和基本假设,借助数学的方法,通过演绎、推理,得到各种形式正确的具有物理意义和实用价值的定理和结论。

工程力学是前人经过无数次“实践—理论—实践”的循环反复过程,使认识不断深化和提高,逐步总结和归纳出一整套关于物体机械运动的一般规律及构件强度、刚度和稳定性计算的合理方法。因此,作为当代的学生学习并接受工程力学的知识是完全必要的,并要在生产实践中应用、验证和发展工程力学。

三、学习工程力学的目的

工程力学是现代工程技术的重要基本理论之一,无论是工程结构、机械与电气设备、控制与自动化、生产工艺等科学技术都需要工程力学。因此,工程技术人员必须掌握一定的工程力学知识,以便在生产实践中应用这些规律,探索与专业结合的技术改革的途径,促进科学技术的发展。

工程力学是工程类专业教学计划中一门重要的技术基础课,它是其他技术课和专业课的基础。此外,由于工程力学本身的特点,学习工程力学也有助于学生树立辩证唯物主义的世界观,培养正确的分析问题和解决问题的能力,为今后解决生产实际问题打下一定的基础。

第一篇 静力学

静力学是研究物体在力系作用下的平衡规律的科学。

所谓力系,是指作用于物体上的一群力。静力学中的平衡是指物体相对于地面保持静止或做匀速直线运动的状态。物体的平衡总是暂时的和相对的。例如地面上的建筑物,相对地面是静止的,但它要随着地球的自转和公转不断地运动,所以平衡是相对的。还比如在直线轨道上运行的列车,当牵引力和摩擦力等阻力相等时做匀速直线运动,但这种受力关系很难时刻维持平衡,所以平衡是暂时的。

工程实际中的许多物体,在力的作用下,它们的变形一般很微小,对平衡问题影响也很小,为了简化分析,我们把物体视为刚体。所谓刚体,是指在任何外力的作用下,物体的大小和形状始终保持不变的物体。静力学的研究对象仅限于刚体,所以又称之为刚体静力学。

物体在力系作用下处于平衡状态时,称该力系为平衡力系。作用于物体上的力系若使物体处于平衡状态,必须满足一定的条件,这些条件称为力系的平衡条件。如果作用于物体上的某一力系可以用另一力系来代替,而不改变原有的状态,这两个力系互称等效力系。如果一个力与一个力系等效,则称此力为该力系的合力,这个过程称为力的合成;而力系中的各个力称此合力的分力,将合力代换成分力的过程称为力的分解。在研究力学问题时,为方便地显示各种力系对物体作用的总体效应,用一个简单的等效力系(或一个力)代替一个复杂力系的过程称为力系的简化。力系的简化是刚体静力学的基本问题之一。

在静力学中主要研究两个问题:

1. 力系的简化

将一些比较复杂的力系用作用效果完全相同的简单力系或一个力来代替,称为力系的简化。

2. 力系的平衡

在设计构件时,必须先分析构件的受力情况,然后应用力系的平衡条件计算出所受的未知力,最后才能根据材料的性能确定构件的几何尺寸。

静力学在工程实践中应用广泛,而且也为材料力学的学习和后续课程的学习做好了准备,所以学好静力学非常重要。

第一章 静力学的基本概念

第一节 力的概念

一、力的定义

力的概念是人们在长期的生产劳动和生活实践中逐步形成的,通过归纳、概括和科学的抽象而建立的。力是物体之间相互的机械作用,这种作用使物体的机械运动状态发生改变,或使物体产生变形。力使物体的运动状态发生改变的效应称为外效应,而使物体产生变形的效应称为内效应。刚体只考虑外效应;变形固体还要研究内效应。经验表明,力对物体作用的效应完全决定于以下力的三要素:

(1)力的大小。是物体相互作用的强弱程度。在国际单位制中,力的单位用牛顿(N)或千牛(kN), $1\text{ kN}=10^3\text{ N}$ 。

(2)力的方向。包含力的方位和指向两方面的涵义。如重力的方向是“竖直向下”。“竖直”是力作用线的方位,“向下”是力的指向。

(3)力的作用位置。是指物体上承受力的部位。一般来说力的作用位置是一块面积或体积,称为分布力;而有些分布力分布的面积很小,可以近似看做一个点时,这样的力称为集中力。

