目　录

第1章　随机事件与概率

单项选择题(以下各小题所给出的5个选项中，只有一项最符合题目要求，请将正确选项的代码填入括号内)

1. 已知$P(A\cup B)=0.7$，$P(B)=0.4$，则$P(A\bar{B})$ 等于(　　)。[2011年真题]

A. 0.1　　B. 0.2　　C. 0.3　　D. 0.4

E. 0.5

【解析】由概率的加法公式，对于任意两事件A，B有$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=P(B)+P(A\bar{B})$，则 $=P(A\cup B)-P(B)=0.7-0.4=0.3$。

2. 设100件产品中有10件次品，若从中任取5件进行检验，则所取的5件产品中至多有1件次品的概率为(　　)。[2011年真题]

A. 0.553　　B. 0.653　　C. 0.753　　D. 0.887

E. 0.923

【解析】100件产品中任取5件进行检验的事件总数为C_{100}^{5}，至多有1件次品的事件总数为$C_{90}^{5}+C_{90}^{4}C_{10}^{1}$，则要求的概率为$(C_{90}^{5}+C_{90}^{4}C_{100}^{1})/$ $=0.923$。

3. 设某建筑物按设计要求使用寿命超过50年的概率为0.8，超过60年的概率为0.7，若该建筑物已使用了50年，则它在10年内坍塌的概率为(　　)。[2011年真题]

A. 1/8　　B. 1/7　　C. 1/6　　D. 1/5

E. 1/4

【解析】记使用寿命超过50年为事件A，不超过60年为事件B，则已使用了50年，在10年内坍塌的事件概率$P(B\mid A)=P(AB)/P(A)=[P(A)-P(A\bar{B})]/P(A)=1-P(A\bar{B})/P(A)=1-0.7/0.8=1/8$。

4. 已知甲、乙袋中都有2个白球和3个红球，现从甲袋中任取2个球放入乙袋中，然后再从乙袋中任取2个球，则最后取出的这2个球都是红球的概率为(　　)。[2011年真题]

A. 0.11　　B. 0.33　　C. 0.54　　D. 0.67

E. 0.88

【解析】从甲袋中任取2个球放入乙袋中，然后再从乙袋中任取2个球，事件总数为$C_5^2C_7^2$，取出2个红球对应于三种情况：①甲袋中取出两个白球，对应从乙袋中取出2个红球的事件数为$C_2^2C_3^2$；②甲袋中取出一个白球一个红球，对应从乙袋中取出2个红球的事件数为$C_2^1C_3^1C_4^2$；③甲袋中取出两个红球，对应从乙袋中取出2个红球的事件数为$C_3^2C_5^2$；则最后取出的这2个球都是红球的概率为$(C_2^2C_3^2+C_2^1C_3^1C_4^2+C_3^2C_5^2)/C_5^2C_7^2=0.33$。

5. 设一选手的射击命中率为0.2，若他对同一目标独立地进行四次射击，则至少有一次命中的概率为(　　)。[2011年真题]

1C　2E　3A　4B　5C

A. 0.25　　B. 0.36　　C. 0.59　　D. 0.76

E. 0.88

【解析】这是独立试验序列概型，至少有一次命中的概率 $P(A)=1-P(\bar{A})$，$\bar{A}$ 表示事件独立进行四次射击都未射中。由题意知，选手射击命中率为0.2，则未射中概率为0.8。因此，$P(A)=1-P(\bar{A})=1-0.8\times0.8\times0.8\times0.8=0.59$。

6. 已知 $P(A)=P(B)=1/4$，$P(C)=1/2$，$P(AB)=1/8$，$P(BC)=P(CA)=0$，则 A，B，C 中至少有一个发生的概率等于(　　)。[2008 年真题]

A. 1/3　　B. 2/5　　C. 3/4　　D. 7/8

E. 1

【解析】由于 $ABC\subset BC$，$P(BC)=0$，所以 $P(ABC)=0$。则

$$\begin{aligned}P(A\cup B\cup C)&=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC)\\&=1/4+1/4+1/2-1/8\\&=7/8\end{aligned}$$

7. 已知 $P(A)+P(B)=0.9$，$P(AB)=0.2$，则 $P(A\bar{B})+P(\bar{A}B)$ 等于(　　)。[2008 年真题]

A. 0.3　　B. 0.4　　C. 0.5　　D. 0.6

E. 0.7

【解析】$P(A\bar{B})+P(\bar{A}B)=P(A)-P(AB)+P(B)-P(AB)=0.9-2\times0.2=0.5$

8. 已知 $P(A)=0.6$，$P(C)=0.2$，$P(AC)=0.1$，$P(B\mid\bar{C})=0.7$，且 $A\subset B$，则 $P(A\cup\bar{B}\mid\bar{C})$ 等于(　　)。[2008 年真题]

A. 0.165　　B. 0.435　　C. 0.685　　D. 0.775

E. 0.925

【解析】因 $A\subset B$，则 $A\bar{B}=\varnothing$，故 $P(A\cup\bar{B}\mid\bar{C})=P(A\mid\bar{C})+P(\bar{B}\mid\bar{C})$，而

$$P(A\mid\bar{C})=\frac{P(A\bar{C})}{P(\bar{C})}=\frac{P(A)-P(AC)}{1-P(C)}=\frac{0.6-0.1}{1-0.2}=0.625$$

$$P(\bar{B}\mid\bar{C})=1-P(B\mid\bar{C})=0.3$$

故 $P(A\cup\bar{B}\mid\bar{C})=P(A\mid\bar{C})+P(\bar{B}\mid\bar{C})=0.625+0.3=0.925$。

9. 对于任意两个事件 A 和 B，下面的选项中正确的是(　　)。[2008 年真题]

A. $P(A-B)=P(A)-P(B)$　　B. $P(A-B)=P(A)-P(B)+P(AB)$

C. $P(A-B)=P(A)-P(AB)$　　D. $P(A-B)=P(A)+P(\bar{B})-P(A\bar{B})$

E. 以上选项都不正确

10. 设每人血清中含有肝炎病毒的概率为0.4%，则100人的血清混合后含有肝炎病毒的概率等于(　　)。[2008 年真题]

A. 0.02　　B. 0.24　　C. 0.33　　D. 0.375

E. 0.40

【解析】100人的血清混合后没有肝炎病毒的概率 $=(1-0.004)^{100}$，故混合后含有肝炎病

6D　7C　8E　9C　10C

毒的概率为：

$$p=1-(1-0.004)^{100}=0.33$$

11. 现有一批产品是由三家工厂生产的，已知其中一家的废品率是0.2，另两家的废品率是0.1，今从这批产品中任取一件进行检验。假设这件产品来自哪个工厂是等可能的，则取到废品的概率等于(　　)。[2008年真题]

