连续媒质电动力学

上　　册

Л. Д. 朗 道　E. M. 栗弗席兹著
周　　奇 译

人 民 教 育 出 版 社

连续媒质电动力学

下册

Л. Д. 朗 道 Е. М. 栗弗席兹著

周 奇 译

人 民 教 育 出 版 社

统一书号 13012·0311
定价 ￥0.72

连续媒质电动力学

下　册

Л. Д. 朗　道　E. M. 栗弗席兹著
周　奇　译

本书是根据苏联国家物理数学书籍出版社(Физматгиз)出版的朗道(Л.Д.Ландау)和栗弗席兹(Е.М.Лифшиц)所著的“连续媒质电动力学”(Электродинамика сплошних сред)一书1959年版译出的。本书有系统地和比较详细地讲述了连续媒质内的电动力学，可作为综合性大学物理系学生和研究生的参考书。

本书共十五章，分两册出版，下册包括后八章。

连续媒质电动力学

(下　册)

Л. Д. 朗道　Е. М. 栗弗席兹著

周　奇　译

人民教育出版社出版(北京沙滩后街)

民族印刷厂印装

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

统一书号 13012·0312　开本 787×1092　1/32　印张 8 14/16

字数 220,000　印数 7,501—37,500　定价 (6)￥0.68

1963年7月第1版　1979年3月北京第4次印刷

序　言

本卷"理論物理学"闡述物质媒质內的电磁場理論和物质的宏观电学性质和磁学性质理論。从目录上可以看出，这些理論所包含的問題是十分广泛的。

在編著本书的过程中，我們曾經遇到一些頗大的困难，这是由于要从現有的大量材料中进行某些选擇，也是由于普通对本书所包括的許多問題的闡述缺乏必要的物理意义的明确性，甚至还往往包含有錯誤之处。我們也清楚地了解到，我們的論述也仍然还有許多缺点，希望将来再版时改正。

承 В. Д. 金茲堡教授审閱了本书的手稿，并提出了許多宝貴意見，我們謹致以謝意，我們也很感謝 И. Е. 迪日亚洛辛斯基和 Л. П. 皮塔耶夫斯基，他們在校对方面給了作者很多帮助！

Л. Д. 朗　道

Е. М. 栗弗席茲

1956年10月于莫斯科

主要符号

电場强度 $\mathbf{E}$

电感应强度 $\mathbf{D}$

磁場强度 $\mathbf{H}$

磁感应强度 $\mathbf{B}$

外电場强度 $\boldsymbol{\mathfrak{E}}$, 絕对值 $\mathfrak{E}$

外磁場强度 $\boldsymbol{\mathfrak{H}}$, 絕对值 $\mathfrak{H}$

电介质极化强度 $\mathbf{P}$

磁化强度 $\mathbf{M}$

物体的总电矩 $\boldsymbol{\mathscr{D}}$

物体的总磁矩 $\boldsymbol{\mathscr{M}}$

介电常数 ε

磁导率 μ

电流密度 $\mathbf{j}$

电导率 σ

絕对溫度(能量单位表示) T

热力学量	单位体积的	整个物体的
熵	S	$\mathscr{S}$
內能	U	$\mathscr{U}$
自由能	F	$\mathscr{F}$
热力学势	ϕ	$\mathscr{P}$
化学势	ζ	
普朗克常数(用 2π 除)	$\hbar$	

复数周期时間因子均取为 $e^{-i\omega t}$

累加規則均用于矢量和張量表达式內出現两次的三維指标(拉丁字母)和二維指标(希腊字母)。

目录

目　录

第一章 导体的靜电学

§1 导体的靜电場

宏观电动力学的对象是研究被物质所充满的空間内的电磁場。和任何宏观理論一样，在电动力学中所处理的物理量是按照"物理无限小"体积元所求得的平均值，对于这些物理量因物质的分子結构而引起的微观变化，則不感兴趣。例如，不采用电場强度的实际"微观"值 e，我們将研究它的平均值，这平均值表示为

$$\bar{e}=E \tag{1.1}$$

对眞空內的电磁場方程求平均值，就得到連續媒质电动力学的基本方程。这种从微观方程变换到宏观方程的方法，是由 Г. A. 洛倫茲首先提出的。

宏观电动力学方程的形状和所包含的物理量的意义，主要决定于媒质的物理性质以及場随时間变化的特性。因此，分別就每一类物理对象进行推导和研究这些方程，是很合理的。

大家知道，所有的物体按照它們的电学性质，可分成两大类——导体和电介质，前者和后者的区别是：一切电場在导体內引起电荷运动，即产生电流①。

我們从研究带电导体所产生的恒定电場开始(导体的靜电学)，首先从导体的基本性质可知，在靜电学的情况下，导体內的电場强度必須等于零。实际上，不为零的电場强度 E 将引起电流的产生；而且电流在导体內流动要引起能量的損耗，因而就不能自己(沒有

① 但是必須說明，这里假定了导体是均匀的(指成分、溫度等)。如后文将讲到的，在不均匀的导体內可能存在电場，但不会引起电荷的运动。

外加电源)維持在稳定状态。

由此可知，导体上的全部电荷应該分布于导体表面，因为导体內部如果存在电荷，必然在导体內产生电場①；电荷沿导体表面的分布可以这样实現，使这些电荷在导体內部产生的电場互相抵銷。

因此，导体的靜电学問題，就归結为确定导体以外的眞空內的电場和电荷沿导体表面的分布。

在不十分靠近导体表面的各点处，眞空內的平均电場 $\mathbf{E}$，事实上和实在的电場 $\mathbf{e}$ 相等。只在离导体很近的地方发生了不規則的分子場的影响，这两个量才有差别。但是，后一情况并不会影响平均場方程的形状。眞空內的精确的麦克斯韦微观方程是

$$\operatorname{div} \mathbf{e}=0, \tag{1.2}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{e}=-\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} \tag{1.3}$$

(式中 $\mathbf{h}$ 是微观磁場强度)。因为假定平均磁場不存在，因而导数 $\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t}$ 經过平均后变成零；于是我們得到，眞空內的恒定电場滿足普通方程：

$$\operatorname{div} \mathbf{E}=0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E}=0, \tag{1.4}$$

这也就是势为 φ 的势場，势和电場强度的关系为

$$\mathbf{E}=-\operatorname{grad} \varphi, \tag{1.5}$$

并且滿足拉普拉斯方程：

$$\Delta \varphi=0. \tag{1.6}$$

电場 $\mathbf{E}$ 在导体表面上的边界条件，可从方程 $\operatorname{rot} \mathbf{E}=0$ 得出，这个方程[和起始方程(1.3)一样]在导体外和导体內都同样正确。我們选擇导体表面某一点的法綫方向为 z 軸。于是在导体表面的紧邻近，电場分量 E_z 达到很大的数値(由于在很小距离上存在一

① 从下面引入的方程(1.8)，可明显地看出这一点。

有限的电势差)。这种很大的場是导体表面的一种性质，幷且决定于导体表面的物理特性，但和我們所研究的静电学問題沒有关系，因为当距离达到原子距离时，它已迅速降落。但是重要的是，导体表面如果是均匀的，那末沿导体表面的导数$\frac{\partial E_z}{\partial x}$，$\frac{\partial E_z}{\partial y}$仍保持有限值，尽管 E_z 本身会变成无穷大。因此，由

$$(\operatorname{rot}\mathbf{E})_x=\frac{\partial E_z}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial z}=0$$

可知，$\frac{\partial E_y}{\partial z}$是有限的。这表明，在导体表面上，$E_y$ 是連續的(因为 E_y 的突变表明导数$\frac{\partial E_y}{\partial z}$变为无穷大)。同样 E_x 也是如此，但是因为在导体內总是 $\mathbf{E}=0$，所以我們得到結論：在导体表面上，外电場的切向分量必須变为零：

$$\mathbf{E}_t=0. \tag{1.7}$$

由此可見，在导体表面的每一点处，静电場应垂直于导体表面。因为 $\mathbf{E}=-\operatorname{grad}\varphi$，因而这表明在任何导体的全部表面上，电場势应为常数。換句話說，均匀导体的表面是静电場的等势面。

垂直于导体表面的电場分量和分布于导体表面的电荷密度之間，存在一个非常簡单的关系，这关系可从普遍的电动力学方程 $\operatorname{div}\mathbf{e}=4\pi\rho$ 得出，这方程經平均后給出

$$\operatorname{div}\mathbf{E}=4\pi\bar{\rho}, \tag{1.8}$$

式中 $\bar{\rho}$ 是平均电荷密度。大家知道，这方程写成积分形式表明，通过閉合面的电通量等于这閉合面所包圍的体积內的总电荷(乘上 4π)。把这定理应用到无限靠近的两个单位面积所包圍的体积元上(两单位面积的两側和导体面接触)，幷考虑到在內面的面积上 $\mathbf{E}=0$，于是得到 $E_n=4\pi\sigma$，式中 σ 是电荷的面密度，也就是导体表面单位面积上的电荷。因此，导体表面的电荷分布，由下式給出

$$4\pi\sigma = E_n = -\frac{\partial\varphi}{\partial n} \tag{1.9}$$

(場势导数取在导体表面的外法綫方向)。导体上的总电荷为

$$e = -\frac{1}{4\pi}\oint\frac{\partial\varphi}{\partial n}df, \tag{1.10}$$

式中的积分对导体的全部表面进行。

任何静电場內的电势分布，具有下面一种奇异性质：势函数 $\varphi(x、y、z)$ 只在电場区域的边界上有极大值或极小值。这个定理也可表述成这样的說法：带到电場內的試驗电荷 e 不可能保持稳定平衡，因为在电場內，沒有任何一点处的势能 $e\varphi$ 是极小值。