如果改变了力的三要素中的任一要素,也就改变了力对物体的作用效应。

既然力是有大小和方向的量,所以力是矢量。可以用一带箭头的线段来表示,如图 1-1 所示,线段 AB 长度按一定的比例尺表示力 F 的大小,线段的方位和箭头的指向表示力的方向。线段的起点 A 或终点 B 表示力的作用点。线段 AB 的延长线(图中虚线)表示力的作用线。

本教材中,用黑体字母表示矢量,如 $\mathbf{F}$,用对应字母表示矢量的大小,如 F 。

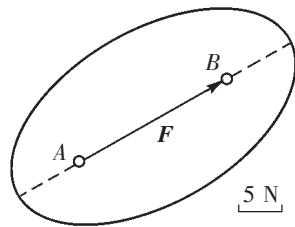


图 1-1 力的表示方法

(一) 力在直角坐标轴上的投影

如图 1-2 所示,设力 $\mathbf{F}$ 作用于刚体上的 A 点,在力作用的平面内建立坐标系 Oxy ,由力 $\mathbf{F}$ 的始端和末端分别向 x 轴作垂线,得垂足 a_1 和 b_1 ,则线段 a_1b_1 冠以相应的正负号称为力 $\mathbf{F}$ 在 x 轴上的投影,用 F_x 表示。即 $F_x = X = a_1b_1$;同理,力 $\mathbf{F}$ 在 y 轴上的投影用 F_y 表示,即 $F_y = Y = a_2b_2$ 。

力在坐标轴上的投影是代数量,它的正负号规定是:力的投影由始端 a_1 到末端 b_1 (或始端 a_2 到末端 b_2) 与坐标轴正向一致其投影取正号,反之取负号。投影与力的大小及方向有关,若已知力 $\mathbf{F}$ 的大小为 F (恒为正值),它与 x 轴的夹角为 α (取锐

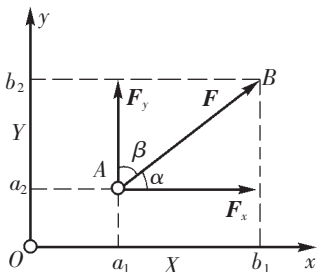


图 1-2 力的投影与分量

角), 则力在轴上的投影 F_x 、 F_y 可按下式计算:

$$F_x = a_1 b_1 = \pm F \cos \alpha$$

$$F_y = a_2 b_2 = \pm F \sin \alpha$$

式中 α 为 F 与 x 轴正向所夹的锐角。

应当注意, 力的投影和力的分量是两个不同的概念。投影是代数量, 而分力是矢量; 投影无所谓作用点, 而分力作用点必须作用在原力的作用点上。另外仅在直角坐标系中在坐标轴上的投影的绝对值和力沿该轴的分量的大小相等。所以我们在求力的投影量时, 只要解出力在直角坐标系中的 x 和 y 轴的正交分力即可。

(二) 合力投影定理

延伸: 当物体上作用四个力 F_1 、 F_2 、 F_3 、 F_4 时, 用合力投影定理求合力:

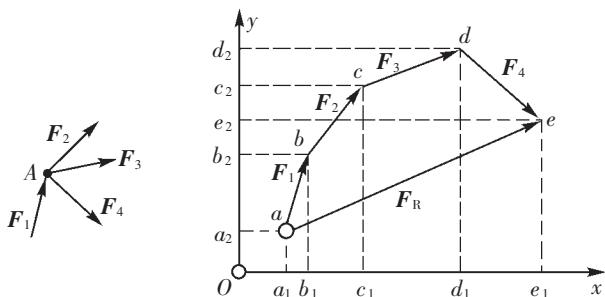


图 1-3

①当刚体作用 F_1 、 F_2 、 F_3 、 F_4 四个力时, 其力的多边形 $abcde$ 如图 1-3 所示, 封闭边 ae 表示该力系的合力矢 F_R , 在力的多边形所在平面内取一坐标系 Oxy , 将所有的力矢都投影到 x 轴和 y 轴上。由图 1-3 可知:

$$a_1 e_1 = a_1 b_1 + b_1 c_1 + c_1 d_1 + d_1 e_1$$

即

$$F_{Rx} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x}$$

同理

$$F_{Ry} = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y}$$

②将上述关系式推广到任意平面汇交力系的情形, 当物体上作用 n 个力 F_1 、 F_2 、 $\dots$ 、 F_n , 用上述方法可得:

$$F_{Rx} = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum F_x$$

$$F_{Ry} = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \sum F_y$$

即合力在任一轴上的投影, 等于各分力在同一轴上投影的代数和, 这就是合力投影定理。

二、静力学公理

所谓公理就是无需证明就为大家在长期生活和生产实践中所公认的真理。静力学公理是静力学全部理论的基础。

公理 1 二力平衡公理

作用于同一刚体上的两个力, 其平衡的必要与充分条件是: 力的大小相等, 方向相反, 作用在同一直线上。如图 1-4(a) 所示, 物体置于水平面上, 受到重力 G 和水平面上的作用力 F_N 作用而处于平衡状态, 这两个力必须等值、反向、共线。反之, 如图 1-4(b) 所示, 若作用于刚

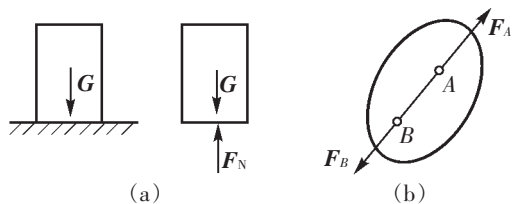


图 1-4 二力平衡公理

体上的两个力 F_A 和 F_B 等值、反向、共线,则该刚体必处于平衡状态。

此公理给出了作用于刚体上的最简力系平衡时所必须满足的条件,是推证其他力系平衡条件的基础。

二力构件 在两个力作用下处于平衡的构件一般称为二力构件,若二力构件的形状为杆状则称之为二力杆。工程实际中一些构件的重力和它所承受的载荷相比小得多,可以忽略不计,若它们只受两个外力作用而平衡,则可简化为二力构件。

如图 1-5(a)所示托架中,杆 AB 不计自重,在 A 端和 B 端分别受到力 F_A 、 F_B 的作用而处于平衡,此两个力必过这两个力的作用点 A 、 B 的连线。再如图 1-5(b)所示的三铰拱桥结构中,不计拱桥自重时,在力 F 的作用下, BC 半拱 F_B 、 F_C 作用处于平衡,则这两个力的作用线与两个力的作用点 B 、 C 的连线重合[见图 1-5(c)]。

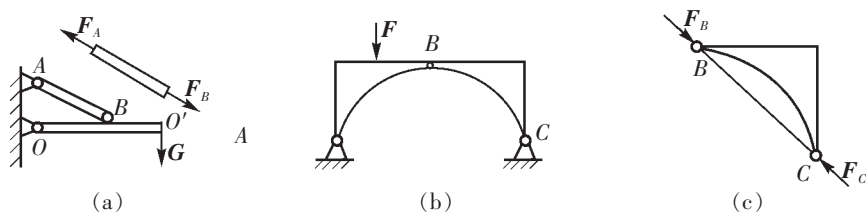


图 1-5 二力构件和二力杆

公理 2 加减平衡力系公理

在作用于刚体上的任意力系中,加上或减去一个或多个平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用效应,此即加减平衡力系公理。

由上述公理可引申出力的可传性原理:

推论 1 力的可传性原理

作用于刚体上某点的力,可沿其作用线滑移到该刚体上的任何位置而不会改变原力对刚体的作用效应。如图 1-6 所示,刚体上 A 点受力 F 的作用,在 F 的作用线上的 B 点加上一对平衡力 F_1 、 F_2 ,且 $F=F_1=F_2$,则 F 与 F_2 又形成一对平衡力,根据公理 2,减去 F 、 F_2 不会影响原有力作用效应,则剩下的 F_1 与原先的力 F 等效。这也就证明了力的可传性原理。

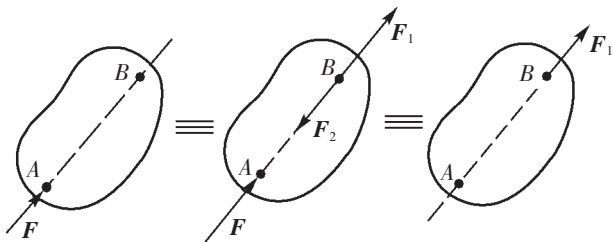


图 1-6 加减平衡力系公理

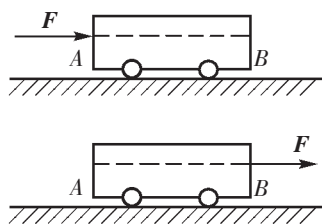


图 1-7 力的可传性原理

图 1-7 所示的小车, A 点的作用力 F 和 B 点的作用力 F 对小车的的作用效应完全相同。

由此原理可知:力对刚体的作用效应,取决于力的大小、方向、作用线。必须指出,力的可传性原理只适用于刚体。

公理 3 力的平行四边形公理

作用于物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力,合力也作用于该点,其大小和方向可用此两力为邻边所构成的平行四边形的对角线来表示,此即力的平行四边形公理。如图 1-8 所示, $\mathbf{F}_R$ 是 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 的合力,其运算也应按矢量运算法则进行,其矢量合成式为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

