[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

地震波动力学理论讲义

应用地球物理专业

研究生适用

一九八三年二月

华东石油学院物探教研室

82届应用地球物理专业研究生
地震波动力学理论授课提纲

第一讲 拉普拉斯变换

拉氏变换定义。拉氏变换积分收敛条件。拉氏逆变换积分收敛条件。利用留数定理求拉氏逆变换。拉氏变换的几个常用性质。某些简单函数的拉氏变换。

第二讲 拉氏积分近似展开式

近似展开式定义。拉普拉斯积分的近似展开式。沃特森定理及其应用。波前近似解。长时间稳态解。

第三讲 拉氏积分近似计算

拉普拉斯法。最陡降路法。例题。

第四讲 无限弹性介质中的球面波

波动方程的球面波解。球面波的合成。球面简谐波的积分公式。索墨菲积分。

附：付立叶—贝塞尔变换

第五讲 无限弹性介质中的柱面波

柱坐标系中的波动方程及其通解，柱面波合成。简谐震源柱面波积分表述式，轴对称与圆柱对称问题。

第六讲　球形空腔震源问题

控制方程及其初边值条件。问题的拉氏变换解。逆变换积分收敛条件。作用力为 $-\sigma_0 H(t)$ 的定解公式。波前近似解与稳态解。

第七讲　柱状空腔震源问题

控制方程及其初边值条件。问题的拉氏变换解。逆变换积分收敛条件。逆变换积分计标。波前近似解与稳态解。

第八讲　声波基本方程

运动方程。介质连续方程。状态方程。声波波动方程。速度位。边界条件的建立。两种液体分界面上平面波的反射与透射。

第九讲　格林函数

解微分方程的格林函数法。无界域求解标量波动方程的格林函数。格林函数的互换原理

。求解非齐次波动方程的格林函数法。波动方程的推迟位解。半无限空间中求解波动方程的格林函数。

第十讲　球面波的复变函数积分

Weyl积分的推导。索墨菲积分的推导。射线参数表示的球面波积分推导。

第十一讲　球面波（声波）在平界面上的反射与透射

球面波入射时的波系统。球面入射波、球面反射波和球面透射波表述式。球面反射波的计算。球面反射波的一级近似值及其校正量。当$\alpha_1<\alpha_2$时对球面波积分的分析。

第十二讲　首波理论

当$\alpha_1<\alpha_2$，入射角大于临界角时球面波积分的计算。首波公式的近似形式。首波特点分析。

第十三讲　半无限空间中的轴对称问题

集中作用力及其积分表述式。轴对称情况

下的波动方程及其通解。X位函数。简谐作用力下的波动方程定解。简谐集中作用力下的波动方程定解。任意形状集中作用力下的波动方程定解。半无限空间中的波场分析。瑞雷面波。

第十四讲 表面法向线源简姻问题的积分变换解

控制方程及其初边值条件。拉普拉斯—付立叶双积分变换。付立叶逆变换积分及其Cagniard—de-Hoop解法。积分路线变换。Cagniard路线选择。与纵波有关的位移拉氏变换及其逆变换。与横波有关的位移拉氏变换及其逆变换。与Schmidt波有关的位移拉氏变换及其逆变换。

自由表面上的位移场。瑞雷极点及其对积分的贡献。与瑞雷波有关的地面位移函数的计标。

表面切向线源简姻问题的积分变换解。与SH波有关的位移计标。

自学专题

一、空间付立叶变换及其在求解波动方程时的应用。（§2-2）

二、波动方程的克其霍夫积分解。（§3-2，§3-3，§3-4）

三、平面波在半无限空间自由表面上的反射。（§4-1）

四、临界点外反射波及其特点。（§5-1）

五、平面波在多层介质中的反射与透射。（§5-2）

六、薄层反射波及反射系数计算。（§5-2-三）

七、粘弹性介质中的波。（§6-2）

地震波动力学理论

目录

地震波动力学理论（第二部分）

目录

斯—付主叶双积分变换解

§10-2，瑞雷极点

§10-3，表面切向线源的蘭姆问题及其拉普拉斯—付主叶双积分变换解

参考书目

Julius Miklowitz, The Theory of Elastic Wave and Waveguides, 1978.

