

人人关心

数学教育的未来

美国国家研究委员会

世界图书出版公司

人人关心数学教育的未来

——关于数学教育的未来致国民
的一份报告

美国国家研究委员会 著

方企勤 叶其孝 丘维声 译
冷生明 校

世界图书出版公司

北京·广州·上海·西安

1993

内 容 简 介

本书是1989年美国国家研究委员会致美国全国公民的一份关于数学教育现状与前景的报告。该报告调查了美国从幼儿园到研究生阶段的数学教育状况,分析了美国数学教育的各个方面,报告还指出了目前美国数学教育中存在的严重问题,大力呼吁进行数学教育改革,从根本上提高学生的教学水平,以适应21世纪高科技发展的需要。

Everybody Counts: A Report to the Nation on the Future of Mathematics Education

Original English language edition published in 1989

for the National Research Council

by the National Academy Press, Washington, D. C. , USA

All rights reserved

人人关心数学教育的未来

美国国家研究委员会 著

方企勤 叶其孝 丘维声 译 冷生明 校

世界图书出版公司 北京公司出版

北京朝阳门内大街137号

北京昌平百善印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1993年12月 第1版 开本: 850×1168 1/32

1993年12月第1次印刷 印张: 4.125

印数: 0001—1500 字数: 9.9万字

ISBN: 7-5062-1764-3/O·116

定价: 5.90元

中译本序

本书是美国国家研究委员会在1989年发布的一篇关于美国数学教育的未来的报告。我们觉得它有不少地方值得借鉴。今天中译本终于和大家见面了。应当提到该委员会分别在1984年、1990年和1991年发布了三篇关于振兴美国数学科学的报告。1984年的报告有复旦大学出版社出版的中译本《美国数学的现在和未来》可以参阅，1991年的报告有南开大学出版社出版的中译本《数学科学、技术、经济竞争力》可以参阅。1990年的报告，它的中译本《振兴美国数学——九十年代的计划》将和本书差不多的时间问世。这三篇报告着重谈的是关于数学科学的研究及其发展方面的问题，而本书主要考虑从幼儿园到研究生院整个阶段的数学教育问题。考虑的问题虽不同，但它们的主导思想是一致的，即为了在未来世界美国能维持其强国的地位，必须首先维持其数学大国的地位，从而必须首先改革美国的数学教育，振兴美国的数学科学。关于这一观点，书中有许多论证很值得我们参考。

关于数学的作用，本报告指出：数学是科学和技术的基础；现代数学是深深地交融着来自算术、代数、几何和分析等传统领域的新结果和来自统计学、运筹学、计算机科学等应用领域里的新方法。它为我们提供了理解信息世界的一种强有力的工具。它为国家提供了参与经济竞争的学问。现代数学在训练国家各级人才的智力方面起着日益重要的作用。该报告认为：当今世界，国家的安全和财富依赖于他们的人力资源，为了充分参与未来世界，美国必须开发数学的力量。由于本书是考虑数学教育的，所以它强调数学在训练各级人才的智力方面的作用，而所谓“为了

充分参与未来世界”，指的就是要维持美国在未来世界的强国地位。前面提到的关于数学科学方面的三篇报告中谈的是数学研究，强调数学在发展高技术中的作用，最后的着眼点也在于要维持美国在未来世界的强国地位。论点虽各有侧重，但都是值得参考的。

报告根据调查的实况指出了美国数学教育中存在着的严重问题，有些问题在我国同样很严重。例如报告中指出：从七十年代以来，美国大学数学专业的学生以及研究生的人数比例逐年下降，传统的教学方法不能引导学生主动地学习，以及合格的数学教员缺乏等等。这些在我国同样存在，有的甚至更严重。例如我国理科一些基础科学专业（当然包括数学专业在内）的研究生和本科生人数急剧下降，研究生还产生大滑坡现象，十年动乱中形成的教师断层现象至今仍很严重，再由于教师工资待遇低，年轻教师队伍很不稳定，直接影响到教育质量的提高，这些都是使人十分忧虑的。

这篇报告针对美国数学教育中存在的问题，大力呼吁进行教学改革，提高智力上的投资，对所有学生进行高质量的数学教育。报告对存在的问题都提出了具体的改革措施和建议。这种精神是值得我们借鉴的。事实上，我国在整个教育事业中存在的问题远比科学研究中存在的问题要严重，这是由于长期以来我国教育经费严重不足所致，再加上十年动乱，教育事业首当其冲，遭受到极大的破坏。而我国在教育事业上的投资比例却始终落在世界各国之后。教育经费提不上去固然有多方面的原因，而认识问题却是主要的。在那“短、平、快”的论调盛行的时代，象百年树人的教育事业，投资进去不是短期可以见效的就特别容易被忽视。另一方面教育投资不足的影响，也不是短期就会呈现出恶果。如果对于关系到全民素质的教育事业的重要性没有充分认识的话，当国家经济比较困难的时候，就很难考虑到提高教育投资的比

例。整个教育投资不能提高，当然更谈不上提高数学教育的智力投资了。报告中体现出的对美国数学教育的如此重视，这是值得我们深思的。

如果不从全民的教育普及程度来和美国作比较，而单就当前从小学、中学到大学本科的数学教学的质量来说，笔者认为美国还没有都高于我们。假如我们能够及时重视我国的数学教育，适当增加数学教育的智力投资，我们一定能为我国培养出大批富于竞争力的人才，从而直接增强我国高技术和经济的竞争力，历届的中学生数学国际竞赛和按国际标准的大学生数学模型竞赛所取得的优异成绩，可以说明只要我们重视并有相应的资助，我们是能够培养出富于竞争力的人才的。当然我国的数学教育从小学到大学都还存在不少问题，数学教育的改革需要认真的调查研究和试验总结，同时还要吸取国际的经验和教训。

笔者认为本报告最值得我们吸取的是，它反映了美国有代表性的科学家们（不只是数学家）对于数学教育的重视已经形成了共识，而且通过报告的发布还将扩大其共识面。为此，我愿向我国从幼儿园教师到大学教师，从中学生到大学生，从基层教育、科研机构到国家教委、科委的各级干部，以及广大中、小学生家长推荐这一本书，共同来提高对数学教育重要性的认识。与此同时我还愿向关心数学科学发展的读者们，推荐本序言开始所提到的那三本书，共同来提高对数学科学重要性的认识，并在这基础上共同为促进我国进入数学大国的行列作出各自的贡献。

程民德

1993年6月

于北京大学

关于中译本

本报告主要是由方企勤、叶其孝、丘维声三位教授翻译的，由于报告涉及不少美国的具体情况，翻译是相当不容易的。三位译者的辛勤劳动为我国的数学教育事业作出了贡献。

姜伯驹教授和叶其孝教授对部分译文进行了仔细的校阅，其实三位译者和出版社编辑都同心配合，审阅全稿，多所商榷。我仅向他们表示衷心的感谢。

我相信本书的出版一定会对我国的数学教育改革事业产生良好的影响。

冷生明

1993年9月

于北京大学

前 言

为了响应振兴数学和科学教育的国家紧急需要，美国国家研究委员会（NRC）着手检查了美国从幼儿园直到研究生学习阶段的数学教育。这是由美国数学科学教育委员会、数学科学委员会及其2000年数学科学联合委员会牵头为NRC进行的主要研究项目，目标是要认定现行数学教育体系的各种弱点以及将来要致力建树的各种强点。

《人人关心数学教育的未来》是NRC所属的这三个委员会以及NRC在振兴数学教育方面合作的其他全国性组织所做工作的一个公开的初步报告。它用严厉的语言概述了美国所面临的情形的严重性，强调**所有**学生接受高质量的数学教育对于国家的科学、技术和经济是何等关键。然而，现在的情况却离这个高质量要求差得很远。

最近几年，已出现了许多报告分析美国教育的问题。本书很可能只是又一份这方面的报告，它指出问题并且建议什么人、什么地方应该做什么事情。这份报告区别于其他报告的几个特点是：

——它检查了美国的整个数学教育体系（从幼儿园直到研究生院）。

——它探讨了这个体系的主要组成部分（从课程、教学到评估人力资源和国家需求）。

——它不仅认识到问题，而且制订了今后的总方针，提出了执行该方针的国家策略。

——它不是一份委员会的最后报告，而是一个过程的开端。通过它，教员、国家和地方当局以及数学教育的各界赞助者能够

一起为振兴数学教育做出不懈的努力。

这份报告反映了美国各个领域70名代表人物的想法，他们中间有班级教员、学院和大学的教员以及行政管理人员、从事研究的数学家和统计学家、科学家和工程师、数学督学员、学校校长、学校主管人员、主要的公立学校的官员、学校董事会的成员、国家和地方政府官员、家长委员会的代表、商业和工业界的领导者等。

这份报告也向美国国民（通过国家研究会的代理）发出信息，告知他们国家科学院、国家工程科学院和医学研究院都准备积极参与重建数学教育的这项长期工作。对于我们的孩子和我们的国家来说，几乎没有什么其他任务比这更为重要的了。

美国国家科学院院长

美国国家研究委员会主席

F. 普雷斯（Frank Press）

序 言

科学和技术已经达到影响人类生活的所有方面的地步（从健康和环境到财务和国防），数学也就随之成为美国教育议事日程上极其重要的问题。数学是科学和技术的基础。数学在决定国家的各级人才的实力方面起着日益重要的作用。然而，我们周围的所有迹象表明，在数学教育方面美国学生并没有充分发挥他们的潜力。

每四个美国人中有三个在完成职业或工作所要求的先决条件之前停止学习数学。多数学生毕业时没有足够的数学准备以应付工作中解决问题的需要或者应付大学对于数学读写能力的要求。于是工业界、大学以及武装部队承担着广泛和昂贵的补习教育的重担。美国再也经不起持续几代学生因缺乏数学能力而被局限成为社会的二等公民的局面存在。美国也经受不起削弱其在科学和技术上的杰出地位。

由我们三人分别担任主席的、隶属于美国国家研究委员会的三个委员会已责成自己去改善这种状况。作为第一步，我们委任St.Olaf学院的数学教授L.A.Steen根据数学科学教育委员会的三年分析、数学科学委员会（它处理数学研究工作）两年来的参与意见、以及2000年数学科学委员会（它关心的是学院和大学数学教学）头年的工作所研究而形成的种种想法写出一份综合报告。

本书描述了冲击着数学和教育的各种力量——计算机、研究工作、人口统计学、竞争——并且逐一解释它们怎样成为变革的一个主要力量，而这些力量之间的相互作用又产生一个对变革有

特别抵抗力的体系。问题是复杂的。尽管事实是无可争辩的，但是在问题的解释、重点、或者提出的解决办法方面却没有完全一致的意见，甚至在科学界内也是这样。然而，变革总是要到来的。当我们把在教育上投资的潜在成果与无所作为的后果进行比较时，问题就变得很明显——作为一个国家我们别无选择，我们必须改进我们的孩子学习数学的方式。

本书不只是呼吁改革，它还指出美国的大中小学必须在下一个20年内对他们的数学教学计划作出具体的改变，以满足学生和国家的需要，加速正在实施中的根本改革的势头。本书据理力争设立一个全国性支持机构，并且描述了这个机构明年将要着手进行的主要工作，旨在寻求在国家政策上取得广泛的共识，加速改革的进程。本书自始至终地反映着我们最关心的问题：我们中的任何人（无论作为个人还是通过组织机构）所做的一切有关改进教育的事情，所起的作用都是支持教师的工作——教师是改革的中心人物，是他们给我们带来了意义深远而又持久的变革。

在此我们对L. Steen先生表示衷心的感谢，他以他的出色的写作才能完成了这本书的编写工作，全书以雄辩的语言叙述了我们今后将尽力解决的关于数学教育的种种复杂问题。

Shirley A. Hill

数学科学教育委员会主席

Missouri大学数学和教育的
主管教授

Phillip A. Griffiths

数学科学委员会主席

Duke大学教务长和James B.
Duke数学教授

J. Fred Bucy

2000年数学科学委员会主席

目 录

中译本序	(iii)
关于中译本	(vi)
前言	(vii)
序言	(ix)
机会——开发数学的力量	
变革的由来	(3)
未来的数学	(4)
泵，不是过滤器	(6)
数学的基本能力	(8)
看法	(10)
目标	(12)
学生处在风险中	(13)
人力资源——在智力资本上投资	
人口统计趋势	(18)
少数民族	(20)
妇女	(22)
残疾人	(24)
研究生	(25)
供给和需求	(27)
公平与优秀	(30)
数学——寻求模式	
我们的看不见的文化	(33)
从抽象到应用	(35)
计算机	(37)
数学界	(39)

大学数学	(40)
课程——发展学生的数学能力	
宗旨	(43)
标准	(45)
初等教育	(46)
中等教育	(49)
高等教育	(51)
教学——引导学习	
理解数学	(57)
学习数学	(58)
引导学生	(59)
计算机的影响	(61)
教师进修	(63)
对策	(66)
评估	(67)
变革——投身于课程改革	
挑战	(72)
数学的价值观	(73)
美国的做法	(75)
现代数学	(77)
过去的教训	(78)
转变	(79)
行动——奔向21世纪	
国家的目标	(85)
取得共识	(86)
国家的战略	(87)
支持机构	(88)
领导	(90)
采取行动	(92)
参考文献	(94)

机会——开发数学的力量

数学是打开机会大门的钥匙。现在数学不再只是科学的语言，它也以直接的和基本的方式为商业、财政、健康和国防作出贡献。它为学生打开职业的大门；它使国民能够作出有充分依据的决定；它为国家提供技术经济竞争的学问。为了充分参与未来世界，美国必须开发数学的力量。

通讯已造成了巧干比仅仅苦干更为重要的世界经济。为这个世界经济作出贡献的工作都要求智力上能胜任的人员——他们能吸收新的想法、能适应各种变化，对付模棱两可的事件能发觉模式并且能解决非常规的问题。这些需求不只是需要会计算（现在主要由机器来做），而是要使数学成为那么多工作的先决条件。美国人比过去任何时候都需要为生活而思考，他们比过去任何时候都更需要数学地思考。*

对所有学生进行优质的数学教育是兴旺发达的经济社会所必需的。

然而，由于缺乏数学能力，许多现在的学生没有为未来的工作做好准备。事实上，许多学生甚至于没有为现在的工作做好准备。美国学生当前的数学成绩离维持我们国家在世界技术社会中的领导地位所要求的还很远。当技术已使工作场所“数学化”并且当数学已渗入社会的时候，自鸣得意的美国却容忍未发挥潜力

* “学生们在离开学校时还这样不懂得数学，他们怎么能在数学化的社会中竞争呢？”——Lester Thurow

的成绩作为数学教育的标准。我们所继承的数学课程只适合于过去，盲目于未来，而又局限于期望极低的传统之中。

醒悟吧，美国！你的孩子们正处在风险中。在每四个美国人中就有三个在完成职业或工作的必要条件之前就停止学习数学。多数学生毕业时没有足够的数学准备以应付工作中解决问题的需要或者应付大学对于数学能力的要求。于是，工业界、大学，以及武装部队要承担着广泛和昂贵的补习教育的重担。

现代的数学打开通向未来的工作的大门。像接连的移民浪潮利用了美国的教育体制来保证他们自己和他们的孩子们生活得更好那样，当代全世界的孩子们正在利用数学训练作为建立他们生活的坚实基础。美国的孩子们应该得到同样的机会。*

孩子们能够在数学中取得成功。其他国家的许多孩子已做到了这一点，美国的一些孩子也做到了。其他国家的证据令人信服地表明，如果在数学教育中要求高些，所取得的成就就多些。父母、学校和社会对于成功的明确的期望能够促进学生的成功。