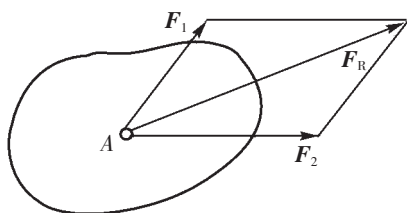


图 1-8 力的平行四边形公理

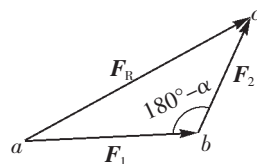


图 1-9 力的三角形法则

在求共点两个力的合力时,我们常采用力的三角形法则:如图 1-9 所示,从刚体外任选一点 a 作矢量 ab 代表力 $\mathbf{F}_1$,然后从 ab 的终点作 bc 代表力 $\mathbf{F}_2$,最后连起点 a 与终点 c 得到矢量 ac ,则 ac 就代表合力矢 $\mathbf{F}_R$ 。分力矢与合力矢所构成的三角形 abc 称为力的三角形。这种合成方法称为力的三角形法则。

一个力也可以分解为两个分力,分解也按力的平行四边形公理来进行。显然,由已知力为对角线可作无穷多个平行四边形,如图 1-10 所示,故必须附加一定的条件,才可能得到确切的结果。附加的条件可能为:①规定两个分力的方向;②规定其中一个分力的大小和方向;③规定两个分力的大小。

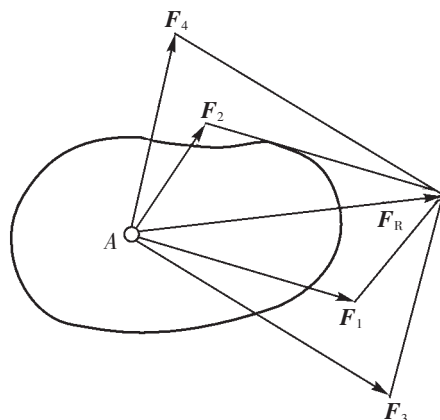


图 1-10 力的分解

推论 2 三力平衡汇交原理

刚体受同一平面内互不平行的三个力作用而平衡时,则此三力的作用线必然汇交于一点。

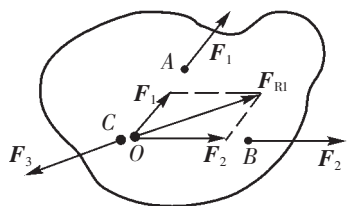


图 1-11 三力平衡汇交原理

证明:设在刚体上三点 A 、 B 、 C 分别作用有力 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 、 $\mathbf{F}_3$,它们互不平行,且为平衡力系,如图 1-11 所示,根据力的可传性原理,将力 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$ 移至汇交点 O ,根据力的平行四边形公理,得合力 $\mathbf{F}_{R1}$,则力 $\mathbf{F}_3$ 与 $\mathbf{F}_{R1}$ 平衡,由公理 1 知, $\mathbf{F}_3$ 与 $\mathbf{F}_{R1}$ 必共线,所以力 $\mathbf{F}_3$ 的作用线必过点 O 。

公理 4 作用力与反作用力公理

两物体间的作用力与反作用力,总是大小相等、方向相反,沿同一作用线,分别同时作用于两个相互作用的物体上,此即作用力与反作用力公理。

物体间的作用力与反作用力总是同时出现,同时消失。可见,自然界中的力总是成对地存在,而且同时分别作用在相互作用的两个物体上。这个公理概括了任何两个物体间的相互作用的关系,不论对刚体或变形体,不管物体是静止的还是运动的都适用。应该注意,作用力与反作用力虽然等值、反向、共线,但它们不能平衡,因为二者分别作用在两个物体上,不可与二力平衡公理混淆起来。