Keiiti Aki & Paul G. Richards, Quantitative Seismology —— Theory and Methods, 1981.

Philip M. Morse, Herman Feshbach, Methods of Theoretical Physics, 1953.

А.Н. Тихонов и А.А. Самарский, Уравнения Математической Физики, 1953.

Lee A. Segel, Mathematics Applied to Continuum Mechanics, 1977.

第一章 弹性动力学基本方程

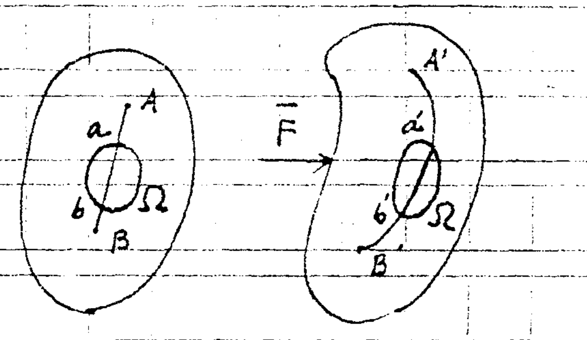
自然界中的物体，根据它们对外力作用的反应，可以划分为刚体、弹性体和塑性体。当一个物体受到外力作用，在它的内部质点间发生位置的相对变化，从而使其形状改变，我们称为形变或应变。为保持这种应变状态，发生质点间力的作用。这样的力不同于外力，称之为内力或应力。当外力作用取消后，物体的应力应变状态立刻消失，并且恢复原有的形状。这类物体称之为弹性体。但若外力取消后，物体不能恢复其原有形状，而保留一定的形变。这类物体称之为塑性体。与上述两种物体不同，外力作用不使物体内部质点位置发生相对变化，所施加的作用力可以无畸变地传播，即力的作用方向和大小不变，力的作用点可以沿力的作用方向移动。这类物体称之为刚体。

机械振动在弹性体中传播的过程，称为弹性波。空气是一种特殊状态的物质（气体），在声压条件下，可视为弹性体。以空气为传播介质的声波，可视为弹性波。地震波是机械振动在

岩石中传播的过程。在一定条件下，如温度、压力、作用力大小适当，岩石具有弹性性质，可视为弹性体，地震波可视为岩石中传播的弹性波。应该说明的是，把物体分为刚体、弹性体和塑性体，不是绝对的。除了与物体本身组成的成分有关外，物体所处条件，决定了物体对外力作用的反应。一般说，在小的外力作用下，作用时间短暂，大多数物体，包括岩石在内，表现为弹性体性质。相反，在大的外力作用下，作用时间较长，物体又会表现为塑性体性质。在激发地震波时，在震源附近，作用力很强，岩石发生破坏性变化；离开震源后，作用力急剧衰减，岩石发生塑性变化，即当作用力消失后，它不能恢复原有形状，而保持一定剩余应变；进一步远离震源后，作用力继续减弱，岩石表现为弹性体性质，即在外力作用下的应变状态，在作用力取消后，可以完全消失，这就是所谓的弹性带。地震勘探中我们研究的是远离震源时弹性波传播规律及其特点。因此，弹性波理论是地震勘探的理论基础。