A. 1/15　　B. 2/15　　C. 1/5　　D. 4/15

E. 1/3

【解析】设A，B，C分别表示三家工厂生产的产品，D表示“取到的是废品”，则

$$P(A)=P(B)=P(C)=1/3$$

$$P(D\mid A)=0.2,\ P(D\mid B)=P(D\mid C)=0.1$$

由全概率公式得：

$$P(D)=P(D\mid A)P(A)+P(D\mid B)P(B)+P(D\mid C)P(C)=2/15$$

12. 甲、乙两人独立地对同一目标各射击一次，其命中率分别为0.6和0.5，现已知目标被命中，则它是甲射中的概率等于(　　)。[2008年真题]

A. 3/4　　B. 3/5　　C. 1/2　　D. 3/7

E. 3/8

【解析】设A，B分别表示甲、乙命中目标，则$P(A)=0.6$，$P(B)=0.5$，故目标命中的概率为：

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)P(B)=0.8$$

由此所求概率为：

$$P(A\mid A\cup B)=\frac{P(A)}{P(A\cup B)}=\frac{3}{4}$$

13. 某人对同一目标独立地进行四次射击，若至少命中一次的概率等于80/81，则该射手的命中率为(　　)。[2008年真题]

A. 68/81　　B. 52/75　　C. 51/64　　D. 2/3

E. 7/11

【解析】设X为四次射击中命中的次数，p为射手的命中率，则$X\sim B(4,\ p)$。

由题意，$1-(1-p)^4=80/81$，得$p=2/3$。

14. 设A，B是两个互不相容的事件，$P(A)P(B)>0$，则(　　)一定成立。[样题]

A. $P(A)=1-P(B)$　　B. $P(A\mid B)=0$

C. $P(A\mid \overline{B})=1$　　D. $P(\overline{AB})=0$

E. 以上答案全错

【解析】A，B是两个互不相容的事件，所以$P(AB)=0$，故$P(A\mid B)=P(AB)/P(B)=0$。

15. A_1，A_2，…，A_n和B_1，B_2，…，B_m是Ω的两个不同的划分，C是一个事件，则下列说法肯定正确的是(　　)。[样题]

11B　12A　13D　14B　15C

A. 存在着 $1\leqslant i\leqslant n$，$1\leqslant j\leqslant m$，使得 $A_i\cap B_j=\varnothing$

B. 对于任何 $1\leqslant i\leqslant n$，$1\leqslant j\leqslant m$，都有 $A_i\cap B_j=\varnothing$

C. $P(C)=\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{m}P(CA_iB_j)$

D. $\sum\limits_{i=1}^{n}P(A_i)=0.5$

E. $\sum\limits_{j=1}^{m}P(B_j)=0.5$

【解析】A_1，A_2，…，A_n 和 B_1，B_2，…，B_m 是 Ω 的两个不同的划分，则所有可能的 A_iB_j，$i=1$，…，n，$j=1$，…，m，构成 Ω 的一个划分，则 $P(C)=\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{m}P(CA_iB_j)$。

16. 甲乙两人投篮，命中率分别为 0.8 和 0.6，每人投三次，则甲的进球数恰好比乙多一个的概率为(　　)。[样题]

A. 0.2579　　B. 0.2779　　C. 0.2979　　D. 0.3179

E. 0.3379

【解析】每人投三次，则甲的进球数恰好比乙多一个的情况包括：

甲 3 乙 2，相应概率为 $(0.8)^3C_3^2(0.6)^2(0.4)=0.221184$；

甲 2 乙 1，相应概率为 $C_3^2(0.8)^2(0.2)C_3^1(0.6)(0.4)^2=0.110592$；

甲 1 乙 0，相应概率为 $C_3^1(0.8)(0.2)^2C_3^0(0.4)^3=0.006144$；

相加即得 0.3379。

17. 随机变量 X 服从参数为 $(n,\ p)$ 的二项分布，已知参数 $p=0.5$，而参数 n 为一个随机变量，且 $P(n=i)=1/3$，$i=4$，5，6。则 $P(X=3)=($　　$)$。[样题]

A. 17/64　　B. 15/64　　C. 51/64　　D. 5/24

E. 7/24

【解析】利用全概率公式，有

$$\begin{aligned}P(X=3)&=P(X=3\mid n=4)P(n=4)+P(X=3\mid n=5)P(n=5)\\&\quad+P(X=3\mid n=6)P(n=6)\\&=(C_4^3(0.5)^4+C_5^3(0.5)^5+C_6^3(0.5)^6)/3=7/24\end{aligned}$$

18. 今有甲、乙、丙三台机床，次品率分别为 5%、4% 和 2%，它们的产品量占总产量的比例分别为 25%、35% 和 40%，将它们的产品混在一起，如果随机抽取的产品是一个次品，则这个次品是由甲机床生产的概率为(　　)。[样题]

A. 0.362　　B. 0.392　　C. 0.422　　D. 0.452

E. 0.472

【解析】利用贝叶斯公式求解。设事件 A = 某产品为次品，B_1，B_2，B_3 分别代表某产品来自甲、乙、丙机床，则根据已知条件，有

$P(A\mid B_1)=0.05$，$P(A\mid B_2)=0.04$，$P(A\mid B_3)=0.02$；

$P(B_1)=0.25$，$P(B_2)=0.35$，$P(B_3)=0.4$。

由贝叶斯公式得

16E　17E　18A

$$P(B_1 \mid A)=\frac{P(A \mid B_1)P(B_1)}{P(A \mid B_1)P(B_1)+P(A \mid B_2)P(B_2)+P(A \mid B_3)P(B_3)}=0.362$$

19. 抛两枚硬币，用 0 表示反面，1 表示正面，其样本空间为 $\Omega=($　　$)$。

A. $\{00, 01, 10, 11\}$　　B. $\{1, 2\}$

C. $\{0, 1\}$　　D. $\{01, 10\}$

E. $\{10, 11\}$

【解析】全体样本点所构成的集合称为样本空间。抛两枚硬币，每抛一次都是由 0 和 1 组成的一个两位数的组合，所有的组合构成了样本空间，即$\{00, 01, 10, 11\}$。