第二节 力对点之矩

一、力矩的概念

力不仅可以改变物体的移动状态,而且还能改变物体的转动状态。力使物体绕某点转动的力学效应,称为力对该点之矩。以扳手旋转螺母为例,如图 1-12 所示,设螺母能绕点 O 转动。由经验可知,螺母能否旋动,不仅取决于作用在扳手上的力 F 的大小,而且还与点 O 到 F 的作用线的垂直距离 d 有关。因此,用 F 与 d 的乘积作为力 F 使螺母绕点 O 转动效应的量度。其中距离 d 称为 F 对 O 点的力臂,点 O 称为矩心。由于转动有逆时针和顺时针两个转向,则力 F 对 O 点之矩定义为:力的大小 F 与力臂 d 的乘积冠以适当的正负号,以符号 $M_O(F)$ 表示,记为

$$M_O(F) = \pm Fd \quad (1-1)$$

通常规定:力使物体绕矩心逆时针方向转动时,力矩为正,反之为负。

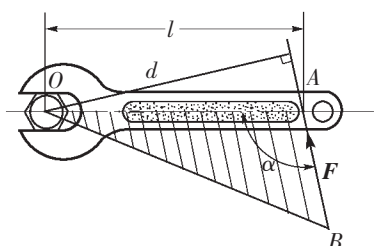


图 1-12 力对点之矩

由图 1-12 可见,力 F 对 O 点之矩的大小,也可以用三角形 OAB 的面积的两倍表示,即

$$M_O(F) = \pm 2S_{\triangle ABO} \quad (1-2)$$

在国际单位制中,力矩的单位是牛顿·米($N \cdot m$)或千牛·米($kN \cdot m$)。

由上述分析可得力矩的性质:

- (1) 力对点之矩,不仅取决于力的大小,还与矩心的位置有关。力矩随矩心的位置变化而变化。
- (2) 力对任一点之矩,不因该力的作用点沿其作用线移动而改变,再次说明力是滑移矢量。
- (3) 力的大小等于零或其作用线通过矩心时,力矩等于零。

二、合力矩定理

定理:平面汇交力系的合力对其平面内任一点的矩等于所有各分力对同一点之矩的代数和

证明:设刚体上的 A 点作用着一平面汇交力系,力系的合力为 F_R 。在力系所在的平面内任选一点 O ,过 O 作 Oy 轴,且垂直于 OA ,如图 1-13 所示。则图中 $Ob_1, Ob_2, \dots, Ob_n$ 分别等于力 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 和 F_R 在 Oy 轴上的投影 $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ 和 Y_R 。现分别计算 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 和

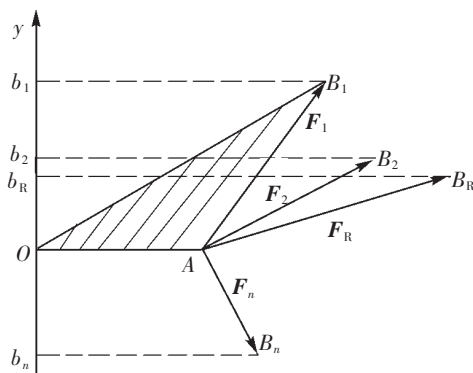


图 1-13 合力矩定理

由图 1-11 可以看出:

$$\left. \begin{aligned} M_O(\mathbf{F}_1) &= Ob_1 \cdot OA = Y_1 \cdot OA \\ M_O(\mathbf{F}_2) &= Ob_2 \cdot OA = Y_2 \cdot OA \\ &\vdots \\ M_O(\mathbf{F}_n) &= Ob_n \cdot OA = Y_n \cdot OA \\ M_O(\mathbf{F}_R) &= Ob_R \cdot OA = Y_R \cdot OA \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

$$Y_R = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n$$
$$Y_R \cdot OA = Y_1 \cdot OA + Y_2 \cdot OA + \dots + Y_n \cdot OA$$
$$M_O(\mathbf{F}_R) = M_O(\mathbf{F}_1) + M_O(\mathbf{F}_2) + \dots + M_O(\mathbf{F}_n)$$
$$M_O(\mathbf{F}_R) = \sum M_O(\mathbf{F}) \quad (1-4)$$