§1-1. 应变分析

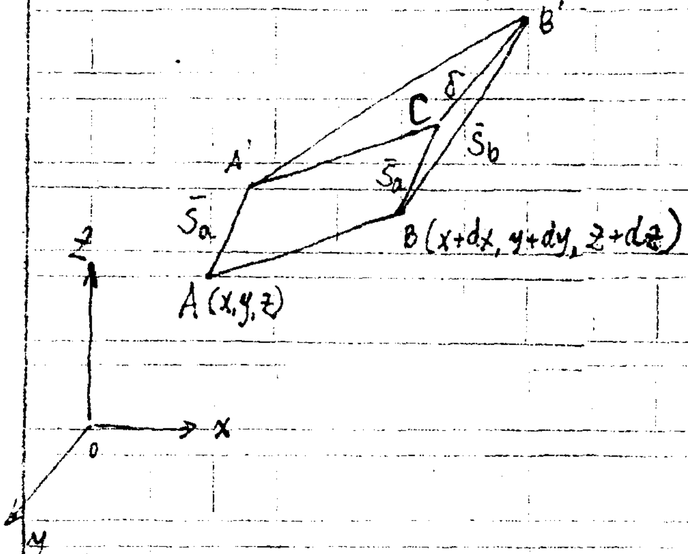
一. 弹性应变状态分析 在外力作用下，弹性体内部各质点间其位置发生相对变化，导致物体形状的改变。这种变化称为弹性应变。为定量描述弹性介质应变状态，我们讨论弹性体内部任意一个直线段 $\overline{AB}$。在受到外力 $\bar{F}$ 作用时



，随着物体形状的变化，该线段由 $\overline{AB}$ 变为 $\overline{A'B'}$。在一般情况下，它是一条曲线。为了研究方便起见，我们从弹性体中取一微小体积元 Ω，使其中包括的直线段，在发生应变过程中仍保持直线性质。由此导出一套线性理论，适合于微小应变状态的分析。

我们取直角座标，讨论弹性体内某一直线段及其在应变过程中的变化。设直线段 $\overline{AB}$，其端点坐标为 (x, y, z) 及 $(x+dx, y+dy, z+dz)$。当物体处于应变状态时，直线段 $\overline{AB}$ 变为 $\overline{A'B'}$，根据假设条件，仍为直线段。在应变状态下，A 点移到 A' 点，做了一个位移 $\bar{S}_a$；B 点移到了 B' 点，做

了一个位移 $\bar{S}_b$。位移 $\bar{S}$ 是一个向量，它沿 x,y,z 轴方向的三个分量分别用 u, v, w 来表示：即



$$\bar{S} = u\bar{i} + v\bar{j} + w\bar{k},$$

其中 $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ 是 x,y,z 轴方向上的单位向量。位移向量 $\bar{S}$ 是质点座标的函数，$\bar{S} = \bar{S}(x,y,z)$。对 A 点而言，

$$\bar{S}_a = u(x,y,z)\bar{i} + v(x,y,z)\bar{j} + w(x,y,z)\bar{k};$$

对 B 点而言，

$$\bar{S}_b = u(x+dx, y+dy, z+dz)\bar{i} + v(x+dx, y+dy, z+dz)\bar{j} + w(x+dx, y+dy, z+dz)\bar{k};$$

考虑到 $\overline{AB}$ 是一微小体积元中的线段，其长度是一微量，因此，dx, dy, dz 是微量，然后对 $\bar{S}_b$，按台劳级数展开，取其多至一阶偏导数项：

$$\bar{S}_b = \left(u + \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy + \frac{\partial u}{\partial z}dz\right)\bar{i} + \left(v + \frac{\partial v}{\partial x}dx + \frac{\partial v}{\partial y}dy + \frac{\partial v}{\partial z}dz\right)\bar{j} + \left(w + \frac{\partial w}{\partial x}dx + \frac{\partial w}{\partial y}dy + \frac{\partial w}{\partial z}dz\right)\bar{k}$$

所以

$$\bar{S}_b = (u\bar{i} + v\bar{j} + w\bar{k}) + \left(\frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy + \frac{\partial u}{\partial z}dz\right)\bar{i} + \left(\frac{\partial v}{\partial x}dx + \frac{\partial v}{\partial y}dy + \frac{\partial v}{\partial z}dz\right)\bar{j} + \left(\frac{\partial w}{\partial x}dx + \frac{\partial w}{\partial y}dy + \frac{\partial w}{\partial z}dz\right)\bar{k}$$