20. 观察一批产品的合格率 p，其样本空间为 $\Omega=($　　$)$。

A. $\{0<p<1\}$　　B. $\{0\leqslant p\leqslant 1\}$　　C. $\{p\leqslant 1\}$　　D. $\{p\geqslant 0\}$

E. $\{p\geqslant 1\}$

【解析】产品的合格率在 0 和 1 之间，可以取到 0（这批产品全部不合格）和 1（产品全部合格），故其样本空间为$\{0\leqslant p\leqslant 1\}$。

21. 以 A 表示事件“喜欢喝可乐且不喜欢喝橙汁”，则 A 的对立事件为（　　）。

A. “不喜欢喝可乐且喜欢喝橙汁”　　B. “喜欢喝可乐且喜欢喝橙汁”

C. “不喜欢喝可乐或喜欢喝橙汁”　　D. “不喜欢喝可乐且不喜欢喝橙汁”

E. “喜欢喝可乐或喜欢喝橙汁”

【解析】记 B 表示“喜欢喝可乐”，C 表示“喜欢喝橙汁”，则 $A=B\overline{C}$，所以 A 的对立事件为 $\overline{A}=\overline{B\overline{C}}=\overline{B}\cup\overline{\overline{C}}=\overline{B}\cup C$，即“不喜欢喝可乐或喜欢喝橙汁”。

22. 抛掷两枚硬币，出现两个正面记为事件 A，出现两个反面记为事件 B。则（　　）。

A. $A\cup B=\Omega$　　B. A 与 B 为互逆事件

C. A 与 B 为互斥事件　　D. A 与 B 为相互独立事件

E. 事件 B 包含事件 A

【解析】样本空间为 $\Omega=\{$正正，正反，反正，反反$\}$，所以 $A\cap B=\varnothing$，但 $A+B\neq\Omega$，故两事件为互斥事件。

23. 设 A、B 为任意两事件，则下列关系成立的有（　　）。

A. $(A\cup B)\overline{B}=A$　　B. $(A\cup B)\overline{B}\subset B$

C. $(A\overline{B})\cup B=A$　　D. $(A\overline{B})\cup B=A\cup B$

E. $\overline{AB}B=A\overline{B}$

【解析】AB 两项，$(A\cup B)\overline{B}=A\overline{B}\cup B\overline{B}=A\overline{B}\subset A$；C 项，$(A\overline{B})\cup B=(A\cup B)\cap(\overline{B}\cup B)=(A\cup B)\cap\Omega=A\cup B$；E 项，$\overline{AB}B=(\overline{A}\cup\overline{B})B=(\overline{A}B)\cup(\overline{B}B)=\overline{A}B$。

24. 设 A、B、C 为三个随机事件，则表示“事件 A、B、C 中不多于两个发生”的是（　　）。

A. $A\cup B\cup C$　　B. $AB\overline{C}$　　C. ABC　　D. $\overline{ABC}$

E. $A\overline{B}C$

【解析】$A\cup B\cup C$ 表示事件 A、B、C 至少有一个发生；$AB\overline{C}$表示事件 A、B 都发生，且

19A　20B　21C　22C　23D　24D

事件 C 不发生；ABC 表示事件 A、B、C 同时发生；$A\bar{B}C$ 表示事件 A、C 都发生，且事件 B 不发生。

25. 掷一枚骰子，设 $A=\{$出现奇数点$\}$，$B=\{$出现 1 或 3 点$\}$，则下列说法正确的是(　　)。

A. $AB=\{$出现奇数点$\}$　　B. $A\bar{B}=\{$出现 5 点$\}$

C. $\bar{B}=\{$出现 5 点$\}$　　D. $A\cup B=\{$出现 5 点$\}$

E. $\bar{A}\bar{B}=\{$出现 5 点$\}$

【解析】$AB=\{$出现 1 点或 3 点$\}$；$\bar{B}=\{$出现 2、4、5 或 6 点$\}$；$A\cup B=\{$出现奇数点$\}$；$\bar{A}\bar{B}=\{$出现偶数点$\}$。

26. 对于任意的随机事件 A、B、C，下列选项中不正确的是(　　)。

A. $P(AB)+P(AC)-P(BC)\leqslant P(A)$　　B. $P(AB)=1-P(\bar{A})-P(\bar{B})+P(\bar{A}\bar{B})$

C. $1-P(\bar{A})-P(\bar{B})>P(A\cup B)$　　D. $P(AB)\leqslant P(A)$

E. $P(A\cup B)\leqslant P(A)+P(B)$

【解析】$P(A)\geqslant P[A(B\cup C)]=P(AB)+P(AC)-P(ABC)\geqslant P(AB)+P(AC)-P(BC)$；

$$P(AB)=P(\overline{\bar{A}\cup\bar{B}})=1-P(\bar{A}\cup\bar{B})=1-P(\bar{A})-P(\bar{B})+P(\bar{A}\bar{B});$$

$$\begin{aligned}1-P(\bar{A})-P(\bar{B})-P(A\cup B)&=1-P(\bar{A})-P(\bar{B})-P(A)-P(B)+P(AB)\\&=P(AB)-1\leqslant 0\end{aligned}$$

即

$$1-P(\bar{A})-P(\bar{B})\leqslant P(A\cup B)$$

由于 $AB\subset A$，$AB\subset B$，所以 $P(AB)\leqslant P(A)$，$P(AB)\leqslant P(B)$；

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)\leqslant P(A)+P(B)$$

27. A，B 是事件，$P(AB)=0$，则(　　)。

A. A，B 互不相容　　B. A 和 B 相互独立

C. $P(A)=0$ 或 $P(B)=0$　　D. $P(A-B)=P(A)$

E. $P(\bar{A}\cup\bar{B})<1$

【解析】A 项，若两事件 A 与 B 不可能同时发生，即它们没有共同的样本点，$AB=\varnothing$，则称 A 与 B 是互不相容的(或互斥的)，则有 $P(AB)=0$；反之，由 $P(AB)=0$，不一定能推出 $AB=\varnothing$，因为有可能 AB 为概率为 0 的事件。

D 项，由于 $P(AB)=0$，则 $P(A-B)=P(A)-P(AB)=P(A)$；

E 项，$P(\bar{A}\cup\bar{B})=P(\overline{A\cap B})=1-P(AB)=1$。

28. 下列数字中不可能是随机事件概率的是(　　)。

A. 0　　B. 0.50　　C. 0.98　　D. 1

E. 1.01

【解析】随机事件概率的取值范围为：$0\leqslant P(A)\leqslant 1$。

29. 设 $P(A)=0.5$，$P(B)=0.7$，$P(A\cup B)=0.8$，则 $P(A\bar{B})$ 为(　　)。

A. 0.1　　B. 0.24　　C. 0.5　　D. 0.6

25B　26C　27D　28E　29A

E. 0.7

【解析】由于 $P(AB)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=0.5+0.7-0.8=0.4$，所以

$$P(A\overline{B})=P[A(\Omega-B)]=P(A-AB)=P(A)-P(AB)=0.5-0.4=0.1$$

30. 设 A、B 为任意两事件，则 $(A\cup B)(\overline{A}\cup\overline{B})$ 表示(　　)。

A. 必然事件　　B. 不可能事件

C. A 与 B 恰有一个发生　　D. A 与 B 不同时发生

E. A 与 B 同时发生

【解析】$(A\cup B)(\overline{A}\cup\overline{B})=A\overline{A}\cup A\overline{B}\cup B\overline{A}\cup B\overline{B}=\varnothing\cup A\overline{B}\cup B\overline{A}\cup\varnothing=A\overline{B}\cup B\overline{A}$，即表示 A 与 B 恰好有一个发生。

31. 一个电路上安装有甲、乙两根保险丝，当电流强度超过一定值时，甲烧断的概率为 0.82，乙烧断的概率为 0.74，两根保险丝同时烧断的概率为 0.63。则至少烧断一根保险丝的概率是(　　)。

A. 0.08　　B. 0.63　　C. 0.84　　D. 0.93

E. 0.96

【解析】用 A 和 B 分别表示保险丝甲、乙烧断的事件，则至少烧断一根的事件即为 $A\cup B$，故

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0.82+0.74-0.63=0.93$$

32. 从 5 双不同的袜子中任取 4 只，则这 4 只都不配对的概率是(　　)。

A. 8/15　　B. 8/21　　C. 4/15　　D. 8/35

E. 8/105

【解析】要使取出的 4 只袜子都不配对，应该从 5 双袜子里面任取 4 双，每双里面任取 1 只，这样的取法一共有 $C_5^4C_2^1C_2^1C_2^1C_2^1$ 种，所以所求概率 $p=\dfrac{C_5^4C_2^1C_2^1C_2^1C_2^1}{C_{10}^4}=\dfrac{8}{21}$。

33. 从 5 双不同的手套中，任意取 4 只，这 4 只手套刚好是两双的概率为(　　)。

A. 1/2　　B. 2/5　　C. 1/21　　D. 2/21

E. 4/21

【解析】从 5 双不同的手套中，任意取 4 只，这 4 只手套刚好是两双的概率为：$p(a)=\dfrac{C_5^2}{C_{10}^4}=\dfrac{1}{21}$。

34. 在一批 10 个产品中有 4 个次品，如果不放回随机抽取两个，至少有一个次品被选取的概率是(　　)。

A. 2/15　　B. 1/3　　C. 7/15　　D. 8/15

E. 2/3

【解析】设 X 为抽取的次品数，则至少有一个次品被选取的概率是：

$$P(X=1)+P(X=2)=\frac{C_4^1C_6^1}{C_{10}^2}+\frac{C_4^2C_6^0}{C_{10}^2}=\frac{24}{45}+\frac{6}{45}=\frac{2}{3}$$

30C　31D　32B　33C　34E

35. n 张奖券中含有 m 张有奖的，k 人购买，每人 1 张，其中至少有一个人中奖的概率是(　　)。

A. $1-\dfrac{C_{n-m}^{k}}{C_n^k}$　　B. $\dfrac{m}{C_n^k}$　　C. $\dfrac{C_m^1 C_{n-m}^{k-1}}{C_n^k}$　　D. $\sum\limits_{r=1}^{k}\dfrac{C_m^r}{C_n^k}$

E. $\dfrac{m}{n}$

【解析】题中组合总数为 C_n^k，没有人中奖的组合总数是 C_{n-m}^{k}，则没有人中奖的概率为 $P(A)=C_{n-m}^{k}/C_n^k$，那么至少有一个人中奖的概率是 $P(\overline{A})=1-C_{n-m}^{k}/C_n^k$。

36. 盒子中有一个红苹果和一个青苹果，随机抽取一个，观察颜色，再放回盒子中，连续抽取三次，则红苹果至少被抽中两次的概率为(　　)。

A. 0.125　　B. 0.25　　C. 0.375　　D. 0.5

E. 0.625

【解析】因为是重复抽取，所以每次抽取是独立的，且每次红苹果被抽中的概率为 $\dfrac{1}{2}$。因此红苹果至少被抽中两次的概率为 $C_3^2\left(\dfrac{1}{2}\right)^3+C_3^3\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{2}$。

37. 三个人破译一密码，他们能单独译出的概率分别为 $\dfrac{1}{5}$，$\dfrac{1}{3}$，$\dfrac{1}{4}$，则此密码被译出的概率为(　　)。

A. 1/5　　B. 2/5　　C. 3/5　　D. 1/4

E. 1/3

【解析】设 $A_i=\{$第 $i(i=1,2,3)$ 个人单独译出密码$\}$，则 $P(A_1)=\dfrac{1}{5}$，$P(A_2)=\dfrac{1}{3}$，$P(A_3)=\dfrac{1}{4}$。设 $B=\{$此密码被译出$\}$，则有 $B=A_1\cup A_2\cup A_3$，所以

① $$\begin{aligned}P(B)&=P(A_1\cup A_2\cup A_3)\\&=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)-P(A_1A_2)-P(A_2A_3)-P(A_1A_3)+P(A_1A_2A_3)\\&=\frac{1}{5}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{5}\end{aligned}$$

② $$\begin{aligned}P(B)&=P(A_1\cup A_2\cup A_3)=1-P(\overline{A_1\cup A_2\cup A_3})=1-P(\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3)\\&=1-P(\overline{A}_1)P(\overline{A}_2)P(\overline{A}_3)=1-\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{5}\end{aligned}$$

38. 甲、乙两射手轮流对同一目标进行射击，甲每枪命中率为 p，乙每枪命中率为 r，彼此独立，甲先射，则甲先命中的概率为(　　)。

A. $\dfrac{p}{1-(1-p)(1-r)}$　　B. $\dfrac{r}{1-(1-p)(1-r)}$

C. $\dfrac{p}{(1-p)(1-r)}$　　D. $\dfrac{p}{1-pr}$

35A　36D　37C　38A

E. $\dfrac{r}{(1-p)(1-r)}$

【解析】设 $A_k=\{$第 k 枪甲命中$\}$，$B_k=\{$第 k 枪乙未命中$\}$。

$$\begin{aligned}P(\text{甲先命中})&=P(A_1+\overline{A}_1B_2A_3+\overline{A}_1B_2\overline{A}_3B_4A_5+\cdots)\\&=P(A_1)+P(\overline{A}_1B_2A_3)+P(\overline{A}_1B_2\overline{A}_3B_4A_5)+\cdots\\&=P(A_1)+P(\overline{A}_1)P(B_2)P(A_3)+\\&\quad P(\overline{A}_1)P(B_2)P(\overline{A}_3)P(B_4)P(A_5)+\cdots\\&=p+(1-p)(1-r)p+(1-p)(1-r)(1-p)(1-r)p+\cdots\\&=\frac{p}{1-(1-p)(1-r)}\end{aligned}$$

39. 若有 n 个人随机地站成一列，其中有甲、乙两人，则夹在甲和乙之间恰有 r 个人的概率为(　　)。

A. $\dfrac{2(n-r)}{n(n-1)}$　　B. $\dfrac{3(n-r-1)}{n(n-1)}$　　C. $\dfrac{2(n-r-1)}{n(n-1)}$　　D. $\dfrac{n-r-1}{n(n-1)}$

E. $\dfrac{2(n-2r-1)}{n(n-1)}$

【解析】由于甲、乙两人之间有 r 个人，因此甲(或乙)只有 $n-(r+1)$ 个可能位置，当甲(或乙)定位之后，乙(或甲)跟着定位，其间隔为 r 个人，而其余 $n-2$ 个人除甲、乙两个位置外，可任意定位，故有 $(n-2)!$ 种不同的定位法，所以所求的概率应为：

$$P\{\text{甲、乙两人之间恰有 } r \text{ 个人}\}=\frac{2[n-(r+1)](n-2)!}{n!}=\frac{2(n-r-1)}{n(n-1)}$$

40. 从装有红、白、黑球各一个的口袋中任意取球(取后放回)，直到各种颜色的球至少取得一次为止。则摸球次数恰好为 6 次的概率为(　　)。

A. 5/81　　B. 10/81　　C. 17/81　　D. 25/81

E. 31/81

【解析】设 A_k："直到各种颜色的球至少取得一次为止所需摸球次数为 k 次"，$k=3$，4，…，则事件 A_k 发生必为第 k 次首次摸到红球、或白球、或黑球，其概率为 $\dbinom{3}{1}\dfrac{1}{3}$，剩下 $(k-1)$ 次摸到的必是其余两种颜色的球，且每种颜色至少出现一次，至多重复 $(k-2)$ 次，每次出现的概率都是 $\dfrac{1}{3}$，因此

$$P(A_k)=\sum_{i=1}^{k-2}\binom{3}{1}\frac{1}{3}\binom{k-1}{i}\left(\frac{1}{3}\right)^i\left(\frac{1}{3}\right)^{k-1-i}=\sum_{i=1}^{k-2}\binom{k-1}{i}\left(\frac{1}{3}\right)^{k-1},\ k=3,4\cdots$$

则 $P(A_6)=\sum_{i=1}^{4}\dbinom{5}{i}\left(\dfrac{1}{3}\right)^5=\dfrac{10}{81}$。

41. 10 把钥匙中有 4 把能把门打开，现在任意取两把，则能打开门的概率为(　　)。

A. 3/4　　B. 1/2　　C. 1/3　　D. 2/3

E. 1/6

39C　40B　41D

【解析】设事件 A 表示"能打开门"，则事件 $\overline{A}$ 表示"不能打开门"。基本事件总数 $n=C_{10}^{2}$，$\overline{A}$ 的基本事件数 $n_{\overline{A}}=C_{6}^{2}$，则：$P(\overline{A})=\frac{C_{6}^{2}}{C_{10}^{2}}=\frac{1}{3}$。因此

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

42. 由 3 个独立工作的元件串联的电路中，若每个元件发生故障的概率依次为 0.3，0.4，0.6，则电路发生故障的概率是(　　)。

A. 0.832　　B. 0.168　　C. 0.072　　D. 0.076

E. 0.108

【解析】电路不发生故障的概率 $=(1-0.3)\times(1-0.4)\times(1-0.6)=0.168$，因此

$$\text{电路发生故障的概率}=1-0.168=0.832$$

43. 当事件 A，B 同时发生时，事件 C 必发生，则下列结论正确的是(　　)。

A. $P(C)=P(AB)$　　B. $P(C)=P(A\cup B)$

C. $P(C)\leqslant P(AB)$　　D. $P(C)\geqslant P(A)+P(B)-1$

E. $P(C)\leqslant P(A)+P(B)-1$

【解析】事件 A，B 同时发生时，事件 C 必发生，由此可知 $P(C)\geqslant P(AB)$。又

$$P(AB)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)\geqslant P(A)+P(B)-1$$

所以，$P(C)\geqslant P(A)+P(B)-1$。

44. 已知事件 A，B 满足 $P(AB)=P(\overline{A}\,\overline{B})$，$P(A)=0.6$，则 $P(B)=$(　　)。

A. 0.2　　B. 0.3　　C. 0.4　　D. 0.5

E. 0.6

【解析】由于 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$，则

$$P(\overline{A}\,\overline{B})=1-P(A\cup B)=1-P(A)-P(B)+P(AB)$$

又 $P(AB)=P(\overline{A}\,\overline{B})$，所以 $P(A)+P(B)=1$，即 $P(B)=1-P(A)=1-0.6=0.4$。

45. 三个球随机地放到三个盒子中(每个盒子装球的个数不限)，则出现空盒的概率为(　　)。

A. 7/9　　B. 2/3　　C. 1/9　　D. 4/9

E. 1/3

【解析】设事件 A 表示出现空盒。出现空盒的个数只能是 1 或 2。则：

$$P(A)=\frac{C_{3}^{1}C_{3}^{1}C_{2}^{1}+C_{3}^{1}}{3^{3}}=\frac{7}{9}$$

46. 已知 $P(A)=0.4$，$P(B)=0.3$，$P(A\cup B)=0.6$，则 $P(A-B)=$(　　)。

A. 0.1　　B. 0.2　　C. 0.3　　D. 0.4

E. 0.5

【解析】由 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$ 可得：

$$P(AB)=0.4+0.3-0.6=0.1$$

42A　43D　44C　45A　46C

$$P(A-B)=P(A)-P(AB)=0.4-0.1=0.3$$

47. 有5件产品，其中2件是次品。从中任取2件，恰有1件是次品的概率为(　　)。

A. 0.2　　B. 0.4　　C. 0.5　　D. 0.6

E. 0.8

【解析】P(恰有1件是次品) $=\dfrac{C_2^1C_3^1}{C_5^2}=0.6$。

48. 已知 $P(A)=0.7$，$P(A-B)=0.3$，$P(\overline{AB})=$(　　)。

A. 0.3　　B. 0.4　　C. 0.6　　D. 0.7

E. 1

【解析】$P(A-B)=P(A)-P(AB)=0.7-P(AB)=0.3$，所以

$$P(AB)=0.4,\ P(\overline{AB})=1-P(AB)=0.6$$

49. 设袋中有5个球，分别编有1至5的号码。从中任取两球，则取出的两球号码均为奇数的概率为(　　)。

A. 0.1　　B. 0.2　　C. 0.3　　D. 0.4

E. 0.5

【解析】基本事件总数为 $C_5^2=10$，取出的两球号码均为奇数的个数为 $C_3^2=3$，故所求概率为：$P=\dfrac{C_3^2}{C_5^2}=\dfrac{3}{10}=0.3$。

50. 甲有 $n+1$ 个硬币，乙有 n 个硬币，双方投掷之后进行比较，则甲掷出的正面数比乙掷出的正面数多的概率为(　　)。

A. 0　　B. 1/4　　C. 1/3　　D. 1/2

E. 1

【解析】设 A 为事件"甲掷出的正面数 > 乙掷出的正面数"，B 为事件"甲掷出的反面数 > 乙掷出的反面数"，所以 $\overline{A}$ 为事件"甲掷出的正面数 ≤ 乙掷出的正面数"，等价于"甲掷出的反面数 > 乙掷出的反面数"。故 $P(\overline{A})=P(B)$。

而 $1=P(A)+P(\overline{A})=P(A)+P(B)$。由于每人掷出正面与掷出反面的机会相等，故 $P(A)=P(B)$，从而 $P(A)=\dfrac{1}{2}$。

51. 在 $[-1, 1]$ 上任取一点 X，则该点到原点距离不超过 $\dfrac{1}{5}$ 的概率为(　　)。

A. 1/5　　B. 2/5　　C. 3/5　　D. 1/3

E. 2/3

【解析】由几何概型知所求概率为 $\dfrac{\frac{1}{5}-\left(-\frac{1}{5}\right)}{1-(-1)}=\dfrac{1}{5}$。或者应用 X 的分布来计算，事实上，

$X\sim f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}, & -1\leqslant x\leqslant 1\\ 0, & 其他\end{cases}$，所求的概率为：

47D　48C　49C　50D　51A

$$P\{\,|x| \leqslant \frac{1}{5}\} = \int_{-\frac{1}{5}}^{\frac{1}{5}} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

52. 两人相约7点到8点在某地会面，先到者等候另一人20分钟，过时就可离去，则这两人能会面的概率为(　　)。

A. 1/9　　B. 2/9　　C. 1/3　　D. 4/9

E. 5/9

【解析】以 x，y 分别表示两人到达时刻，则会面的充要条件为

$$|x-y| \leqslant 20$$

这是一个几何概率问题，可能的结果全体是边长为60的正方形里的点，能会面的点的区域用阴影标出(如图1－1所示)。所求概率为

$$p = \frac{60^2 - 40^2}{60^2} = \frac{5}{9}$$

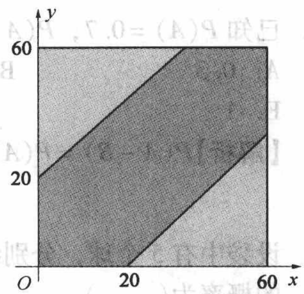

图1－1

53. 已知 $P(A)=0.3$，$P(B)=0.5$，$P(A \cup B)=0.6$，则 $P(A \mid B)=$(　　)。

A. 0.3　　B. 0.4　　C. 0.5　　D. 0.6

E. 0.7

【解析】由于 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$，则

$$P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.3 + 0.5 - 0.6 = 0.2$$

所以 $P(A \mid B) = \dfrac{P(AB)}{P(B)} = \dfrac{0.2}{0.5} = 0.4$。

54. 设 A，B 是两事件，$0 < P(A) < 1$，$P(B) > 0$，$P(B \mid A) = P(B \mid \bar{A})$，则必有(　　)。

A. $P(A \mid B) = P(\bar{A} \mid B)$　　B. $P(A \mid B) \neq P(\bar{A} \mid B)$

C. $P(AB) = P(A)P(B)$　　D. $P(AB) \neq P(A)P(B)$

E. $P(A) = P(B)$

【解析】$P(B \mid A) = \dfrac{P(AB)}{P(A)}$，$P(B \mid \bar{A}) = \dfrac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} = \dfrac{P(B) - P(AB)}{1 - P(A)}$

已知 $P(B \mid A) = P(B \mid \bar{A})$，即 $\dfrac{P(AB)}{P(A)} = \dfrac{P(B) - P(AB)}{1 - P(A)}$，则有：

$$P(AB) - P(A)P(AB) = P(A)P(B) - P(A)P(AB)$$

即 $P(AB) = P(A)P(B)$。

55. 在4把钥匙中，只有一把能打开门，若已经试过一次打不开(用过的钥匙不再使用)，则下一次能打开门的概率为(　　)。

A. 1/3　　B. 1/4　　C. 1/12　　D. 3/4

E. 1/2

【解析】设事件 $\bar{A}_1 = \{$第一次没打开$\}$，$A_2 = \{$第二次能打开$\}$，可知 $\bar{A}_1 A_2 = \{$试过一次打

52E　53B　54C　55A

不开，下一次能打开}，其概率为：$P(A_2 \mid \overline{A}_1) = \dfrac{P(\overline{A}_1 A_2)}{P(\overline{A}_1)} = \dfrac{\frac{3}{4} \times \frac{1}{3}}{\frac{3}{4}} = \dfrac{1}{3}$。

56. 盒中放有 12 个乒乓球，其中 9 个是新的。第一次比赛时从中任取 3 个来使用，比赛后仍放回盒中。第二次比赛时，再从盒中任取 3 个球。若第二次使用时，取到的是三只新球，那么第一次使用时取到的三只球中只有一只新球的概率为(　　)。

