教育部中小学全效学习方案研究与实验项目

教育部新课程国家级课题成果

新课标全程学案

高中数学

选修1-1

配套人民教育出版社实验教科书

B版

丛书主编◎杨光宇

灵活运用思维方法

全面提高数学素养

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

教育部中小学全效学习方案研究与实验项目

教育部新课程国家级课题成果

新课标全程学案

高中数学

（选修 1-1）

丛 书 主 编　杨光宇

本书编写者　杨光宇　赵永新　李翠丽

北京大学出版社

PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

新课标全程学案.高中数学.选修 1-1/杨光宇主编. —北京：北京大学出版社，2008.7
ISBN 978-7-301-13892-2

Ⅰ.新…　Ⅱ.杨…　Ⅲ.数学课—高中—教学参考资料　Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 076319 号

书　　名：新课标全程学案·高中数学(选修 1-1)
著作责任者：杨光宇　主编
责 任 编 辑：刘　维　陈存柱
标 准 书 号：ISBN 978-7-301-13892-2/G·2387
出 版 发 行：北京大学出版社
地　　址：北京市海淀区成府路 205 号　100871
网　　址：http://www.pup.cn　电子信箱：zyl@pup.pku.edu.cn
电　　话：邮购部 62752015　发行部 62750672　编辑部 62767346　出版部 62754962
印 刷 者：河北滦县鑫华书刊印刷厂
经 销 者：新华书店
787 毫米×1092 毫米　16 开本　16.5 印张　250 千字
2008 年 7 月第 1 版　2008 年 7 月第 1 次印刷
定　　价：28.00 元

出版说明

《新课标全程学案·高中数学》丛书是全国数学名师杨光宇在其独创的“学案教学法”基础上编写的一套教案与学案相统一的教学用书。

本丛书以数学课程标准为总纲，以人教社数学教材（B版）为主线，以学生认知水平为标准，结合了多年教学积累的优秀而独特的解题方法，汲取了近几年的全国高考试题以及模拟试题的精华。学案既有条理清晰的知识点总结，经典的例题素材，又有精心挑选的习题；源于教材，又高于教材，从中既能找到课本的影子，又跳出了书本并开阔了学生的视野，使其具有丰富的数学综合能力。学案极具系统性和全面性，是学生同步学习和综合复习的必备资料。

本丛书的特点如下：

深厚的理论背景

本丛书独创的“学案教学法”是在“全效学习”理论的基础上提出的，“全效学习”理论是众多国内著名教育专家历时数年潜心研究的创新性成果，该理论从教学论的视角，探索了如何在不同的教学背景下，引导不同学习条件下的、不同学习风格的中小学生建构起适合自己的全面的学习方案。

雄厚的项目依托

“学案教学法”被教育部“十一五”项目办确立为首批实验课题，其母课题“中小学全效学习方案研究与实验”项目是国家教育部“十一五”专项任务项目。该项目是经教育部批准立项的国家级项目，凝聚了众多教育领域的专家学者，旨在进一步探索建构面向全体学生的、全面有效的学习方案，综合应用学习理论，指导中小学生的学习，提高中小学生的学习效率的有效途径。

坚实的实践基础

本丛书在编写之初，各位编者曾进行了广泛的学习现状调查，并组织了大范围的教学实验，根据实验结果形成本学习方案，然后再由众多名师讨论研究，并进一步修正、细化、完善，最终才完成本丛书的编写，所以具有超强的实践效果。

本丛书具有许多新颖之处：

新理论 “学案教学法”“全效学习”理论。

新视角 教学论的视角。

新模式 理论——实践——完善理论——再实践，由师生共同参与编写。

新体例 集教案、笔记、作业、练习于一体，一案一批，一案一评，一案一导。

希望广大师生在本书的指导下，取得学习上的新效果、好成绩！

编　者

目 录

第一章 常用逻辑用语

1.1 命题与量词

一 课标导引与三维定向

◆ 教学目标

➢ 知识与技能：了解命题的概念，会判断命题的真假.

➢ 过程与方法：通过命题的定义及常见命题，运用有关的定义、性质、公式来判断命题的真假，并体会举反例的作用.

➢ 情感态度价值观：通过学习命题及其符号化表示方式，体会运用常用逻辑用语表述数学内容的准确性、简洁性.

◆ 重点难点

➢ 重点：理解命题的概念，并进而判断其真假.

➢ 难点：与其他知识相联系的命题真假性的判断.

二 课程实施与教学互动

● 命题：

我们把用语言、符号或式子表达的，可以判断真假的陈述句叫做命题. 其中判断为真的语句叫做真命题，判断为假的语句叫做假命题.

例如：$3>2$；

$\lg 100=2$；

所有无理数都是实数；

垂直于同一条直线的两个平面平行；

函数 $y=2x+1$ 是单调增函数，这些都是真命题.

再例如：0.5 是整数；

设 a,b,c,d 是任意实数，如果 $a>b,c>d$，那么 $ac>bd$；

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha+\sin\beta$（$\alpha,\beta$ 是任意角），这些都是假命题.

❖ 概念解读：

○ 一般来说，疑问句、祈使句、感叹句都不是命题.

如：三角函数是周期函数吗？

但愿每一个三次方程都有三个实数根！

指数函数的图象真漂亮！这些都不是命题.

○ 在数学或其他科学技术中，还有一类陈述句经常出现，如“每一个小于 6 的偶数都是两个奇素数之和”（哥德巴赫猜想）；“在 2020 年前，将有人登上火星”等，虽然现在不能确定

这些语句的真假,但是随着科学技术的发展与时间的推移,总能确定它们的真假,人们把这一类猜想仍算为命题.

○ 还有一种语句,如“$x>5$”、“$x^2-1=0$”等,语句中含有变量 x 或 y,在没有给定这些变量的值之前,是无法确定语句的真假的,这种含有变量的语句叫做开语句(条件命题).开语句不是命题.

● 量词:

☞ 全称量词与全称命题:

短语“对所有的”“任意一个”在陈述句中表示所述事物的全体,逻辑中通常叫做全称量词,用符号“$\forall$”表示,含有全称量词的命题,叫做全称命题.

∵ 概念解读:

○ 将含有变量 x 的语句用 $p(x)$,$q(x)$,$r(x)$…表示,变量 x 的取值范围用 M 表示,那么全称命题“对 M 中任意一个 x,有 $p(x)$成立”,可简记为$\boxed{\forall x\in M,p(x)}$.

如:p_1: $\forall x\in \mathbf{Z},x^2-1=0$;(假命题)

q_1: $\forall x\in \mathbf{Z}$,$5x-1$ 是整数.(真命题)

○ 全称命题就是陈述某集合所有元素都具有某种性质的命题.

☞ 存在量词与存在性命题:

短语“有一个”或“有些”或“至少有一个”在陈述句中表示所述事物的个体或部分,逻辑中通常叫做存在量词,用符号“$\exists$”表示,含有存在量词的命题,叫做存在性命题,也叫特称命题.

∵ 概念解读:

○ 存在性命题“存在 M 中的一个 x,使 $q(x)$成立”可简记为$\boxed{\exists x\in M,q(x)}$.

p_2: $\exists x\in \mathbf{Z},x^2-1=0$;(真命题)

q_2: $\exists x\in \mathbf{Z}$,$5x-1$ 是整数.(真命题)

○ 存在性命题就是陈述在某集合中有(存在)一些元素具有某种性质的命题.

☞ 含有量词命题真假的判定:

★ 要判定全称命题是真命题,需对集合 M 中每个元素 x,证明 $p(x)$成立;

如果在集合 M 中找到一个元素 x_0,使得 $p(x_0)$不成立,那么这个全称命题就是假命题.就是通常说的“举出一个反例”.

★ 要判定一个存在性命题是真命题,只要在限定集合 M 中,至少能找到一个 $x=x_0$,使 $p(x_0)$成立即可.

例 1 判断下列语句是否是命题,若是,判断其真假.

(1) 求证$\sqrt{3}$是无理数;

(2) $2x-3>0$;

(3) 你是高二的学生吗?

(4) 一个正整数不是质数就是合数;

(5) 若 $x\in \mathbf{R}$,则 $x^2+4x+7>0$.

解:(1) 祈使句,不是命题;

(2) 是开语句,不是命题;

(3) 疑问句,不是命题;

(4) 是命题,假命题,因为 1 即不是质数也不是合数;

(5) 是真命题,因为 $x\in\mathbf{R}$,$x^2+4x+7=(x+2)^2+3>0$ 是恒成立的.

例 2 指出下列命题是全称命题还是存在性命题,并用符号语言表示出来.

(1) 存在实数 a,b,使 $|a-1|+|b-1|=0$;

(2) 对于实数 $a\in\mathbf{R}$,$a^0=1$;

(3) 有些实数 x,使得 $|x+1|<1$.

解:(1) 存在性命题,用符号表示为 $\exists a,b\in\mathbf{R}$,$|a-1|+|b-1|=0$;

(2) 全称命题,用符号表示为 $\forall a\in\mathbf{R}$,$a^0=1$;

(3) 存在性命题,用符号表示为 $\exists x\in\mathbf{R}$,$|x+1|<1$.

例 3 试判断以下命题的真假:

(1) $\forall x\in\mathbf{R}$,$x^2+2>0$;

(2) $\forall x\in\mathbf{N}$,$x^4\geqslant 1$;

(3) $\exists x\in\mathbf{Z}$,$x^3<1$;

(4) $\exists x\in\mathbf{Q}$,$x^2=3$.

解:(1) 因为 $\forall x\in\mathbf{R}$,$x^2\geqslant 0$,所以 $x^2+2\geqslant 2>0$,即 $x^2+2>0$. 所以命题为真命题.

(2) 因为 $0\in\mathbf{N}$,所以当 $x=0$ 时,$x^4\geqslant 1$ 不成立. 所以命题为假命题.

(3) 因为 $-1\in\mathbf{Z}$,所以当 $x=-1$ 时,能使 $x^3<1$,所以命题为真命题.

(4) 因为使 $x^2=3$ 成立的数只有 $\pm\sqrt{3}$,而它们都不是有理数,所以没有任何一个有理数的平方能等于 3,所以命题为假命题.

三 基础训练与自主探究

1. 下列语句中是命题的个数为 ( )

① 空集是任何集合的真子集;

② $x^2-3x-4=0$;

③ $3x-2>0$;

④ 把门关上;

⑤ 垂直于同一条直线的两条直线必平行吗?

⑥ 自然数是偶数.

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

2. 下列全称命题中真命题的个数是 ( )

① 末位是 0 的整数,可以被 2 整除;

② 角平分线上的点到这个角的两边的距离相等;

③ 每一个非零向量都有方向.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 0

3. 下列存在性命题中假命题的个数是 ( )

① 有的实数是无限不循环小数;

② 有些三角形不是等腰三角形;

③ 有的菱形是正方形.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 0

4. 下列存在性命题中真命题的个数是　　(　　)

① $\exists x\in\mathbf{R}, x\leqslant 0$；

② 至少有一个整数，它既不是合数，也不是质数；

③ $\exists x\in\{x\mid x$ 是无理数$\}$，x^2 是无理数.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 0

5. 下列全称命题中假命题的个数是　　(　　)

① $2x+1$ 是整数($x\in\mathbf{R}$)；

② 对所有的 $x\in\mathbf{R}, x>3$；

③ 对任意一个 $x\in\mathbf{Z}, 2x^2+1$ 为奇数.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 0

6. 下列命题为存在性命题的是　　(　　)

A. 偶函数的图象关于 y 轴对称　　B. 正四棱柱都是平行六面体

C. 不相交的两条直线是平行直线　　D. 存在实数大于等于 3

7. 下列全称命题为真命题的是　　(　　)

A. 所有素数都是奇数　　B. $\forall x\in\mathbf{R}, x^2+1\geqslant 1$

C. 对每个无理数 x，x^2 也是无理数　　D. 所有的平行向量都相等

8. 下列命题中假命题的是　　(　　)

A. 存在实数 α,β，使 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

B. 不存在无穷多个 α,β，使 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

C. 对任意 α,β，使 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

D. 不存在这样的 α,β，使 $\cos(\alpha+\beta)\neq\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

9. 若 $Q=\{$菱形$\}$，$p(x)$："平行四边形". 用简记符号写成全称命题正确的是　　(　　)

A. $\forall x\in\mathbf{Q}$，x 是平行四边形　　B. $\exists x\in\mathbf{R}$，x 是平行四边形

C. 若 $x\in\mathbf{Q}$，则 x 是平行四边形　　D. 以上都不正确

10. 下列真命题的个数是　　(　　)

① $\exists x\in\{x\mid x$ 是无理数$\}$，x^2 是有理数；

② $\forall x\in\mathbf{R}, x^3>x^2$；

③ $\exists x\in\mathbf{R}, x^2-2x+1\leqslant 0$；

④ $\forall x\in\mathbf{R}, x^2+1\geqslant 0$.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 0

11. 下列全称命题中真命题的个数是　　(　　)

① 所有的素数是奇数；

② $\forall x\in\mathbf{R}, (x-1)^2+1\geqslant 1$；

③ 有的无理数的平方是无理数.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 0

12. 下列存在性命题中假命题的个数是　　(　　)

① $\exists x\in\mathbf{R}, 2x^2+x+1=0$；

② 存在两条相交直线垂直于同一个平面；

③ $\exists x\in\mathbf{R}, x^2\leqslant 0$.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 0

四　能力提高与合作学习

13. 给出下列语句：

① 等边三角形是等腰三角形；

② $x<3$；

③ $(a-3)^2<0(a\in\mathbf{R})$；

④ 一个数不是正数就是负数；

⑤ 在一个三角形中，大角所对的边大于小角所对的边；

⑥ 若 $x+y$ 是有理数，则 xy 也是有理数.

其中是命题的有__________，其中真命题的有__________.

14. 判断下列命题是全称命题还是存在性命题？并判断真假.

(1) 指数函数都是单调函数；

(2) 至少有一个整数，它既能被 2 整除，也能被 5 整除；

(3) $\forall x\in\{x\mid x$ 是无理数$\}$，x^2 是无理数；

(4) $\exists x\in\{x\mid x\in\mathbf{Z}\}, \log_2 x>0$；

(5) 负数的平方是正数；

(6) 有的实数是无限不循环小数；

(7) 有些三角形不是等腰三角形；

(8) 每个二次函数的图象都与 x 轴相交.

15. 用量词符号“$\forall$”和“$\exists$”表达下列命题：

(1) 实数都能写成小数形式；

(2) 凸 n 边形的外角和等于 2π；

(3) 任一个实数乘以 -1 都等于它的相反数；

(4) 对任意实数 x，都有 $x^3>x^2$；

(5) 对任意角 α，都有 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.

16. (1) 设集合 $S=\{四边形\}$，$p(x)$：内角和为 $360°$. 试用不同的表述写出全称命题“$\forall x\in S, p(x)$”.

(2) 设 $q(x)$：$x^2=x$，试用不同的表达方法写出存在性命题“$\exists x\in \mathbf{R}, q(x)$”.

17. 用全称量词和存在量词表示下列语句：

(1) 有理数都能写成分数形式；

(2) n 边形的内角和等于 $(n-2)\times 180°$；

(3) 两个有理数之间，都有另一个有理数；

(4) 有一个实数乘以任意一个实数都等于 0.

18. 判断以下命题的真假：

(1) $\forall x\in \mathbf{R}, -x^2+x-1<0$；

(2) $\exists \alpha,\beta\in \mathbf{R}$，使 $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha+\sin\beta$；

(3) $\exists x,y\in \mathbf{Z}$，使 $3x-4y=20$；

(4) $\forall x\in \mathbf{R}, |x|>x$.

19. 若命题：p：$\forall x\in \mathbf{R}, ax^2+4x+a\geqslant -2x^2+1$ 是真命题，求实数 a 的取值范围.

参考答案

三 基础训练与自主探究

1. B **解析**：①⑥是命题.

2. C

3. D

4. C **解析**：①正确；

② 0,1,负数都不是合数,素数；

③ 若 $x=\sqrt[4]{3}$,$x^2=\sqrt{3}$是无理数.

5. B **解析**：①错. $x=\frac{1}{3}$时,$2x+1$ 不是整数；

② 错. $x=2$ 时,$x>3$ 不成立.

6. D

7. B

8. B **解析**：$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$,只须 $\sin\alpha\sin\beta=0$ 即可.

9. A **解析**：{菱形}$\subsetneqq${平行四边形}.

10. C **解析**：②不正确

11. B **解析**：①不正确

12. B **解析**：①,②是假命题

四 能力提高与合作学习

13. ①③④⑤⑥;①⑤

14. **解析**：由定义可直接判断：

(1) 全称命题,真命题.

(2) 存在性命题,真命题.

(3) 全称命题,假命题,如 $\exists x=\sqrt{3}$,x^2 不是无理数.

(4) 存在性命题,真命题.

(5) 全称命题,真命题.

(6) 存在性命题,真命题.

(7) 存在性命题,真命题.

(8) 全称命题,假命题,如 $\exists y=x^2+x+1$ 与 x 轴不相交.

15. **解析**：(1) $\forall x\in\mathbf{R}$,x 能写成小数形式.

(2) $\forall x\in\{x\,|\,x$ 是凸多边形$\}$,x 的外角和等于 2π.

(3) $\forall x\in\mathbf{R}$,$x\cdot(-1)=-x$.

(4) $\forall x\in\mathbf{R}$,$x^3>x^2$.

(5) $\forall\alpha\in\{$角$\}$,$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.

16. **解析**：(1) 对所有四边形 x,x 的内角和为 $360°$；

对一切四边形 x,x 的内角和为 360°;
每一个四边形 x 的内角和为 360°;
任一个四边形 x 的内角和为 360°;
凡是四边形 x,它的内角和为 360°.
(2) 存在实数 x,使 $x^2=x$ 成立;
至少有一个 $x\in\mathbf{R}$,使 $x^2=x$ 成立;
对有些实数 x,使 $x^2=x$ 成立;
有一个 $x\in\mathbf{R}$,使 $x^2=x$ 成立;
对某个 $x\in\mathbf{R}$,使 $x^2=x$ 成立.

17. **解析**:(1) 任意一个有理数都能写成分数形式.
(2) 一切 n 边形的内角和都等于 $(n-2)\times180°$.
(3) 任意两个有理数之间,都有一个有理数.
(4) 存在一个实数 x,它乘以任意一个实数都等于 0 .

18. **解析**:(1) 因为 $\forall x\in\mathbf{R}$,$-x^2+x-1=-(x^2-x+1)=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{4}<0$,所以命题为真命题.
(2) 因为 $0\in\mathbf{R}$,所以当 $\alpha=\beta=0$ 时,$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha+\sin\beta$ 成立.所以命题为真命题.
(3) 因为当 $x=8$,$y=1$ 时,能使 $3x-4y=20$,所以命题为真命题.
(4) 因为 $0\in\mathbf{R}$,所以当 $x=0$ 时,$|x|>x$ 不成立,所以命题为假命题.

19. **解析**:由已知,$ax^2+4x+a\geqslant-2x^2+1$,对任意实数 x 恒成立,
即 $(a+2)x^2+4x+a-1\geqslant0$ 恒成立.
当 $a+2=0$ 时,即 $a=-2$ 时,$4x-3\geqslant0$ 对任意实数 x 不恒成立;
当 $a\neq-2$ 时,只需 $\begin{cases}a+2>0,\\\Delta=4^2-4(a+2)(a-1)\leqslant0,\end{cases}$
解得 $a\geqslant2$.
综上,实数 a 的取值范围为 $a\geqslant2$.

1.2 基本逻辑联结词

一 课标导引与三维定向

⌖ 教学目标

➢ 知识与技能：理解逻辑联结词的含义，会判断由“且”“或”“非”构成的复合命题的真假.

➢ 过程与方法：借助实例理解了解逻辑联结词的含义，学会逻辑联结词的应用.

➢ 情感态度价值观：体会集合运算与逻辑用语之间的关系，体会类比思想.

⌖ 重点难点

➢ 重点：逻辑联结词含义.

➢ 难点：含有逻辑联结词命题真假判断.

二 课程实施与教学互动

● “且”“或”“非”：

☞ “且”：

★ 定义：用联结词“且”把命题 p 和 q 联结起来，得到一个新命题，记作 $p\wedge q$，读作：“p 且 q”.

★ 命题 $p\wedge q$ 真假判断：当 p,q 都为真命题时，$p\wedge q$ 为真命题，当 p,q 中有一个为假命题时，$p\wedge q$ 为假命题.

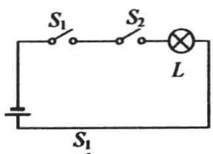
☞ “或”：

★ 定义：用联结词“或”把命题 p 和 q 联结起来，得到一个新命题，记作 $p\vee q$，读作：“p 或 q”.

★ 命题真假判断：当 p,q 中有一个为真命题时，$p\vee q$ 就为真命题，当 p,q 两个命题都为假命题时，$p\vee q$ 就为假命题.

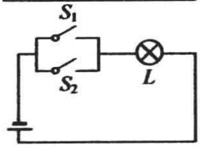
☞ “非”：

★ 定义：对命题 p 加以否定，得到一个新命题，记作 $\neg p$，读作“非 p”或“p 的否定”.



✧ 说明：若 $A=\{x\mid p\}$，$B=\{x\mid q\}$，全集 $U=\{x\mid u\}$. 则

○ 交集：$A\cap B=\{x\mid x\in A,$ 且 $x\in B\}$，$A\cap B$ 的特征性质是 $p\wedge q$；与门电路：



○ 并集：$A\cup B=\{x\mid x\in A,$ 或 $x\in B\}$，$A\cup B$ 的特征性质是 $p\vee q$；或门电路：

○ 补集：$\complement_U A$ 的特征性质是 $U\wedge(\neg p)$.

● 含有逻辑联结词的命题的真值表：

p	q	p且q	p或q	非p
真	真	真	真	假
真	假	假	真	假
假	真	假	真	真
假	假	假	假	真

例1 把下列各组命题用“且”联结组成新命题，并判定其真、假：

(1) p：$\lg 0.1<0$；q：$\lg 11>0$；

(2) p：$y=\cos x$ 是周期函数；q：$y=\cos x$ 是奇函数.

解：(1) 因为 $\lg 0.1<0$ 为真，$\lg 11>0$ 也为真，所以命题 $p\wedge q$ 为真；

(2) 因为 $y=\cos x$ 是周期函数是真命题，$y=\cos x$ 是奇函数是假命题，所以命题 $p\wedge q$ 为假.

例2 把下列各组命题用“或”联结成新命题，并判断它们的真假：

(1) p：$10=10$；q：$10<10$.

(2) p：$N\subseteq R$；q：$Q\subseteq R$.

解：(1) 因为 $10=10$ 为真，$10<10$ 为假，所以命题 $p\vee q$ 为真命题；

(2) 因为 $N\subseteq R$ 为真，$Q\subseteq R$ 为真，所以命题 $p\vee q$ 为真命题.

例3 写出下列各命题的否定，并判断真假：

(1) p：$y=\tan x$ 是奇函数；

(2) q：$\sqrt{(-2)^2}=-2$；

(3) r：抛物线 $y=(x-1)^2$ 的顶点是$(1,0)$.

解：(1) $\neg p$：$y=\tan x$ 不是奇函数；(假)

(2) $\neg q$：$\sqrt{(-2)^2}\neq -2$，即$\sqrt{(-2)^2}>-2$，或$\sqrt{(-2)^2}<-2$；(真)

(3) $\neg r$：抛物线 $y=(x-1)^2$ 的顶点不是$(1,0)$.(假)

例4 写出下列命题的非(否定)，并判断其真假.

(1) p：$\forall x\in\mathbf{R}, x^2-x+\frac{1}{4}\geqslant 0$；

(2) q：所有的正方形都是矩形；

(3) r：$\exists x\in\mathbf{R}, x^2+2x+2\leqslant 0$；

(4) s：$\exists x\in\mathbf{R}, x^3+1=0$.

解：(1) $\neg p$：$\exists x\in\mathbf{R}, x^2-x+\frac{1}{4}<0$.(假)

因为$\forall x\in\mathbf{R}, x^2-x+\frac{1}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2\geqslant 0$ 恒成立.

(2) $\neg q$：至少存在一个正方形不是矩形.(假)

(3) $\neg r$：$\forall x\in\mathbf{R}, x^2+2x+2>0$.(真)

因为$\forall x\in\mathbf{R}, x^2+2x+2=(x+1)^2+1\geqslant 1>0$ 成立.

(4) $\neg s$：$\forall x\in\mathbf{R}, x^3+1\neq 0$.(假)

由于 $x=-1$ 时，$x^3+1=0$.

例 5 已知命题 p: $|x^2-x|\geqslant 6$, q: $x\in\mathbf{Z}$,若"$p\wedge q$"与"$\neg q$"同时为假命题,求 x 的值.

解: 因为 $p\wedge q$ 为假,所以 p,q 至少有一个命题为假.

又 $\neg q$ 为假,所以 q 为真,所以 p 为假.

由 p 假 q 真,得 $\begin{cases}|x^2-x|<6,\\ x\in\mathbf{Z},\end{cases}$

即 $\begin{cases}x^2-x<6,\\ x^2-x>-6,\\ x\in\mathbf{Z}.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}-2<x<3,\\ x\in\mathbf{Z},\end{cases}$

故 x 的取值为 $-1,0,1,2$.

三 基础训练与自主探究

1. 命题"方程 $|x|=1$ 的解为 $x=\pm1$",使用逻辑联结词的情况是 ( )

A. 没有使用联结词　　B. 使用了联结词"或"

C. 使用了联结词"非"　　D. 使用了联结词"且"

2. 以下判断正确的是 ( )

A. 命题 p 是真命题时,命题 $p\wedge q$ 一定是真命题

B. 命题 $p\wedge q$ 是真命题时,命题 p 一定是真命题

C. 命题 $p\wedge q$ 是假命题时,命题 p 一定是假命题

D. 命题 p 是假命题时,命题 $p\wedge q$ 不一定是假命题

3. 若命题 p: 0 是偶数,命题 q: 2 是 3 的约数,则下列命题中为真的是 ( )

A. $p\wedge q$　　B. $p\vee q$　　C. $\neg p$　　D. $\neg p\wedge\neg q$

4. 由下列各组命题构成的"$p\vee q$","$p\wedge q$"形式的命题均为真命题的是 ( )

A. p: $4+4=9$, q: $7>4$　　B. p: $a\in\{a,b,c\}$, q: $\{a\}\subsetneqq\{a,b,c\}$

C. p: 15 是质数, q: 8 是 12 的约数　　D. p: 2 是偶数, q: 2 不是质数

5. 若命题"$p\vee q$"与命题"$\neg p$"都是真命题,那么 ( )

A. 命题 p 不一定是假命题　　B. 命题 q 一定是真命题

C. 命题 q 不一定是真命题　　D. 命题 p 与命题 q 真值相同

6. 下列命题中既是 $p\wedge q$ 形式的命题,又是真命题的是 ( )

A. 10 或 15 是 5 的倍数

B. 方程 $x^2-3x-4=0$ 的两根是 -4 和 1

C. 方程 $x^2+1=0$ 无实数根

D. 有两个角为 45°的三角形是等腰直角三角形

7. 设命题 p: $x=1$, $\neg q$: $x^2+8x-9=0$,则下列各选项为真命题的是 ( )

A. $p\wedge q$　　B. $p\vee q$　　C. 若 p,则 $\neg q$　　D. 若 $\neg p$,则 q

8. 对于命题的否定,下列说法错误的是 ( )

A. p: 能被 3 整除的整数是奇数; $\neg p$: 存在一个能被 3 整除的整数不是奇数

B. p: 存在一个四边形的四个顶点不共圆; $\neg p$: 每一个四边形的四个顶点共圆

C. p: 有的三角形为正三角形; $\neg p$: 所有的三角形不都是正三角形

D. p: 存在 $x\in\mathbf{R}$, $x^2+2x+2\leqslant 0$; : 任意 $x\in\mathbf{R}$, $x^2+2x+2>0$

9. 已知命题 p：若实数 a,b 满足 $a^2+b^2=0$，则 a,b 全为 0；命题 q：若 $a>b$，则 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$.

给出下列四个命题：

① $p\wedge q$；② $p\vee q$；③$\neg p$；④$\neg q$.

其中真命题的个数为 ( )

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

10. 由命题 p：6 是 12 的约数，命题 q：6 是 24 的约数，构成的“$p\vee q$”形式的命题是________；构成的“$p\wedge q$”形式的命题是________；构成的“$\neg p$”形式的命题是________.

11. 若命题 p：一元一次不等式 $ax+b>0$ 的解集为 $\left\{x \middle| x>-\frac{b}{a}\right\}$，命题 q：关于 x 的不等式 $(x-a)(x-b)<0$ 的解集为 $\{x|a<x<b\}$，则“$p\wedge q$”，“$p\vee q$”，及“$\neg p$”形式的命题中是真命题的是__________.

四　能力提高与合作学习

12. 命题 p：若 $a,b\in\mathbf{R}$，则 $|a|+|b|>1$ 是 $|a+b|>1$ 的充要条件. 命题 q：函数 $y=\sqrt{|x-1|-2}$ 的定义域是 $(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$，则 ( )

A. “p 或 q”为假　　B. “p 且 q”为真　　C. p 真 q 假　　D. p 假 q 真

13. $x\in(A\cap B)$ 的非命题是 ( )

A. $x\notin A$ 且 $x\notin B$　　B. $x\notin(A\cup B)$

C. $x\in A$ 且 $x\notin B$　　D. $x\notin A$ 或 $x\notin B$

14. 设有两个命题：

① 关于 x 的不等式 $x^2+2ax+4>0$ 对一切 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立；

② 函数 $f(x)=-5(5-2a)^x$ 是减函数.

若两个命题有且只有一个是真命题，则实数 a 的取值范围是 ( )

A. $(-\infty,-2]$　　B. $(-\infty,2)$　　C. $(-2,2)$　　D. $\left(2,\frac{5}{2}\right)$

15. 分别指出由下列命题构成的“$p\vee q$”、“$p\wedge q$”、“$\neg p$”形式的命题的真假.

(1) p：$4\in\{2,3\}$，q：$2\in\{2,3\}$.

(2) p：1 是奇数，q：1 是质数.

(3) p：$0\in\varnothing$，q：$\{x|x^2-3x-5<0\}\subseteq\mathbf{R}$.

(4) p：$5\leqslant 5$，q：27 不是质数.

(5) p：不等式 $x^2+2x-8<0$ 的解集是 $\{x|-4<x<2\}$，
　　q：$x^2+2x-8<0$ 的解集是 $\{x|x<-4，或 x>2\}$.