【例 1-1】 试计算图 1-14 中力 F 对 A 点之矩。

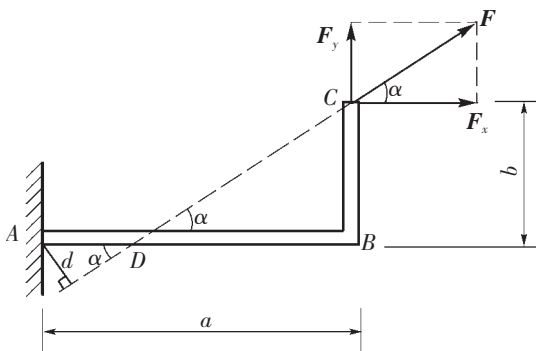


图 1-14

(1) 由力矩的定义计算力 F 对 A 点之矩。

$$d = AD \sin \alpha = (AB - DB) \sin \alpha = (AB - BC \cot \alpha) \sin \alpha = (a - b \cot \alpha) \sin \alpha = a \sin \alpha - b \cos \alpha$$
$$M_A(\mathbf{F}) = F \cdot d = F(a \sin \alpha - b \cos \alpha)$$

将力 F 在 C 点分解为两个正交的分力和,由合力矩定理可得

$$\begin{aligned} M_A(\mathbf{F}) &= M_A(\mathbf{F}_x) + M_A(\mathbf{F}_y) = -F_x \cdot b + F_y \cdot a \\ &= -F(b\cos\alpha + a\sin\alpha) = F(a\sin\alpha - b\cos\alpha) \end{aligned}$$

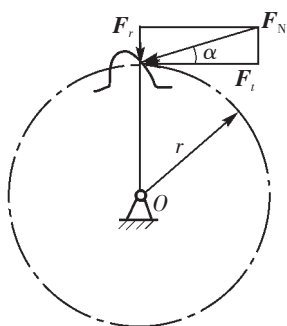


图 1-15 力矩的计算

本例两种解法的计算结果是相同的,当力臂不易确定时,用后一种方法较为简便。

【例 1-2】 在图 1-15 所示的直齿圆柱齿轮,已知齿面所受的法向力 $F_N = 1000 \text{ N}$,压力角 $\alpha = 20^\circ$,分度圆半径 $r = 60 \text{ mm}$ 。试求齿面法向力 F_N 对轴心 O 的力矩。

解 齿面法向力 F_N 到轴心的距离(即力臂)没有直接给出,可将 F_N 正交分解为圆周力 F_t 和径向力 F_r ,应用合力矩定理得

$$\begin{aligned} M_O(F_N) &= M_O(F_t) + M_O(F_r) = F_N \cos \alpha \times r + F_N \sin \alpha \times 0 \\ &= 1000 \times \cos 20^\circ \times 0.06 \\ &= 56.4 (\text{N} \cdot \text{m}) \end{aligned}$$

第三节 力 偶

一、力偶 力偶矩

在日常生活和工程实际中经常见到物体受到两个大小相等、方向相反,但不在同一直线上的平行力作用的情况。例如,司机驾驶汽车时两手作用在方向盘上的力[图 1-16(a)];工人用丝锥攻螺纹时两手加在扳手上的力[图 1-16(b)];以及用两个手指拧动水龙头所加的力[图 1-16(c)]等。在力学中把这样一对等值、反向而不共线的平行力称为力偶,用符号 (F, F') 表示。两个力作用线之间的垂直距离称为力偶臂,两个力作用线所决定的平面称为力偶的作用面。

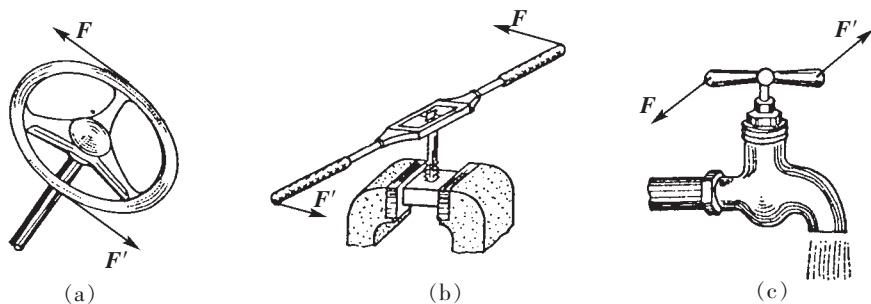


图 1-16 力偶的实例

实验表明,力偶对物体只能产生转动效应,且当力愈大或力偶臂愈大时,力偶使刚体转动效应就愈显著。在平面问题中,将力偶中的一个力的大小和力偶臂的乘积冠以正负号,作为力偶对物体转动效应的量度,称为力偶矩,用 M 或 $M(F, F')$ 表示,如图 1-17 所示,即

$$M(F, F') = F \cdot d = \pm 2S_{\triangle ABC} \quad (1-5)$$

通常规定:力偶使物体逆时针方向转动时,力偶矩为正,反之为负。在国际单位制中,力偶矩的单位是牛顿·米($\text{N} \cdot \text{m}$)或千牛顿·米($\text{kN} \cdot \text{m}$)。