A. 1/220　　B. 54/110　　C. 27/220　　D. 3/14

E. 1/14

【解析】令 A_i 表示第一次任取 3 个球使用时，取出 i 个新球的事件($i=0$，1，2，3)。令 B 表示第二次任取的 3 个球都是新球的事件。则有：

$$P(A_0) = \frac{C_3^3}{C_{12}^3} = \frac{1}{220},\ P(A_1) = \frac{C_3^2 C_9^1}{C_{12}^3} = \frac{27}{220}$$

$$P(A_2) = \frac{C_3^1 C_9^2}{C_{12}^3} = \frac{108}{220},\ P(A_3) = \frac{C_9^3}{C_{12}^3} = \frac{84}{220}$$

根据全概率公式，第二次取出的球都是新球的概率为：

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_0)P(B \mid A_0) + P(A_1)P(B \mid A_1) + P(A_2)P(B \mid A_2) + P(A_3)P(B \mid A_3) \\ &= \frac{1}{220} \times \frac{C_9^3}{C_{12}^3} + \frac{27}{220} \times \frac{C_8^3}{C_{12}^3} + \frac{108}{220} \times \frac{C_7^3}{C_{12}^3} + \frac{84}{220} \times \frac{C_6^3}{C_{12}^3} \\ &= \frac{441}{3025} \end{aligned}$$

根据条件概率公式，计算第二次取到三个新球时第一次取到一个新球的概率为：

$$P(A_1 \mid B) = \frac{P(A_1)P(B \mid A_1)}{P(B)} = \frac{P(A_1)P(B \mid A_1)}{\sum P(A_i)P(B \mid A_i)} = \frac{\frac{C_8^3}{C_{12}^3} \times \frac{27}{220}}{\frac{441}{3025}} = \frac{3}{14}$$

57. 假定某工厂甲、乙、丙三个车间生产同一种螺钉，产量依次占全厂的 45%、35%、20%。如果各车间的次品率依次为 4%、2%、5%。现在从待出厂产品中检查出 1 个次品，则此次品是由乙车间生产的概率为(　　)。

A. 0.2　　B. 0.3　　C. 0.5　　D. 0.6

E. 0.8

【解析】设事件 B 表示"产品为次品"，A_1，A_2，A_3表示"产品为甲、乙、丙车间生产的"。依题意知：$P(A_1)=45\%$，$P(A_2)=35\%$，$P(A_3)=20\%$，$P(B \mid A_1)=4\%$，$P(B \mid A_2)=2\%$，$P(B \mid A_3)=5\%$，则检查出的次品是由乙车间生产的概率为：

$$P(A_2 \mid B) = \frac{P(A_2)P(B \mid A_2)}{\sum P(A_i)P(B \mid A_i)} = \frac{35\% \times 2\%}{45\% \times 4\% + 35\% \times 2\% + 20\% \times 5\%} = 0.2$$

58. 考卷中一道选择题有 4 个答案，仅有一个是正确的，设一个学生知道正确答案或不知道而乱猜是等可能的。如果这个学生答对了，他确实知道正确答案的概率为(　　)。

56D　57A　58C

A. 0.0625　　B. 0.1875　　C. 0.8　　D. 0.75

E. 0.85

【解析】设 A 表示学生知道正确答案事件；以 B 表示学生答对事件，则 $A\subset B$，$P(AB)=P(A)=1/2$。

$P(B\mid A)=1$，而 $P(B\mid \overline{A})=1/4$。由全概率公式

$$P(B)=P(A)P(B\mid A)+P(\overline{A})P(B\mid \overline{A})$$
$$=1/2\times 1+1/2\times 1/4=5/8$$

故 $P(A\mid B)=P(AB)/P(B)=4/5$。

59. 某专业学生来自三个地区，人数分别为 10 名、10 名、15 名，其中女生分别为 3 名、7 名和 5 名。随机地取一个地区，从中先后抽出两名学生。若已知后抽到的一名是男生，则先抽到的一名是女生的概率为(　　)。

A. 4/9　　B. 3/7　　C. 74/175　　D. 72/315

E. 72/175

【解析】记 D_i 表示“该学生是第 i 个地区”，A_j 表示“第 j 次抽到的学生是男生”，由题意可知：

$$P(A_2\mid D_1)=\frac{C_3^1C_7^1+P_7^2}{P_{10}^2}=\frac{7}{10},\ P(A_2\mid D_2)=\frac{C_7^1C_3^1+P_3^2}{P_{10}^2}=\frac{3}{10},\ P(A_2\mid D_3)=\frac{C_5^1C_{10}^1+P_{10}^2}{P_{15}^2}=\frac{2}{3}$$

$$P(\overline{A}_1A_2\mid D_1)=\frac{C_3^1C_7^1}{P_{10}^2}=\frac{7}{30},\ P(\overline{A}_1A_2\mid D_2)=\frac{C_7^1C_3^1}{P_{10}^2}=\frac{7}{30},\ P(\overline{A}_1A_2\mid D_3)=\frac{C_5^1C_{10}^1}{P_{15}^2}=\frac{5}{21}$$

利用全概率公式可得：

$$P(A_2)=\sum_{i=1}^{3}P(D_i)P(A_2\mid D_i)=\frac{1}{3}\times\left(\frac{7}{10}+\frac{3}{10}+\frac{2}{3}\right)=\frac{5}{9}$$

$$P(\overline{A}_1A_2)=\sum_{i=1}^{3}P(D_i)P(\overline{A}_1A_2\mid D_i)=\frac{1}{3}\times\left(\frac{7}{30}+\frac{7}{30}+\frac{5}{21}\right)=\frac{74}{315}$$

所以，已知后抽到的一名是男生，则先抽到的一名是女生的概率为：

$$P(\overline{A}_1\mid A_2)=\frac{P(\overline{A}_1A_2)}{P(A_2)}=\frac{74}{175}$$

60. 假设事件 A 和事件 B 满足 $P(A\mid B)=1$，则必有(　　)。

A. A 是必然事件　　B. $P(A\mid \overline{B})=0$　　C. $A\supset B$　　D. $A\subset B$

E. $P(\overline{A}\mid \overline{B})=1$

【解析】$P(A\mid B)=1$ 表示“B 发生必然会导致 A 发生”，即 $B\subset A$；由 $P(A\mid B)=1$ 可得 $P(\overline{A}\mid B)=0$。

61. 利率上升的概率估计为 0.8，如果利率上升，股票价格指数下跌的概率估计为 0.9。如果利率不上升，股票价格指数仍然下跌的概率为 0.4。则股票价格指数下跌的概率是(　　)。

