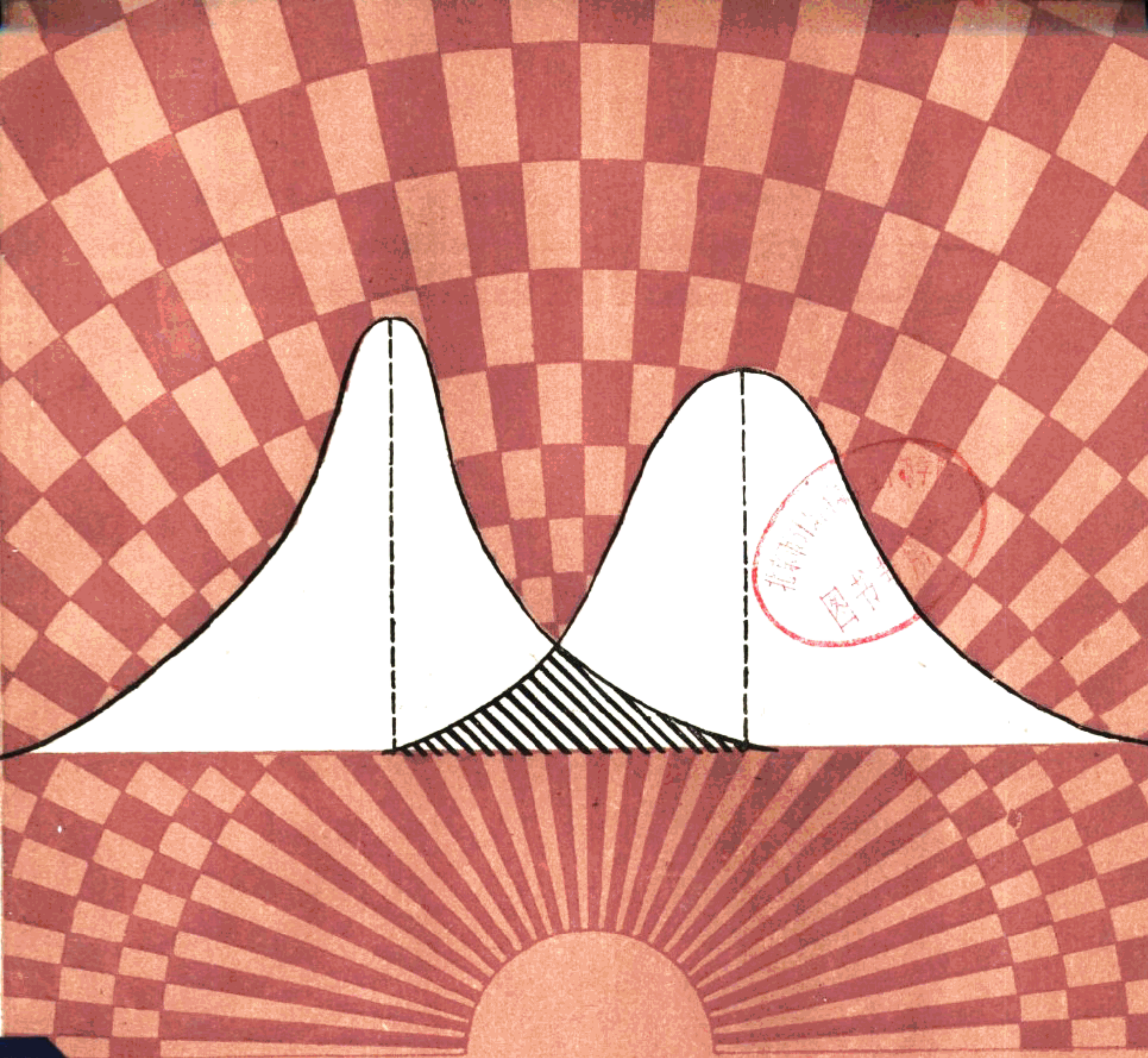

系统可靠性与风险分析

孙桂林　隋鹏程　编著

《系统可靠性与风险分析》是对系统或设备进行可靠分析和风险预测的一本教材，是安全設計和安全管理的重要参考书之一。本书1～7部分由孙桂林付教授执笔，8～9两部分由隋鹏程教授执笔，由于时間仓促、水平有限，不当之处，敬請读者指正。