这个定理的证明是非常簡单的。例如，我們假設在某一点 A 处(不在場的边界上)电势有极大值。于是我們可以用一个很小的封閉面把 A 点包圍起来，在封閉面上各处的法向导数 $\frac{\partial\varphi}{\partial n}<0$。因而遍这个面的积分 $\int\frac{\partial\varphi}{\partial n}df<0$。但是由于拉普拉斯方程：

$$\int\frac{\partial\varphi}{\partial n}df = \int\Delta\varphi dV = 0,$$

这是和假設相矛盾的。

§2. 导体的静电場能量

現在我們来計算带电导体的静电場的总能量 $\mathscr{U}$[①]：

$$\mathscr{U} = \frac{1}{8\pi}\int E^2 dV, \tag{2.1}$$

式中的积分对导体外的全部空間进行。我們把这积分变换如下：

① 平方 E^2 并不和导体表面附近以及导体內(此处 $E=0$，当然 $\bar{e^2}\neq0$)的实在場的均方值 $\bar{e^2}$ 相等。在計算积分(2.1)时，我們略去了不感兴趣的导体的內能和电荷与导体表面的亲和能。

$$\mathscr{U}=-\frac{1}{8\pi}\int \mathbf{E}\operatorname{grad}\varphi\cdot dV=-\frac{1}{8\pi}\int \operatorname{div}(\varphi\mathbf{E})dV+$$

$$+\frac{1}{8\pi}\int \varphi \operatorname{div}\mathbf{E}dV.$$

由于(1.4)式，第二个积分变为零，而第一个积分可以变换成遍包圍場的导体表面和遍无限远表面的积分。但是，后一积分由于場在无穷远处衰减得相当快，因而变成零。用下角标 a 表示导体，并用 φ_a 表示每个导体上的恒定电势值，于是得到①

$$\mathscr{U}=\frac{1}{8\pi}\sum_a\oint \varphi E_n df=\frac{1}{8\pi}\sum_a\varphi_a\oint E_n df.$$

末了，根据(1.10)式引入导体的总电荷 e_a，于是最后得到下列表达式：

$$\mathscr{U}=\frac{1}{2}\sum_a e_a\varphi_a, \tag{2.2}$$

这个式子和点电荷系統的能量表达式相类似。

导体的电荷和电势不可能同时用任意方式給定；在它們之間存在一定的关系。由于眞空內的場方程是綫性和齐次的，因而这种关系也必須是綫性的，即可用下列的关系式表示：

$$e_a=\sum_b C_{ab}\varphi_b, \tag{2.3}$$

式中的量 C_{aa}、C_{ab} 是长度的量綱，并且取决于导体的形状和它們的相互位置。量 C_{aa} 称为电容系数，而量 $C_{ab}(a\neq b)$ 称为静电感应系数。特別是，如果只有一个导体，則 $e=C\varphi$，其中 C 是电容；电容的数量級和导体的綫度相同。用电荷表示电势的逆式是

① 在这里和下面，变换体积分为面积分时，必須注意，E_n 是导体外法綫方向上的电場分量，这个方向和进行体积分的区域(即导体外的空間)的外法綫方向相反。因此，在变换时积分的正負号改变。

$$\varphi_a=\sum_b C^{-1}_{a\,b}e_b, \tag{2.4}$$

式中系数 $C^{-1}_{a\,b}$ 所組成的矩陣是系数 C_{ab} 所組成的矩陣的逆矩陣。

現在来計算导体系統当其电荷或电势发生无穷小变化时的能量变化。将初始方程(2.1)变分，我們得到

$$\delta\mathscr{U}=\frac{1}{4\pi}\int\mathbf{E}\delta\mathbf{E}dV,$$

这个表达式可以用两种等效的方法进一步变换。代入 $\mathbf{E}=-\operatorname{grad}\varphi$，并注意到变分后的場，和初始場一样，滿足方程(1.4)(因而 $\operatorname{div}\delta\mathbf{E}=0$)，于是我們有

$$\delta\mathscr{U}=-\frac{1}{4\pi}\int\operatorname{grad}\varphi\cdot\delta\mathbf{E}dV=-\frac{1}{4\pi}\int\operatorname{div}(\varphi\delta\mathbf{E})dV=$$
$$=\frac{1}{4\pi}\sum_a\varphi_a\oint\delta E_n df,$$

或者最后写成

$$\delta\mathscr{U}=\sum_a\varphi_a\delta e_a, \tag{2.5}$$

也就是我們得到用电荷变化所表示的能量变化。但是，显而易見，这結果也就是将无穷小电荷 δe_a 从无穷远处(其电場势等于零)带到給定导体上所必須作的功。

另一方面，可以写出

$$\delta\mathscr{U}=-\frac{1}{4\pi}\int\mathbf{E}\operatorname{grad}\delta\varphi\cdot dV=-\frac{1}{4\pi}\int\operatorname{div}(\mathbf{E}\delta\varphi)dV=$$
$$=\frac{1}{4\pi}\sum_a\delta\varphi_a\oint E_n df,$$

或者写成

$$\delta\mathscr{U}=\sum e_a\delta\varphi_a, \tag{2.6}$$