A. 0.4　　B. 0.6　　C. 0.72　　D. 0.8

E. 0.9

59C　60C　61D

【解析】记事件A表示“利率上升”，B表示“股票价格指数下跌”，则$P(A)=0.8$，$P(\overline{A})=0.2$，$P(B\mid A)=0.9$，$P(B\mid\overline{A})=0.4$。故

$$P(AB)=P(A)P(B\mid A)=0.8\times0.9=0.72$$
$$P(\overline{A}B)=P(\overline{A})P(B\mid\overline{A})=0.2\times0.4=0.08$$

所以

$$P(B)=P(AB)+P(B\overline{A})=0.72+0.08=0.80$$

62. 根据以往的临床记录，某种诊断癌症的试验具有如下的效果：若以A表示事件“试验反应为阳性”，以C表示事件“被诊断患者患有癌症”，则有$P(A\mid C)=0.95$，$P(\overline{A}\mid\overline{C})=0.95$。现在对自然人群进行普查，设被试验的人患有癌症的概率为0.005，即$P(C)=0.005$，则$P(C\mid A)=($　　$)$。

A. 0.087　　B. 0.108　　C. 0.359　　D. 0.584
E. 0.783

【解析】因为$P(A\mid C)=\dfrac{P(AC)}{P(C)}=0.95$，所以$P(A\mid\overline{C})=1-P(\overline{A}\mid\overline{C})=0.05$，$P(\overline{C})=0.995$，由贝叶斯公式可得：

$$P(C\mid A)=\frac{P(A\mid C)P(C)}{P(A\mid C)P(C)+P(A\mid\overline{C})P(\overline{C})}=\frac{0.95\times0.005}{0.95\times0.005+0.05\times0.995}=0.087$$

63. 一人乘公共汽车或地铁上班的概率分别是0.4和0.6，当他乘公共汽车时，有30%的日子迟到；当他乘地铁时，有10%的日子迟到。若此人在某一天迟到，其乘地铁的概率是(　　)。

A. 1/5　　B. 1/3　　C. 2/5　　D. 3/5
E. 2/3

【解析】设事件A_1、A_2表示此人上班乘公共汽车和乘地铁，事件B表示此人上班迟到，由题意有：$P(A_1)=0.4$；$P(A_2)=0.6$；$P(B\mid A_1)=30\%$；$P(B\mid A_2)=10\%$。由全概率公式，得此人上班迟到的概率是：

$$P(B)=\sum_{i=1}^{2}P(A_i)P(B\mid A_i)=0.4\times0.3+0.6\times0.1=0.18$$

由贝叶斯定理可得：

$$P(A_2\mid B)=\frac{P(A_2B)}{P(B)}=\frac{P(A_2)P(B\mid A_2)}{P(B)}=\frac{0.6\times0.1}{0.18}=\frac{1}{3}$$

64. 有朋友自远方来访，他乘火车、轮船、汽车、飞机来的概率分别是0.3、0.2、0.1、0.4。如果他乘火车、轮船、汽车来的话，迟到的概率分别是$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{12}$，而乘飞机不会迟到。结果他迟到了，则他乘火车来的概率是(　　)。

A. $\dfrac{3}{40}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{9}{34}$　　D. $\dfrac{1}{4}$

E. $\dfrac{3}{4}$

62A　63B　64B

【解析】用 A_1 表示"朋友乘火车来"，A_2 表示"朋友乘轮船来"，A_3 表示"朋友乘汽车来"，A_4 表示"朋友乘飞机来"，B 表示"朋友迟到了"。则

$$P(A_1 \mid B)=\frac{P(A_1)P(B \mid A_1)}{\sum_{k=1}^{4} P(A_k)P(B \mid A_k)}=\frac{0.3\times\frac{1}{4}}{0.3\times\frac{1}{4}+0.2\times\frac{1}{3}+0.1\times\frac{1}{12}}=\frac{1}{2}$$

65. 随机事件 A、B 满足 $P(A)=0.6$，$P(B)=0.5$，$P(A\cup B)=0.7$，则 $P(A \mid B)=($　　)。

A. 0.6　　B. 0.7　　C. 0.8　　D. 0.9

E. 0.21

【解析】$P(A \mid B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{P(A)+P(B)-P(A\cup B)}{P(B)}=\dfrac{0.6+0.5-0.7}{0.5}=0.8$。

66. A、B 为任意两个随机事件，且 $A\subset B$，$P(B)>0$，则下列选项中必然成立的是(　　)。

A. $P(A \mid B)>P(A)$　　B. $P(A \mid B)\geqslant P(A)$

C. $P(A \mid B)<P(A)$　　D. $P(A \mid B)\leqslant P(A)$

E. $P(A \mid B)=P(A)$

【解析】因为 $A\subset B$，所以 $P(AB)=P(A)$，又 $0<P(B)\leqslant 1$，于是有

$$P(A \mid B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{P(A)}{P(B)}\geqslant P(A)$$

67. 有三个工人同时加工同一批零件，零件由各个工人加工的概率分别为 0.5、0.3、0.2，各个工人加工的零件为合格品的概率分别为 0.92、0.9、0.95，则这批零件的合格率为(　　)。

A. 0.46　　B. 0.59　　C. 0.92　　D. 0.34

E. 0.73

【解析】设事件 A_1、A_2、A_3 分别表示"零件由第一、二、三个工人加工"，事件 B 为"零件合格"，A_1、A_2、A_3 构成完备事件组。根据题意有 $P(A_1)=0.5$，$P(A_2)=0.3$，$P(A_3)=0.2$，且有 $P(B \mid A_1)=0.92$，$P(B \mid A_2)=0.9$，$P(B \mid A_3)=0.95$，由全概率公式得这批零件的合格率为：

$$P(B)=\sum_{i=1}^{3} P(A_i)P(B \mid A_i)=0.5\times 0.92+0.3\times 0.9+0.2\times 0.95=0.92$$

68. 某栋大厦为了防止意外，装有甲、乙两个可以独立使用的报警系统，其有效概率分别为 0.94 和 0.92，在乙报警系统失灵的条件下，甲报警系统仍有效的概率为 0.88。则在甲报警系统失灵的条件下，乙报警系统仍有效的概率为(　　)。

A. 0.83　　B. 0.59　　C. 0.99　　D. 0.64

E. 0.73

【解析】设事件 A、B 分别表示甲、乙两个报警系统单独使用时有效。依题意有 $P(A)=0.94$，$P(B)=0.92$，$P(A \mid \bar{B})=0.88$。

$P(A/\bar{B})=\dfrac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})}=\dfrac{0.94-P(AB)}{1-0.92}=0.88$，可得：$P(AB)=0.87$

65C　66B　67C　68A