目　　录

1.可靠性的基本概念及数量指标

1.1 可靠性，可靠度

可靠性（Reliablity）：指产品在规定的条件下和规定的时间内完成规定功能的能力。

产品指作为单独研究和分别试验对象的任何元件、器件、设备或系统。

产品的可靠性与“规定的条件”分不开的，规定条件包括使用时的应力条件，环境条件和贮存条件。

产品的可靠性与“规定的时间”密切相关，产品的可靠性水平经过一段时间的稳定使用或贮存一定时间以后，便随时间的延长而降低。

产品的可靠性与“规定的功能”密切相关，这里指的“规定的功能的能力”就是产品应具备的技术指标。

产品的可靠性又包括固有可靠性和使用可靠性。固有可靠性是指产品在设计、制造时所赋予的内在可靠性，它和材料、零部件的选择，设计、制造等都有关系。

使用可靠性是指产品使用过程中，计及环境、操作状况、维修（维修方式、维修技术）等因素对可靠性的影响，甚至包括人为因素的影响后，产品所具有的可靠性。

可靠度(Reliability)指产品在规定的条件下和规定的时间内，完成规定功能的概率。

通常用字母R表示可靠度。由于可靠度是一个概率，由概率论知R的取值范围为：

$$0 \leqslant R \leqslant 1$$

若将一个产品在规定的条件下，在规定的时间内丧失规定的功能（即发生失效）的概率记为F，F称为失效概率或不可靠度。

由于失效和不失效这两个事件是对立的，所以

$$R+F=1 \quad 或 \quad R=1-F$$

失效概率（不可靠度） 产品的失效概率，可以通过这类产品的大量试验来确定。

例如有N_0个产品在规定的条件下工作到某规定的时间有 r 个产品失效，则此时产品的失效概率（不可靠度）为：

$$F \approx \frac{r}{N_0}$$

当N_0足够大时，

$$F=\frac{r}{N_0}$$

而可靠度为：

$$R=1-F=\frac{N_0-r}{N_0}$$

从可靠度的定义可知，可靠度是对一定的时间而言，规定时间不同，产品失效数不同，可靠度的数值也就不同，所以可靠度是时间的函数。因此记为R(t)，并称为可靠度函数。

设N_0个产品从时间0开始工作，到任意时刻t时的失效个数为r(t)，则有：

$$F(t)=\frac{r(t)}{N_0}$$

F(t)是时间0到t内的失效概率，称为累积失效概率。这时可靠度函数可表示为：

$$R(t)=1-F(t)=\frac{N_0-r(t)}{N_0}$$

上式说明，产品在开始使用时（即t=0），所有产品都是好的，失效数r(0)=0，则可靠度R(0)=1，随着使用时间的延长，总的失效数不断增加，可靠度相应地减少。全部产品(N_0)，在使用中最后总是要失效的。因此，$r(\infty)=N_0$，$R(\infty)=0$，因此可知可靠度函数在〔0，∞〕区间内，是非增函数，取值范围为：

$$0\leqslant R(t)\leqslant 1$$

累积失效分布函数

累积失效分布函数表示时刻t，产品累积失效数占产品总数的比例，为时间的函数，它也就是产品在时刻t时的累积失效概率或不可靠度。

设N_0个产品在规定的条件下连续工作，记录其中每个产品工作到发生失效为止的时间，将测得的数据从小到大排列为：$0<t_1<t_2<\cdots\cdots<t_{N0}$，把这些失效产品进行分组，画出产品失效数直方图（图1－1）。

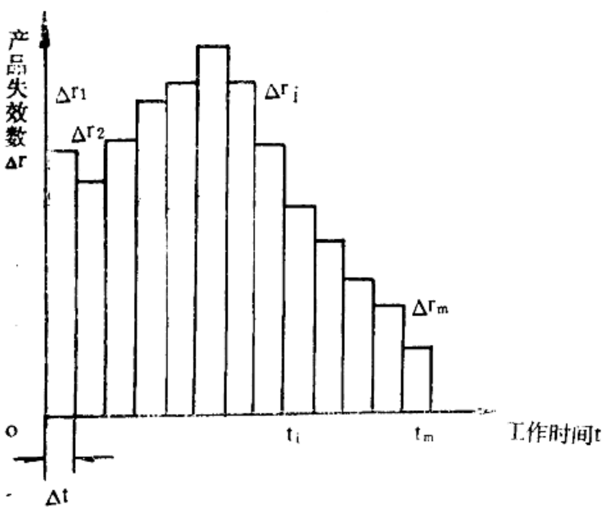

图1—1产品失效频数直方图

把测得数据分成m个组，图中将横座标从0到t_m分成长度为△t的m个区间。纵座标表示在△t时间内发生故障的产品数$\triangle r_i$，称为频数。频数的总和将等于这批产品的总数N_0