孩子们**能够**在数学中取得成功；而如果要求高些，所取得的成就就多些。

当今世界，国家的安全和财富依赖于他们的人力资源，个人和商业的兴旺也是如此；而由于竞争者变得更精明，我们的问题就变得更困难。科学技术的长期投入——对于商业和我们国家两方面——要求认真承担复兴数学教育的义务。应该行动起来保证所有美国人从数学的力量中受益。

* “发展最快的工作比当前的工作要求更高级得多的数学、语言以及推理能力，而发展缓慢的工作要求得少些。”——摘自《Workforce 2000》

变革的由来

1983年,《一个处于风险中的国家》这份报告使一个沉睡的国家认识到美国的教育体制中令人惊恐的问题。从那时以来几十份报告实事求是地分析了这个庞大问题的每一个方面。一些报告要求改变学校的课程,另一些要求改变学校的结构,一些报告举例说明缺乏受过训练的教员,而另一些则检查社会上经济的和社会的结构衰败的迹象。所有报告都一致认为目前的体制必须改变。

数学教育是在学校的环境里进行的。像其他学科那样,数学是受学校和社会以及教材和考试所制约着的。需要改进的大量工作必须通过对影响所有学科和所有学校的系统进行纠正来完成。许多工作正在由学区和社区组织、立法机关和大学、法人和教师来做。然而还有许多工作要做。

虽然对于教育来说数学并不是唯一重要的学科,但是数学教育有助于更加看清学校中的许多问题。文学、历史、科学,以及其他学科对于均衡的教育起着必不可少的作用;没有人能说某门学科比别的学科更有内在价值。然而,很清楚,数学在学校教育中起着一种特殊的作用,它是对教育体制的有效性的缺陷特别敏感的一门学科。

因为数学是科学和技术的基础,所以它成为机遇和职业的关键。而且数学能为阅读和写作提供一种特殊的习性,对于技术时代的有知识的公民它越来越重要。因为阅读和写作能力以及计算能力具有基本的重要性,所以英语和数学是贯穿于各个学年中连续讲授的仅有的学科。*

* “阅读,写作,以及…”

当然,数学不是当今世界上机遇的唯一基础。阅读作为学习和生活的基础是更加基本的。今天所不同的是数学对于教育、个人表现和职业等如此众多的领域都变得越来越重要。

所谓教育就是在任何训练中帮助学生思考，但是它也必须帮助学生对他们的思考负责。尽管这个主题适合于所有学科，但它特别切合于数学教育，这是因为数学是这样一个领域，在其中甚至于小孩也能解决一个问题并且有把握肯定所得解是正确的——不是因为教师说它是正确的，而是因为它的内在逻辑真是明确的。

数学是机遇和职业的关键。

教育工作者不再争论数学训练出其他学科所需要的清晰思维的智力。无论如何数学确实提供少数训练方式之一，在其中成长中的学生能够仅仅运用他（或她）自己的智力的内在力量得出有充分把握的结论。数学比大多数其他学科为孩子们提供更多的特殊机会来学习不同于权威力量的思考能力。这是要学习的非常重要的一课，是出现独立思考的基本的一步。

未来的数学

数学对于社会的日益增长的重要性仅仅是迫使对数学教育进行特别检查的许多因素之一。与当今的领导人和教育工作者数十年前上学时相比，现在的数学是明显地更加多种多样了。现今所教的算术、代数、几何和微积分仅仅是现代数学的影象罢了。现代的数学科学深深地交融着来自这些传统领域的新结果和来自如统计、运筹学以及计算机科学这些应用领域里的方法。现代数学提供了理解我们生活于其中的世界的一种强有力的工具。*

* 想象：“在我的未来没有代数。”

实情：正因为学生除了代数课以外不用代数，这不意味着他们在未来不需要代数。75%以上的工作要求精通简单的代数和几何，或作为训练项目的先决条件，或作为发给许可证的考核的一部分。