现代经济管理
应用数学基础

应用概率统计

李昌龙 主纂

能 源 出 版 社

123
456
789

4

应用概率统计

电子工业管理干部学院　李昌龙
北京农恳管理干部学院　雷雪辉
北京市经济管理干部学院　薛世明
中国民航管理干部学院　瞿钧　贾中裕
合编

主纂　李昌龙

能源出版社

应 用 概 率 统 计

李昌龙　主纂

能源出版社出版　　首都发行所发行

河北省定兴县兴华印刷厂印刷

787×1092毫米　1/32开本　11.87印张　249千字

1989年2月第一版　　　1989年2月第一次印刷

印数：1—10,000册

ISBN7—80018—144—8/G·27　　　定价：4.75元

北京地区管理干部学院数学学会

教 材 编 委 会

主任：李昌龙

副主任：殷子和　武学师　田书京　薛贵珍

编委：（以姓氏笔划为序）

庄宝珲　李玉奎　李世镇　罗美玉

郑美霞　梁铭玲　雷雪辉　薛世明

瞿　钧

特聘顾问：朱兆仓

前　　言

《现代经济管理应用数学基础》系列教材，由北京地区管理干部学院数学学会聘请有关的管理干部学院数学教研室主任、以及具有多年成人高教经验的副教授、讲师共同编写，目的拟推荐给各管理干部院校作为大专班、短训班以及各成人高教经济管理类等专业的数学教学用书或参考书。教材共分四册：《微积分》、《实用线性代数》、《线性规划》、《应用概率统计》。

本教材是参照国家原经委制定的管理干部大专班的《教学计划》，并针对干部高教的特点编写的。编写过程中尽力突出以下特点：

（1）深浅适度；（2）“少而精”，理论联系实际；（3）“模块式”编排，富有“弹性”；（4）循序渐进，深入浅出，简明易懂；（5）具有一定的先进性。

在编写本教材过程中，曾得到机械工业管理干部学院赵晓茂院长、邮电部管理干部学院丁官昂副院长等院校领导大力支持和指导，在此表示衷心的感谢。

我们特聘长期兼任成人高教数学教学工作，北京邮电学院朱兆仓副教授为顾问。朱老为本书编写提出了许多宝贵意见，深表谢意。

由于编写的时间仓促，错误和不妥之处在所难免，热诚希望广大读者批评指正。

教材编委会　　1988年12月

内 容 简 介

本书是《现代经济管理应用数学基础》系列教材之一。共分九章，前五章概述了概率统计的理论基础。后四章阐述了“参数估计”、“假设检验”、“回归分析”和“正交试验设计”等工程应用的内容。并每章均有一定数量的习题及其答案。

本书可供管理干部院校作为大专班、短训班以及成人高教经济。管理类等专业的数学教学用书或参考书。

目　　录

第一章　预备知识…………………………………………（1）

§1.1 集合与集合运算…………………………………（1）

§1.2 排列与组合………………………………………（11）

习题一……………………………………………………（21）

第二章　概率论的基本概念………………………………（24）

§2.1 随机现象和概率…………………………………（24）

§2.2 古典概型…………………………………………（35）

§2.3 概率的加法法则…………………………………（38）

§2.4 条件概率、乘法公式……………………………（42）

§2.5 全概公式与逆概公式……………………………（48）

§2.6 重复独立试验，二项概率公式…………………（55）

习题二……………………………………………………（58）

第三章　随机变量及概率分布……………………………（62）

§3.1 随机变量…………………………………………（62）

§3.2 离散型随机变量…………………………………（65）

§3.3 连续型随机变量…………………………………（78）

§3.4 分布函数…………………………………………（84）

§3.5 正态分布…………………………………………（89）

§3.6 多维随机变量及其分布…………………………（96）

习题三……………………………………………………（105）

第四章　随机变量的数字特征……………………（110）
§4.1　数学期望……………………………………（110）
§4.2　随机变量函数的数学期望及期望的性质…（117）
§4.3　方差、矩……………………………………（121）
§4.4　大数定律与中心极限定理…………………（128）
习题四…………………………………………………（137）
第五章　样本及其分布………………………………（141）
§5.1　总体与样本…………………………………（141）
§5.2　直方图………………………………………（147）
§5.3　统计量及其分布……………………………（151）
习题五…………………………………………………（163）
第六章　参数估计……………………………………（167）
§6.1　点估计………………………………………（167）
§6.2　极大似然估计法……………………………（170）
§6.3　估计量的评价标准…………………………（175）
§6.4　区间估计……………………………………（179）
习题六…………………………………………………（187）
第七章　假设检验……………………………………（190）
§7.1　假设检验的基本思想………………………（190）
§7.2　一个正态总体的假设检验…………………（196）
§7.3　两个正态总体的假设检验…………………（204）
§7.4　分布函数的拟合检验………………………（211）
习题七…………………………………………………（222）
第八章　回归分析……………………………………（228）
§8.1　一元线性回归………………………………（229）
§8.2　可线性化的非线性回归……………………（251）

§8.3 多元线性回归……………………………………（264）
习题八……………………………………………………（279）
第九章 正交试验设计……………………………………（284）
§9.1 正交表简介………………………………………（286）
§9.2 试验方案设计和结果的分析……………………（287）
§9.3 混合水平的正交试验设计………………………（302）
§9.4 有交互作用的正交试验设计……………………（309）
§9.5 试验数据的方差分析……………………………（314）
第九章附表 常用正交表…………………………………（327）
附表1 普阿松分布表……………………………………（338）
附表2 函数$\sum_{m=0}^{k}\frac{\lambda^m}{m!}e^{-\lambda}$数值表……………………（340）
附表3 标准正态分布表…………………………………（341）
附表4 t分布表 ………………………………………（343）
附表5 χ^2分布表 ……………………………………（345）
附表6 F分布表 …………………………………………（347）
附表7 相关系数检验表…………………………………（359）
附表8 正态概率纸………………………………………（360）
习题答案…………………………………………………（361）

第一章　预备知识

本书首先介绍集合与集合运算、排列与组合两方面的基本知识。现在中学数学课本中都有这些内容，但考虑到成人教育的特点，加之学习概率统计时，上述内容是必须具备的基础知识，因此，我们把这些内容作为本教材的预备篇，供学习概率统计而又不熟悉这方面内容的读者参考。

§1·1　集合与集合运算

（一）集合概念

一般将集合理解为具有某种共同性质的一些对象组成的全体。

组成某一集合的那些对象叫做该集合的元素。元素可以是任何事物，可以是人、物、数字、字母甚至抽象的东西等。通常用大写字母A、B、C等表示集合，用小写字母a、b、c等表示元素。

集合有以下三个特性：

（1）确定性　集合中的元素必须是确定的，否则无从区别这一集合与那一集合的不同之处。例如，“非常大的数”与“某点P邻近的点”的说法，这些数或点都不能成为集合。

（2）元素互异性　同一集合中不能重复出现同一元素，例如，“1，2，1，2，5”一组五个数字并不组成集合，

因为上下文中并没有给出两个数字“1”或“2”的区别，而“1，2，5”一组三个数字则可以组成唯一集合。

（3）无序性　普通的集合不考虑元素的顺序。例如，数字“1，2，5”或“5，1，2”是同一个集合。

首先让我们熟悉有关不同的集合的例子。

例1．一个工厂的全体管理人员组成一个集合，它的元素包括厂长，车间主任，各科室人员，班组长等。

例2．某车间正在开动的设备的全体组成一个集合，它的元素“正在开动的机器”。

例3．从1到50所有的自然数组成一个集合，它的元素是“1到50所有的自然数”。

例4，对市场需求高低的各种判断组成一个集合，其元素是一种抽象的思维判断。

（二）集合的表示法

（1）列举法：一一列举集合的所有元素，称列举法。

例如，A是小于5的正整数集合，则可写成

$$A=\{1, 2, 3, 4\};$$

又例如，掷一个硬币两次，所得结果有四种情形“正正，正反，反正，反反”，可以写成B＝{正正，正反，反正，反反}，如果用h表示出现正面朝上，t表示出现反面朝上，又可以写成$B=\{hh, ht, th, tt\}$。

当集合元素太多或者是无穷尽时，列举法就不方便，甚至不可能。因此，列举法有很大的局限性。

（2）描述法：如果集合中的所有元素都具有某种共同性质，并且可以用确定的法则表明共同性质的时候，可以用描述法描述集合。

例如，A是小于5的正整数集合，可以写成

$A=\{x/x<5$的正整数$\}$，

又例如，$B=\{x/x$是实数，且$3\leq x<5\}$就是通常的半开闭区间$[3,5)$。

上面{ }中/表示元素的描述内容。

在某种情况下，如集合中的元素无限多时，只能使用描述法。在有些元素没有共同性质时，只能使用列举法。

（三）有限集与空集

如果a是集合A的元素，则称"a属于A"，记作$a\in A$；如果a不是集合A的元素，则称"a不属于A"，记作$a\overline{\in}A$。

仅含有限多个元素的集合称有限集。含有无限多个无素的集合称无限集。在无限集中，能与自然数集建立一一对应关系的集合称可列集（或可数集），否则称不可列集。

不含任何元素的集合称为空集，记作ϕ。仅含一个元素x的集合称为单元素集，记作$\{x\}$。

何如，$A=\{x/$掷一骰子，得出的点数是大于6的整数$\}$是空集；

又如，$B=\{x/x^2+1=0$的实数根$\}$，由于无实数适合于方程$x^2+1=0$，故B也是空集；

再如，$C=\{x/x^2=0\}$不是空集，因为C中有元素0，故$C=\{0\}$，这是一个单元素集。我们还要分清楚，如果有$D=\{\phi\}$也不是空集，它是以空集作为元素的集合。

（四）子集与空间

如果集合A的每一个元素都属于B，则称A为B的子集，记作$A\subset B$或$B\supset A$，读作"A包含于B"或"B包含A"。

例如，集合$B=\{$管理人员$\}$，$A=\{$车间主任$\}$，则$A\subset B$；

又如，集合$D=\{$工厂拥有的全部设备$\}$，$C=\{$正在开动的设备$\}$，则$D\supset C$。

在数集中，以Z表示整数集合，Q表示全体有理数，R表示实数集合，则$Z\subset Q\subset R$。可知$Z\subset R$，即包含关系具有传递性。

如果$A\subset B$且$B\subset A$，则称集合A与集合B是相等的，记作$A=B$。

例如，$A=\{a, b, c\}$，$B=\{c, b, a\}$，$C=\{b,a,c\}$，则$A=B=C$；

又如，$A=\{x/x$为大于1小于4的整数$\}$，$B=\{x/x$为小于5的质数$\}$，则$A=B=\{2, 3\}$。

倘若研究某一问题时，所涉及的有关集合都是某个集合的子集，则称该集合为空间，记作Ω，U，或S。

例如，掷一颗骰子的试验中，观察其出现的点数，有"1点"，"2点"，…，"6点"，则空间$S=\{1,2,3,4,5,6\}$，而出现"奇数点"的集合$A=\{1, 3, 5\}$，出现"偶数点"的集合$B=\{2,4,6\}$等都是空间S的子集。且任何集合都是其本身的子集，即$A\subset A$。如果$A\subset B$且B中至少有一个元素x不属于A，则称为A是B的**真子集**。

对任何集合A，有$\phi\subset A\subset S$，ϕ是任何集合的子集，且是任何非空集合（至少有一个元素）的真子集，而任何集合A是S的子集。

（五）集合的运算

对于抽象的集合概念及其运算，我们可以直观地用图形说明，这种图形被称为文氏（Venn）图。所谓文氏图是用一

正方形表示空间S，正方形内的点表示S的元素，S的子集用正方形中一条或多条封闭曲线围成的图形的内部或外部区域来表示，例如图1-1所示。

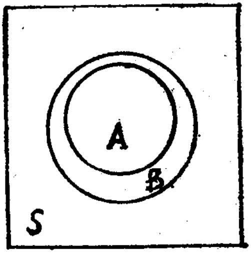


图 1-1　文氏(Venn)图

（1）**并集**　由属于集合A或集合B的那些元素的全体组成的集合，称为A与B的并集（或和集），记作A∪B或A＋B，读作A并B，即　$A\cup B=\{x/x\in A或x\in B\}$，

如图1-2（a）所示：

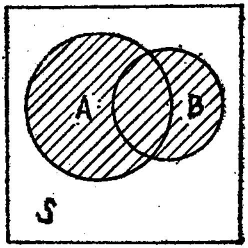
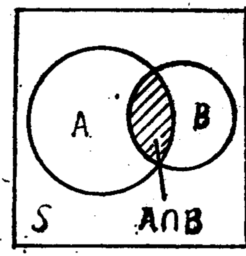
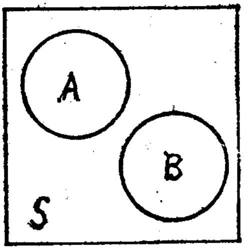


图 1-2　(a) 集合A∪B；



(b) 集合A∩B；



(c) A，B集合不相交

例5.　$M=\{a,c,d\}$，

$N=\{b,d,e\}$，则

$M\cup N=\{a,b,c,d,e\}$。

例6.　A＝{小于5的正整数}，B＝{大于－5的负整数}，则

$A\cup B=\{-4,-3,-2,-1,1,2,3,4\}$。

例7.　设A＝{北京人}，B＝

{中国人}，则 $A\cup B=B$。

例8. 设车工加工轴的外径标准是30 ± 0.05mm，又设 $P=${外径超过30.05mm}，$Q=${外径小于29.95mm}，则

$$P\cup Q=\{\text{不合格品}\}。$$

推广：有限个及可列个集合的并集分别记作 $\bigcup_{i=1}^{n}A_i$ 及 $\bigcup_{i=1}^{\infty}A_i$，即

$$\bigcup_{j=1}^{n}A_i=A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n，及$$

$$\bigcup_{i=1}^{\infty}A_i=A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n\cup\cdots$$

（2）**交集** 由属于集合A又属于集合B的那些元素的全体所组成的集合称为A与B的交集，记作$A\cap B$或AB，读作A交B，如图1-2（b）所示。即

$$A\cap B=\{x/x\in A\text{且}x\in B\}。$$

例9. 设$A=\{1,2,3,4,5,6\}$，$B=\{4,5,6,7,8\}$，则

$$A\cap B=\{4,5,6\}。$$

例10. $A=${小于5的正整数}，$B=${大于-5的负整数}，则$A\cap B=\phi$。因此，当两集合的交集是空集时，即两集合没有公共元素，这两集合称为不相交的，如图1-2（c）所示。

若集合 A_1，A_2，…，中任意两个集合都不相交，即 $A_iA_j=\phi$，$(i\neq j, i,j=1,2,\cdots)$，则称$A_1,A_2,\cdots$，互不相交。

有限个及可列个集合的交集分别记作$\bigcap_{i=1}^{n}A_i$及$\bigcap_{i=1}^{\infty}A_i$，即

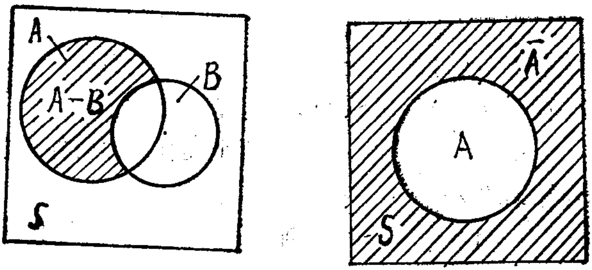
$$\bigcap_{i=1}^{n}A_i=A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n \quad 及$$

$$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n \cap \cdots。$$

（3）**差集**　由属于集合A而不属于集合B的那些元素的全体所组成的集合称为A与B的差集，记作$A-B$，即

$$A-B=\{x/x\in A\text{且}x\overline{\in}B\},$$

如图1-3（a）所示。



（a）差集A-B　　（b）补集A=S-A

图 1-3

例11．设$A=\{$正实数$\}$，$B=\{$正有理数$\}$，

$$A-B=\{\text{正无理数}\}。$$

（4）**补集**　集合A的补集（又称余集）是指差集$S-A$，记作$\overline{A}$，即

$$\overline{A}\{x/x\in S \text{ 且 } x\overline{\in}A\},$$

如图1-3（b）所示。

例12．设$S=\{$全体实数$\}$，$A=\{$有理数全体$\}$，则

$$\overline{A}=S-A=\{\text{无理数全体}\}。$$

例13．设$S=\{$全部产品$\}$，$A=\{$不合格品$\}$

则　$$\overline{A}=S-A=\{\text{合格品}\}。$$

（5）集合运算　某些性质

1°并与交的交换律

$$A\cup B=B\cup A;\quad A\cap B=B\cap A。$$

2°并与交的结合律

$$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C;$$

$$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C。$$

3°分配律

$$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cup C);$$

$$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)。$$

4°德莫根（De·Morgan）定理

$\overline{A_1\cup A_2}=\overline{A_1}\cap\overline{A_2}$　即两个集合之并的补集是这两个集合补集的交；

$\overline{A_1\cap A_2}=\overline{A_1}\cup\overline{A_2}$　即两个集合之交的补集是这两个集合补集的并。

推广

$$\overline{\bigcup_{i=1}^{n}A_i}=\bigcap_{i=1}^{n}\overline{A_i}$$

$$\overline{\bigcap_{i=1}^{n}A_i}=\bigcup_{i=1}^{n}\overline{A_i}$$

$$\overline{\bigcup_{i=1}^{\infty}A_i}=\bigcap_{i=1}^{\infty}\overline{A_i}$$

$$\overline{\bigcap_{i=1}^{\infty}A_i}=\bigcup_{i=1}^{\infty}\overline{A_i}$$

5°我们还可以得到下列的推论：

$A\cup A=A$　　　$A\cap A=A$

$A\cup\overline{A}=S$　　　$A\cap\overline{A}=\phi$

$A\cup S=S$　　　$A\cap S=A$