$$N_0=\sum_{i=1}^{m}\triangle r_i$$

为了找出产品累积失效规律，一般要作出产品累积失效数直方图。

横座标为时间 t，纵座标为产品累积失效数量 ri（图 1 — 2 ）。

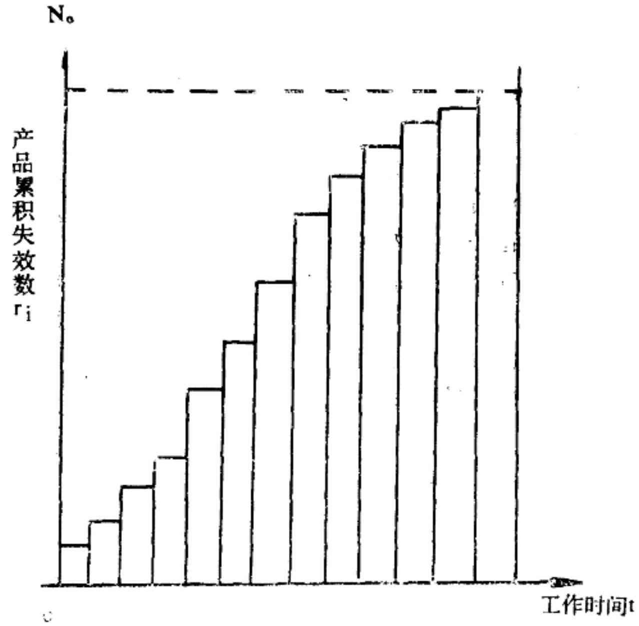

图 1 — 2 产品累积失效数直方图

累积失效数$r_i = \sum_{j=1}^{i} \triangle r_j$表示这批产品工作到时间$t_i$时的累积失效数，也称为累积频数。

此时产品的累积失效频率为：

$$F_i = \frac{r_i}{N_0} = \frac{1}{N_0} \sum_{j=1}^{i} \triangle r_j$$

根据上式可以作出产品的累积失效频率直方图（图 1 — 3 ）。

当N_0非常大，取组距$\triangle t \longrightarrow 0$时，直方图中的折线变成一条光滑的曲线F（t）。

$$F(t) = \frac{r(t)}{N_0} = \int_0^t \frac{1}{N_0} dr(t) = \int_0^t \frac{1}{N_0} \frac{dr(t)}{dt} dt$$

令 $$f(t) = \frac{1}{N_0} \frac{dr(t)}{dt}$$

则有： $$F(t) = \int_0^t f(t) dt$$

f(t)称为失效密度函数。它表示任时刻 t 后的一个单位时间内，产品的失效数与总产品数之比。

F(t)称为累积失效分布函数。它表示在时刻t，产品累积失效数占产品总数的比例。它也是产品在时刻t时的累积失效概率或不可靠度。

1·2 失效率(failure rate)

失效是指产品丧失了规定的功能。“失效”用于不可修复的产品。“故障”则用于可修复的产品。“失效”和“故障”均指产品丧失了规定的功能，有时二者通用。

失效率是指，工作到某时刻尚未失效的产品，在该时刻后单位时间内发生失效的概率。

根据定义失效率可写成下式：

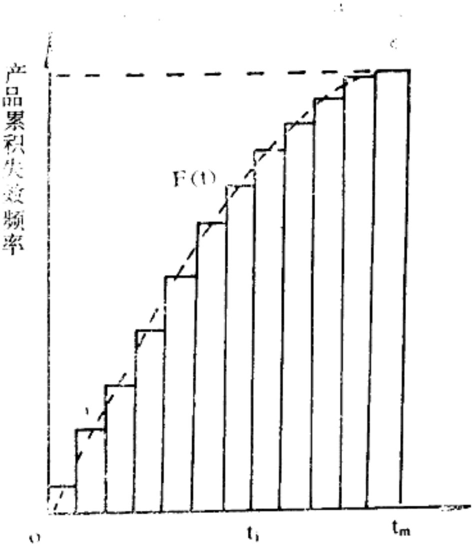

图 1—3 产品累积失效频率直方图

$$\lambda(t)=\frac{dr(t)}{Ns(t)dt}$$

式中 r(t)——到时刻t止，产品累积失效数，

Ns——时刻t止的残存产品数。

失效率单位是“1/小时”。对于电子产品失效率采用“菲特”(Failure Unit的缩写Fit)，

$$1\text{菲特(Fit)}=10^{-9}/\text{小时}=10^{-6}/10^{3}\text{小时}。$$

浴盆曲线(Bath Tub curve)

失效率函数有三种基本类型：早期失效型偶然失效型和耗损失效型。

早期失效型的失效率λ(t)随时间t的增长而减小，因此，又称递减型失效率，记为DFR(Decreasing Failur Rate)。

偶然失效型的失效率λ为常数与时间无关，因此称恒定型失效率，记为CFR(Constant Failure Rate)。

耗损型失效率λ(t)随时间的增加而增大，因此称为递增型效率，记为IFR(Increasing Failure Rate)。

早期失效，是产品在使用初期，由于不适应外部环境，产品材料缺陷，设计不合理，制造缺陷，检验疏忽等原因所造成。也有些产品本身就属于递减型失效率，如某些半导体器件，图1—4 a是递减型失效率曲线。

偶然失效，是产品在使用过程中某些无法排除也无法预测的缺陷所引起的失效。在此期间失效率为常数，失效状态趋于稳定，所以称为恒定型失效率，这一阶段为产品的

最佳使用期。图1—4b为恒定型失效率曲线。

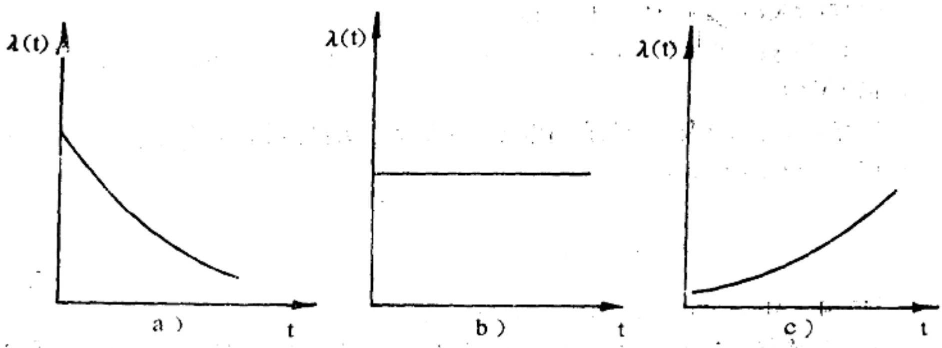

图1—4

耗损失效，是由于产品老化、衰变、退化而引起的失效。失效率随时间而增大，所以又称为递增型失效率。图1—4c为递增型失效率曲线图。

浴盆曲线（bath—tub curve）

对于一个系统或由许多零件组成的设备在工作过程中，失效率随着时间的变化而分阶段属于上述三种失效类型。也就是早期失效，偶然失效和耗损失效，把这三种失效率曲线绘制成连续曲线，其形状类似浴盆，故称为浴盆曲线（图1—5）。

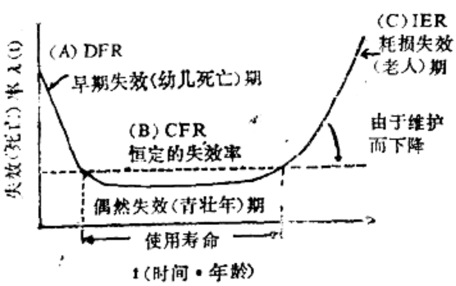

图1—5浴盆曲线图

从曲线中可以看出，系统或设备使用初期，由于本身的缺陷而产生的可能性大，随着使用时间的延长失效率逐渐下降，这段时间称为早期失效。

经过试运转，“跑合”，把系统或设备本身的缺陷充分暴露，经过维修，失效率降到最低进入偶然失效期，这时失效率稳定于某一常数，经过一段时间的工作，达到设备（系统）的使用寿命，从而进入耗损失效期。

浴盆曲线是由人的死亡率曲线演变过来的，图1—6是人的死亡率曲线，图中横坐标为年龄，纵坐标为死亡率，曲线说明在儿童时期，对外界缺乏抵抗力，因此死亡率比较高，随年龄的增长，死亡率逐渐降低，到了青壮年死亡率最低，并且趋于稳定，这是生命力最旺盛的时期。在此期间死亡常常是一些偶然的因素所致。当进入老年期由于各器官发生老化现象，死亡率又开始上升。

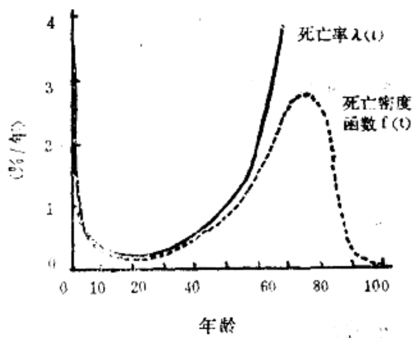

图1—6人死亡率曲线

1.3 MTTF（平均寿命时间）MTBF（平均故障间隔）

MTTF（Mean Time To Failure）

对于不可修复的产品，平均寿命时间是指产品失效前工作时间的平均值，即寿命均值，记为MTTF。

设有N_0个不可修复的产品在同样条件下进行试验，测得全部数据寿命为$t_1\ t_2\cdots\cdots t_{N_0}$。

则其平均寿命时间为θ

$$\theta = MTTF = \frac{1}{N_0}\sum_{i=1}^{N_0} t_i$$

MTBF（Mean Time Between Failures）

对于可修复的产品，寿命是指一个产品无故障工作时间的平均值，或两相邻故障之间的平均时间，记为MTBF：

如一个可修复的产品在使用期内，发生了N_0次故障，每次故障修复后又如新的一样继续投入工作，其工作时间为：$t_1t_2\cdots\cdots t_{N0}$。

则其平均无故障工作时间（平均无故障间隔）为θ

$$\theta = MTBF = \frac{1}{N_0}\sum_{i=1}^{N_0} t_i$$

其中 $\sum_{i=1}^{N_0} t_i = T$ 为总工作时间。

平均寿命时间和平均无故障间隔都是产品的平均寿命。计算方法也相同。

当N_0值很大时，可将数据分成m组，每组的中值为t_i，每组频数$\triangle r_i$，那么

$$\theta = \frac{1}{N_0}\sum_{i=1}^{m} t_i\triangle r_i = \sum_{i=1}^{m} t_i p_i$$

上式为离散型随机变量的数学期望。

当N_0无限增多时，分组也无限增多，即$m \longrightarrow \infty$，则有

$$\frac{\triangle r_i}{N_0} = \frac{1}{N_0}\ \frac{dr(t)}{dt}\,dt = f(t)\,dt$$

经过整理可得到：

$$\theta = \int_0^\infty R(t)d$$

当 $R(t) = e^{-\lambda t}$时

那么：

$$\theta = \int_0^\infty e^{-\lambda t}dt = \frac{1}{\lambda}$$

也就是说，当产品寿命服从指数分布时，其平均寿命时间θ为失效率λ的倒数。

可靠寿命

可靠寿命

可靠寿命就是预先给定可靠度$R=R_0$，再根据R_0求出对应的工作时间t_r这个工作时间称为可靠寿命。

对于寿命服从指数分布的产品，则可靠寿命为：

$$e^{-\lambda t_r}=R_0$$

$$\therefore \quad t_r=\frac{\ln R_0}{\lambda}$$

可靠寿命在可靠性设计中很重要，只要产品的使用时间$t<t_r$，则产品的可靠度就不会低于给定的可靠度R。

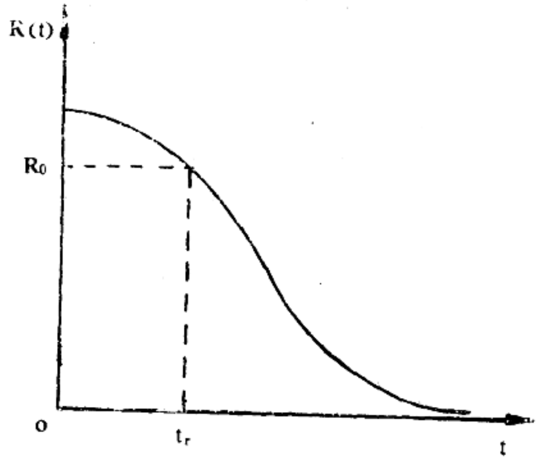

图1—7 可靠寿命的求法

可靠寿命可用可靠度函数曲线求得，首先在可靠度R(t)轴上取预先给定的可靠度，在曲线上对应的时间轴上截取的时间就是可靠寿命(图1-7)。

更换寿命（使用寿命）

更换寿命就是产品在规定的使用条件下，具有可接受的失效率的工作时间。或者说预先给定失效率λ_0，再根据λ_0求出产品的工作时间t_λ就称为更换寿命或使用寿命。

更换寿命为更换元器件、零件提供可靠的数据

图1—8是更换寿命的求法，根据给定的失效率λ_0，由失效率函数曲线求出对应的工作时间t_λ，即为更换寿命。当产品工作到超过更换寿命时，产品失效率λ就会高于给定的失效率λ_0，所以必须及时更换才能保证产品的失效率低于给定的失效率λ_0。

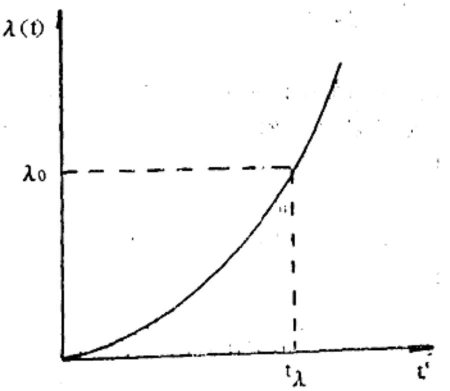

图1—8更换寿命的求法

中位寿命

当可靠度$R=0.5$时，相应的可靠度寿命称为产品的中位寿命。

1.4维修度（Mainlainability）

修复率（Repair rate）

在规定的条件使用的产品，当发生故障后，在规定的时间内按规定的程序和方法进行维修时，产品保持或恢复到能完成规定功能状态的概率。

或者说在发生故障后的某段时间内完成维修的概率，称为维修度。维修度函数$M(\tau)$是非减函数。

维修度不仅与产品或系统的的固有质量有关，还与人的因素有关。

要想提高产品或系统的维修度应考虑以下因素：

（1）进行结构设计时，要使产品在发生故障后，容易发现或检查故障，而且易于修理（维修性设计）；

（2）担任修理任务的维修工人要具有熟练的技能；

（3）备件、维修工具、工具管理等可供维修用的设备和系统要保持良好状态。

以上三项因素称为维修三要素。

修复率

是指修理时间达到某个时刻但尚未修复的产品，在该时刻后的单位时间内修复的概率。用$\mu(\tau)$表示。

$$\mu(\tau)=\frac{dM(\tau)}{dt\left[1-M(\tau)\right]}$$

$\mu(\tau)$反映产品某时刻的修复情况，因此它是瞬时修复率。单位1／小时。

产品的平均修复时间是修复时间的均值。用MTTR（Mear Time To Repair）

1.5**有效度**（Availability）

有效度的定义是产品在正常规定的条件下使用，产品在某时刻t正常工作的概率。记为A（t）。

对于可修复的产品，虽然发生了故障，但只要在允许的维修时间内修复重新投入工作，这就增加了正常工作的概率。所以，对于可修复的产品有效度比可靠度大，二者不是一个概念。

可靠度R（t）、维修度M（τ），有效度A（t·τ）允许的维修时间τ（远小于t），则三者的关系：

$$A(t)=R(t)+[1-R(t)]M(\tau)$$

也就是有效度包括不发生故障的可靠度R（t）部分，还包括发生了故障但在很短的时间τ内复修重新投入工作的概率$[1-R(t)]M(\tau)$。

图1—9可靠度、维修度和有效度关系曲线。在工程上注意产品的稳态有效度A，它表示产品或设备工作时间比。

$$A=\frac{能工作时间}{能工作时间+不能工作时间}$$

$$A=\frac{MTBF}{MTBF+MTTR}$$

其中　MTBF　平均故障间隔；

　　　MTTR　平均修理时间。

固有有效度 Ai

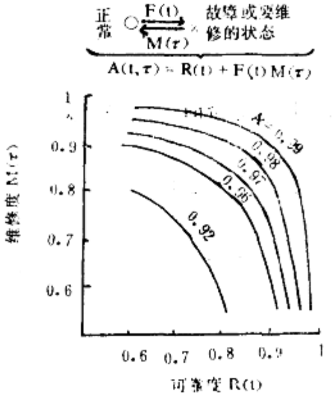

图1—9是可靠度R（t），维修度M（τ）和有效度A（t）之间的关系曲线。

$$Ai=\frac{工作时间}{工作时间+实际不能工作时间}$$

$$Ai=\frac{MTBF}{MTBF+MADT}$$

其中 MADT (Mean Active Down Time) 为平均不能工作时间。

还可以表达为:

$$Ai=\frac{MTBM}{MTBM+MMT}$$

MTBM(Mean Time Betweer Maintenances)为两次维修间的平均时间;

MMT (Mean Maintenance time) 为平均维修时间。

1·6数学期望(均值)、均方差

数学期望是从算术平均值的概念发展起来的,其含义是,随机变量在无限多次试验后,这无限多个取值的平均值。所以也称数学期望为均值。通俗地说,数学期望是随机变量的变动中心。

对离散型随机变量的数学期望可写成:

$$E(t)=\bar{t}=\sum_{i=1}^{m} ti\ pi$$

式中t_i, $i=1、2\cdots$, n 是n次试验后得到n个随机变量实际取值。

pi——第i组取值的频率;

m——实际取值的分组数。

对于连续型随机变量的数学期望可写成:

$$E(t)=\bar{t}=\int_0^{\infty} tf(t)dt$$

其中f(t)是失效密度函数

方差、均方差

方差反映随机变量的实际取值对数字期望的分散程度。

方差越大,实际取值偏离数学期望值的可能性越大;方差越小,实际取值偏离数学期望值的可能性越小。

对离散型随机变量t的方差:

$$D(t)=\sum_{i=1}^{n}(ti-E(t))^2 p(ti)$$

对连续型随机变量t的方差;

$$D(t)=\int_0^{\infty}\left(t-E(t)\right)^2 f(t)dt$$

D(t)称为随机变量t的方差。

$\sqrt{D(t)}$称为均方差或标准差。

例 1. 有10万灯泡在18年内的失效数据列于下表，計算这批灯泡在工作 1 年、 2 年……的失效率。

10万个灯泡的失效数据及λ（t）計算表　　　　表 1 — 1

t (年)	r (t) ×1000个	△r (t) ×1000个	λ (t)	
			%/年	%/1000时
0		0	0	0
1	0	1	1.00	0.114
2	1	1	1.01	0.115
3	2	1	1.02	0.116
4	3	1	1.03	0.118
5	4	3	3.12	0.356
6	7	6	6.45	0.736
7	13	10	11.49	1.312
8	23	14	18.18	2.075
9	37	15	23.81	2.718
10	52	16	33.33	3.805
11	68	14	43.75	4.994
12	82	8	44.44	5.073
13	90	4	40.00	4.566
14	94	3	50.00	5.708
15	97	1	33.33	3.805
16	98	1	51.00	5.708
17	99	1	100.00	11.416
18	100			

根据定义，失效率是指工作到某时刻尚未失效的产品，在该时刻后单位时间內发生失效的概率。时间以年为单位，取$\Delta t = 1$年

$$\lambda(t)=\frac{\Delta r(t)}{N_s(t)\Delta t}$$

$$\lambda(5)=\frac{3}{(100-4)\times 1}=0.0312/\text{年}=3.12\%/\text{年}$$

如以时间10^3小时为单位，则$\Delta t=1$年$=8.76\times10^3$小时

那么：

$$\lambda(5)=\frac{3}{(100-4)\times 8.76\times10^3}=0.356\%/10^3\text{小时}$$

将这些数据塡入表中，就成为λ（t）的变化表，如果描成曲綫，则可以看出失效率与时间变化規律。

时效率可以根据大量的試驗得到，例二极管失效率$\lambda=0.5\times10^{-6}\sim30.0\times10^{-6}$/小时，电阻$\lambda=0.5\times10^{-6}\sim10.0\times10^{-6}$/小时。

例2 飞机、车辆的事故率是以1亿旅客每英里有几个人失事来表示的，单位1/英里，以此来比较安全程度。最近的噴气式客机在起升或着陆时，其事故发生率分別为22%及71%，问这种事故发生率的单位是否合适。

〔解〕：首先看单位距离上每次飞行的情况，若两者互相独立，当必须考虑与飞行距离有关时，飞行事故率可以认为是每次飞行事故率和单位距离事故率之和。对飞机、汽车、火車等仅用单位距离的事故率进行比较是不十分恰当的。

资料表明，一亿旅客中每英里的事故率，公共汽车为0.23～0.11人；火车为0.16～0.05人；私人汽車为2.6～2.2人，飞机为1～1.1。1962年飞机的事故率为一亿旅客中每英里为1.1人，每10^6飞行小时为3.4人，每10^8英里为1.3人。

例3 某产品的维修度为指数分布，已知$\mu=0.0133$/小时，求MTTR及M（30）M（100）。

〔解〕：当维修度函数为指算分布时，修复率为常数

$$M(t)=1-e^{-\mu t}$$

产品的平均修复时间的平均值用MTTR（Mean Timeto Repair）表示。它与MTBF对应。在维修度为指数分布时。

$$MTTR=\frac{1}{\mu}$$

$$MTTR=\frac{1}{0.0133}=75\text{小时}$$

$$M(30)=1-e^{-0.0133\times30}=0.33$$

$$M(100)=1-e^{-0.0133\times100}=0.736$$

2．系统可靠性模型与可靠度计算

2·1　串联、并联、表决、旁联系统

（1）、串联系统

组成系统的所有单元中任一单元失效就会导致整个系统失效，或者说只有当系统中所有单元都正常工作时，系统才能正常工作，这种系统称为串联系统。

串联系统也称无贮备系统、

由$A_1A_2\cdots\cdots A_n$个独立单元组成的串联系统。

图2一1是系统的可靠性方框图。

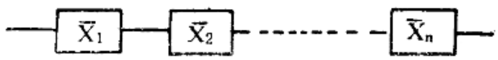

图2—1　串联系统可靠性方框图。

设图2—1中各单元的可靠度分别为$R_1(t)$、$R_2(t)$、$R_3(t)\cdots\cdots R_n(t)$，当各单元之间是相互独立时，按概率论的计算，系统的可靠度R_s为：

$$R_S = R_1(t)\cdot R_2(t).R_3(t)\cdots\cdots R_n(t) = \prod_{i=1}^{n} R_i(t)$$

由于$R_i(t)$是一个小于1的数，所以可靠度的连乘积就会更小。因此串联系统的可靠度随着串联单元数目的增多而降低。

假定构成串联系统的每个单元的失效都是偶然失效，也就是每个单元的可靠度均服从指数分布，其失效率为λ_i，那么：

$$Ri(t) = e^{-\lambda i} \quad i = 1.2.3\cdots n$$

则串联系统的可靠度为：

$$R_S(t) = \prod_{i=1}^{n} R_i(t) = e^{-\sum_{i=1}^{n}\lambda it} = e^{-\lambda_S t}$$

式中　$\lambda_S = \sum_{i=1}^{n}\lambda_i$

串联系统的平均无故障工作时间为：

$$MTRF=\frac{1}{\lambda_s}=\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i}$$

2、并联系统

组成系统的所有单元都失效时，系统才失效。或系统中只要有一个单元不失效，整个系统就不会失效，这种系统称为并联系统。

并联系统属于工作贮备系统。

图2—1是由A_1、A_2、A_3……A_n个单元组成的并联系统。

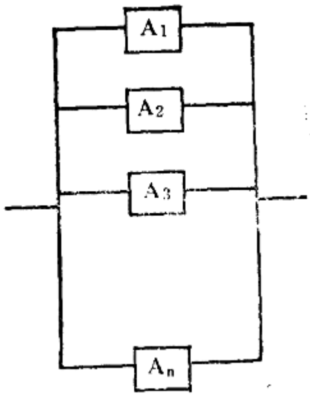

图2—2　并联系统图

根据上述定义和概率论，当各单元相互独立时，系统可靠度为：

$$R_S(t)=1-\prod_{i=1}^{n}F_i(t)=1-\prod_{i=1}^{n}[1-R_i(t)]$$

式中　$F_i(t)$——累积失效分布函数或不可靠度。

从上式中可以看出，并联系统，单元数越多，系统可靠度越大。

若每个单元的可靠度都服从指数分布且失效率均为常数λ，则系统的可靠度R_S为：

$$R_S(t)=1-(1-e^{-\lambda t})^n$$

式中　λ——单元失效率；

n——单元数。

系统的平均无故障工作时间为：

$$MTBF=\theta=\int_0^{+\infty}R(t)dt=\int_0^{+\infty}[1-(1-e^{-\lambda t})^n]dt$$

经变量置换整理得

$$MTBF=\frac{1}{\lambda}(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots\cdots+\frac{1}{n})$$

$$=\frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}$$

由上式可见，并联系统的寿命随并联单元的增加而延长。

3、表决系统（K／n系统）

组成系统中的n个单元中，至少有k个单元正常工作时，系统才能正常工作。也就是说只要系统中失效单元数小于或等于（n－k）时，系统则能正常工作。

设表决系统中每个单元的可靠度为$R_0(t)$，则系统可靠度为：

$$R_S(t)=R_0^n(t)+nR_0^{(n-1)}(t)[1-R_0(t)]+\cdots\cdots+\frac{n!}{K!(n-k)!}R_0^K(t)[1-R_0(t)]^{n-K}$$