另一方面，因为AB取在一个微小体积之内，它们的座标相差一个微量，自然可以认为其位移之差亦是一个微量，设为$\bar{\delta}$，即

$$\bar{S}_b = \bar{S}_a + \bar{\delta}$$

在上图中，过B点作$\overline{BC}$平行於$\overline{AA'}$，且$\overline{BC}=\overline{AA'}$，联$\overline{CB'}$。在三角形$\Delta BCB'$中$\overline{BB'} \equiv \bar{S}_b$，$\overline{BC} \equiv \bar{S}_a$，则$\overline{CB'} = \bar{\delta}$。$\bar{\delta}$用其分量形式表示为：

$$\bar{\delta} = \delta u \bar{i} + \delta v \bar{j} + \delta w \bar{k},$$

所以

$$\bar{S}_b = \bar{S}_a + \bar{\delta} = (u+\delta u)\bar{i} + (v+\delta v)\bar{j} + (w+\delta w)\bar{k}.$$

与前式比较，可得：

$$\delta u = \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy + \frac{\partial u}{\partial z}dz = du$$

$$\delta v = \frac{\partial v}{\partial x}dx + \frac{\partial v}{\partial y}dy + \frac{\partial v}{\partial z}dz = dv$$

$$\delta w = \frac{\partial w}{\partial x}dx + \frac{\partial w}{\partial y}dy + \frac{\partial w}{\partial z}dz = dw$$

显然，这是质点位移函数全微分公式，即相邻质点位移向量之差或相邻质点位置的相对变化，可用位移分量的全微分表示：

$$\begin{cases} u' = u + du = u + \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy + \frac{\partial u}{\partial z}dz \\ v' = v + dv = v + \frac{\partial v}{\partial x}dx + \frac{\partial v}{\partial y}dy + \frac{\partial v}{\partial z}dz \\ w' = w + dw = w + \frac{\partial w}{\partial x}dx + \frac{\partial w}{\partial y}dy + \frac{\partial w}{\partial z}dz \end{cases}$$

由上述可知，已知A点位移及其偏导数，可以

计算其相邻质点B的位移 $\bar{S}_b$，

$$\bar{S}_b = u'\bar{i} + v'\bar{j} + w'\bar{k}$$

二、位移场的分解 我们讨论 u', v', w' 式中各项的物理意义，分析弹性体在应变状态下其质点运动形式。对式中九个偏导数，取记为 e_{ij}，$i,j = x, y, z$，即

$$e_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad e_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; \quad e_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x};$$

$$e_{yx} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}; \quad e_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad e_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y};$$

$$e_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}; \quad e_{zy} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}; \quad e_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z};$$

e_{ij} 称为应变分量，由它构成的张量称为应变张量。在各应变分量中，$e_{xy} = e_{yx}$；$e_{yz} = e_{zy}$；$e_{zx} = e_{xz}$。

我们将 u', v', w' 三式改造一下：

$$u' = u + \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy + \frac{\partial u}{\partial z}dz =$$

$$= u + \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy + \frac{1}{2}\frac{\partial v}{\partial x}dy - \frac{1}{2}\frac{\partial v}{\partial x}dy + \frac{\partial u}{\partial z}dz +$$

$$+ \frac{1}{2}\frac{\partial w}{\partial x}dz - \frac{1}{2}\frac{\partial w}{\partial x}dz =$$

$$= u + e_{xx}dx + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)dy + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right)dy$$

$$+ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)dz + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right)dz$$

$$= u + e_{xx}dx + \frac{1}{2}e_{xy}dy + \frac{1}{2}e_{xz}dz + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right)dz - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)dy$$