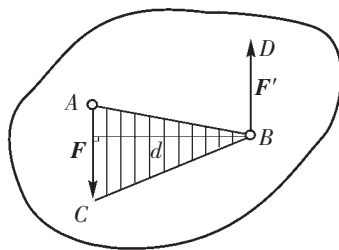


图 1-17

因此,力偶对物体的转动效应取决于力偶的三要素:力偶矩的大小、力偶的转向以及力偶作用面的方位。

物体上有两个或两个以上力偶作用时,这些力偶组成力偶系。

二、力偶的性质

根据力偶的定义,力偶具有以下性质。

(1)力偶无合力。由于力偶在任意坐标轴上的投影代数和为零,所以力偶无合力。力偶不能与一个力等效,也不能用一个力来平衡,力偶只能用力偶来平衡。

力偶对物体的作用效应与一个力对物体的作用效应是不相同的。一个力对物体有移动和转动两种效应;而一个力偶对物体只有转动效应,没有移动效应。因此力与力偶不能相互替代,也不能相互平衡。为此将力与力偶同时看成为力系的两种基本元素。

(2)力偶对其作用面内任意点的力矩恒等于此力偶的力偶矩,而与矩心的位置无关。

图 1-18 所示一力偶的力偶矩 $M(\mathbf{F}, \mathbf{F}') = Fd$, 对其作用面内任意点 O 的力矩,用组成力偶的两个力分别对 O 点力矩的代数和度量,即

$$M_O(\mathbf{F}') + M_O(\mathbf{F}) = F'(d+x) - Fx = Fd = M(\mathbf{F}, \mathbf{F}')$$

由此可见:力偶对作用平面上任意点 O 的力矩,等于其力偶矩,与矩心到力作用线的距离 x 无关,即与矩心的位置无关。

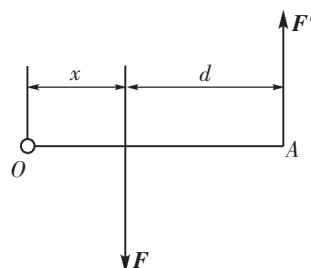


图 1-18

从力偶的上述性质可知,同一平面内的两个力偶,如果它们的力偶矩大小相等,转向相同,则此两力偶彼此等效,且可以相互替代,此即为力偶的等效性。由力偶的等效性,可以得出力偶的等效代换特性:

(1)力偶在它的作用面内可任意转移位置,而不会改变它对刚体的转动效应。

(2)力偶在不改变其三要素的条件下,可以同时改变力偶中力的大小和力偶臂的大小,不会改变力偶对刚体的转动效应。

值得注意的是,以上等效代换特性仅适用于刚体,不适用于变形体。

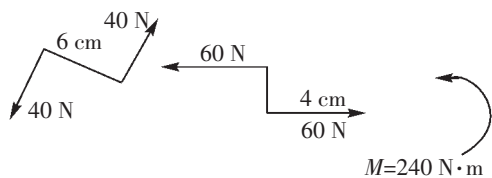


图 1-19 力偶的几种等效代换

由力偶的性质及其等效代换特性可见,力偶对刚体的转动效应完全取决于其三要素。因此,在表示平面力偶时,可以不标明力偶在平面上的具体位置以及组成力偶的力和力偶臂的大小,仅用一带箭头的弧线表示,并标出力偶矩的大小即可。图 1-19 所示是力偶的几种等效代换表示法。

三、平面力偶系的合成与平衡

(一) 平面力偶系的合成

作用在物体同一平面内的各力偶组成平面力偶系。

设在刚体的同一平面内作用三个力偶 $(\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_1')$ $(\mathbf{F}_2, \mathbf{F}_2')$ 和 $(\mathbf{F}_3, \mathbf{F}_3')$, 如图 1-20(a) 所示。各力偶矩分别为: