

機 械 所 · 土 木 所

材料力學 II

Mechanics of Materials

藍立功 編著

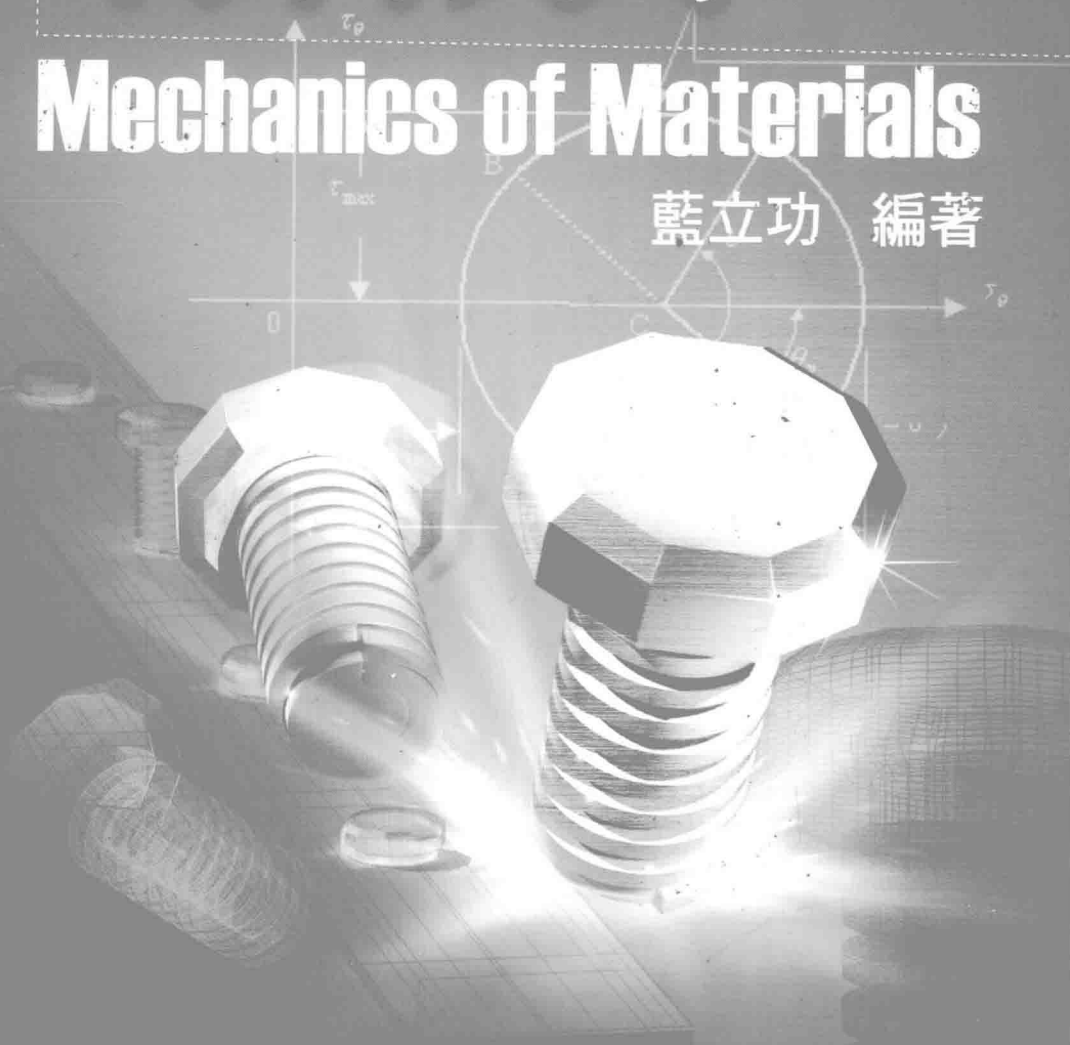


機 械 所 · 土 木 所

材料力學 II

Mechanics of Materials

藍立功 編著



材料力學(Ⅱ)

編著者：藍立功

發行人：藍立功

建議售價：420 元

M645A ISBN 957-41-2818-0

版權所有・翻印必究

2005.9

自序

「找到一本材料力學的好書，唸完就能應付各校各系所之考題」，這是每一個報考機械、土木、應力、航太、醫工、工科、製造所的考生所期盼，也是筆者編寫本書之最大動機。近年來，由於教育水平之提升，導致國立研究所入學考試競爭激烈，試題難度日益加深，且考試範圍廣泛，因此只憑一般學校教科書之內容，實不足以應付所有的考試。筆者有鑑於此，以十餘年補教與解題經驗，精心彙編「材料力學」，提供有志考取理想研究所的考生，能在極短的時間內完成最充分之準備。

本書涵蓋近十餘年來所有考試範圍，內容豐富完整，在筆者有系統的整理與歸納下，共分為十六章。同時為區隔報考機械所與土木所之重點差異，特於目錄中各節標註該節之重要性，共分為A、B、C、D及E五等級。

A：代表極為重要且為必考之關鍵性章節。

B：代表較為重要且為常考之決勝負章節。

C：代表一般性會考之章節。

D：代表較為簡單或較少命題之章節。

E：代表非常簡單或較難，但很少考之章節。

而標註方式例如：[機B；土C]，即代表此章節對報考機械所而言為B級，但對報考土木所而言則為C級。

一、準備要領

材料力學之「最有效率學習方法」，亦即如何在最短時間內，善用本書以成為一位所向披靡之解題武林高手，是大家最為關心的，筆者建議可分四階段來養成：

(一)先拿定準備考試之範圍，並瞭解各章節之重要性（拜師學藝、選擇內功心法與招式）：

參考本書目錄，瞭解各章節之重要性，及機械、土木所重點上之差異，以免準備方向有所偏差，而導致事倍功半。

(二)建立正確且深入之基本觀念，理解各種公式之推導與相關假設條件（打通任督二脈、凝聚內力、學習招式）：

依本書章節順序，循序漸進細加研讀，務必瞭解每一個觀念、每一個公式推導過程所使用之假設條件及其隱含之物理意義。尤其是每一個公式在什麼狀況下才可使用，若有假設條件不滿足時，那公式應如何修正，才可使用。

(三)一定要動手解範題，看十次不如實際算一次，並注意範題中所提示之更深入的觀念（熟練招數、精進內力）：

本書範題均為筆者依機械、土木所歷年重要試題挑選出，每題均具參考價值，期使讀者每題詳加練習，並可於練習前，先行閱讀觀念或解題關鍵提示，如此必可掌握正確之解題方向，達到最佳學習效果。

(四)多解歷屆試題，掌握考試趨勢及脈動（增加實戰經驗、挑戰各種武林高手）：

各章之末，筆者特設計相關題型供讀者練習，但僅提供簡解，不附詳解，以激發讀者思考能力，才能將觀念融會貫通，切記「平時多思考，考試沒煩惱」。考試有時間限制，不容許考生有太多思考時間，只有將可能考的，事先都想過，才會是大贏家。

若希望多做歷屆試題以增強實力，可再研讀筆者另一著作「材料力學經典題型解析」（預版中），此書收錄了民國94~78年歷屆經典試題，有助於大幅增強解題功力。

二、考點分析

筆者分析材料力學近十七年來之試題範圍，最常考之範圍如下：

1. 三維應力與應變觀念及應變與位移之關係。
2. 含溫度效應之三維虎克定律及相關之靜不定問題。
3. 平面與三維應力及應變轉換，以及主應力與主應變分析問題。
4. 平面與三維莫爾圓之應用，以及主應力與主應變分析問題。
5. 應變規之應用問題。
6. 薄壁壓力容器問題。
7. 軸向元件之軸力圖與變形量。
8. 靜不定軸向元件結構之分析。
9. 補能原理、卡氏第一定理與單位荷重法之應用。
10. 卡氏第二定理之七大應用技巧。
11. 應用應變能求解動態負荷問題。
12. 應用於脆性材料與延性材料之破壞準則。
13. 圓軸之扭矩圖、剪應力與扭轉角。
14. 靜不定圓軸結構之分析。
15. 傳動軸分析與設計。
16. 圓軸之塑性變形與殘留應力。
17. 樑之負荷、剪力及彎矩間之關係。
18. 剪力圖及彎矩圖之繪製。
19. 移動負荷問題。
20. 樑之撓曲應力與剪應力。
21. 組合樑之分析與設計問題。
22. 複合負荷結構之應力分析。
23. 以直接積分法、奇函數法及矩面法求解樑之撓度問題。
24. 合成樑之彎曲應力、剪應力與撓度分析。

25. 靜不定樑問題與含溫度效應之靜不定樑分析。
26. 應用三力矩原理求解靜不定樑問題。
27. 樑之疊置問題。
28. 樑之不對稱彎曲理論與斜負荷分析。
29. 開口薄壁斷面樑中之剪應力及其物理意義。
30. 樑之非線彈性彎曲與塑性彎曲。
31. 樑在彎矩作用後之殘留應力。
32. 樑之塑性鉸與塑性分析。
33. 剛桿彈簧系統之穩定性及臨界負荷。
34. 常見支承柱之臨界負荷與挫曲模態。
35. 柱之有效長度及臨界應力公式之直接應用。
36. 偏心荷重柱設計之容許應力法與交互作用法。
37. 以能量法求解彈性柱之臨界負荷。
38. 應用撓度微分方程式求解各種不同支承柱之臨界負荷。
39. 彈性體內材料點處之靜力平衡方程式。
40. 螺旋彈簧之應力與變形量分析。

三、參考文獻

1. J. M. Gere and S. T. Timoshenko, *Mechanics of Materials*, Brooks/Cole, 5th ed., 2001.
2. J. M. Gere and S. T. Timoshenko, *Mechanics of Materials*, 高立圖書, 3rd ed., 1992.
3. F. P. Beer, E. R. Johnston, Jr., J. T. DeWolf, *Mechanics of Materials*, McGraw-Hill, 3rd ed., 2001.
4. R. C. Hibbeler, *Mechanics of Materials*, 高立圖書, 2nd ed., 1994.
5. A. C. Ugural, *Mechanics of Materials*, 高立圖書, 1996.

6. A. Higdon, E. H. Ohlsen, W. B. Stiles, J. A. Weese, and W. F. Riley, *Mechanics of Materials*, 中央圖書, 3rd ed., 1977.
7. J. N. Cernica, *Strength of Materials*, 美亞圖書, 2nd ed., 1979.
8. W. A. Nash, *Strength of Materials*, 虹橋書局, SI 2nd ed., 1972.
9. E. Volterra and J. H. Gaines, *Advances Strength of Materials*, 正文書局, 1980.
10. 沖島喜八, 材料力學演習500題, 復文書局。
11. 民國78~94年全國各校系所材料力學入學試題。

本書之編排經系統化規劃，主要是基於學習效率與內容連貫性之考慮，讀者只要依本書章節順序，循序漸進細加研讀，當可收事半功倍之效。最後，感謝所有參與此書出版之工作夥伴，有了大家的支持與協助，本書才得以順利完成。再者，本書雖力求審慎，並經細心校對，但難免有所疏漏，請讀者或諸位先進，不吝指正，不勝感激！

若有任何問題，請以E-mail方式聯繫作者，m_o_materials@yahoo.com.tw

藍立功 于 台北

2005.08

著作權聲明

依著作權法第八十七條規定，有下列情形者，視為侵害著作權，敬請各仁人君子自重，若有侵害本著作之著作權者，必當依法追究行為人之民、刑事法律責任，絕不寬貸。

第八十七條

有下列情形之一者，除本法另有規定外，視為侵害著作權或製版權：

- 一 以侵害著作人名譽之方法利用其著作。
- 二 明知為侵害製版權之物而散布或意圖散布而公開陳列或持有者。
- 三 輸入未經著作財產權人或製版權人授權重製之重製物或製版物者。
- 四 未經著作財產權人同意而輸入著作原件或其重製物者。
- 五 以侵害電腦程式著作財產權之重製物作為營業之使用者。
- 六 明知為侵害著作財產權之物而以移轉所有權或出租以外之方式散布者，或明知為侵害著作財產權之物意圖散布而公開陳列或持有者。

侵害著作權者，除須負擔民事損害賠償外，行為人並須依著作權法規定負有期徒刑與罰金等刑事之責。

第九十一條

擅自以重製之方法侵害他人之著作財產權者，處三年以下有期徒刑、拘役，或科或併科新臺幣七十五萬元以下罰金。

意圖銷售或出租而擅自以重製之方法侵害他人之著作財產權者，處六月以上五年以下有期徒刑，得併科新臺幣二十萬元以上二百萬元以下罰金。

以重製於光碟之方法犯前項之罪者，處六月以上五年以下有期徒刑，得併科新臺幣五十萬元以上五百萬元以下罰金。

著作僅供個人參考或合理使用者，不構成著作權侵害。

第九十二條

擅自以公開口述、公開播送、公開上映、公開演出、公開傳輸、公開展示、改作、編輯、出租之方法侵害他人之著作財產權者，處三年以下有期徒刑、拘役，或科或併科新臺幣七十五萬元以下罰金。

CONTENTS

目 次

Chapter 10 樑之撓曲

10-1 樑之幾何變形 [機E: $\pm E$]	10-3
10-2 直接積分法 [機C: $\pm B$]	10-4
10-3 奇函數法 [機A: $\pm A$]	10-17
10-4 矩面法 [機A: $\pm A$]	10-25
10-5 共軛樑法 [機E: $\pm C$]	10-44
10-6 樑之剪力變形 [機C: $\pm C$]	10-50
10-7 溫度效應之撓度 [機C: $\pm C$]	10-52
10-8 合成樑之撓度 [機B: $\pm C$]	10-55
10-9 剛性基座支承之樑的撓曲 [機C: $\pm C$]	10-60
10-10 彈性基座支承之樑的撓曲 [機D: $\pm C$]	10-64
10-11 樑撓曲引起之軸向應力 [機E: $\pm E$]	10-67

Chapter 11 能量法：應用篇

11-1 前言 [機E: $\pm E$]	11-3
11-2 線性彈性結構中各種受力態下之應變能 [機D: $\pm D$]	11-3
11-3 功能法解單一荷重之撓度 [機C: $\pm C$]	11-12
11-4 補能原理及卡式定理 [機A: $\pm A$]	11-15
11-5 單位荷重法 [機B: $\pm B$]	11-26
11-6 應變能於動態負荷分析之應用 [機A: $\pm B$]	11-33
11-7 廣義應變能密度 [機B: $\pm B$]	11-38
11-8 破壞準則 [機A: $\pm B$]	11-40
11-9 互換定理 [機D: $\pm D$]	11-45

Chapter 12 靜不定樑

12-1	前言 [機E ; $\pm E$]	12-3
12-2	靜不定樑問題 [機B ; $\pm A$]	12-9
12-3	與溫度效應有關之靜不定樑分析 [機B ; $\pm C$]	12-36
12-4	三力矩原理 [機B ; $\pm A$]	12-39
12-5	樑之疊置問題 [機B ; $\pm A$]	12-54

Chapter 13 樑之不對稱彎曲

13-1	前言 [機E ; $\pm E$]	13-3
13-2	不對稱彎曲之一般理論 [機B ; $\pm B$]	13-3
13-3	斜負荷作用下之對稱樑 [機B ; $\pm B$]	13-8
13-4	開口薄壁斷面樑中之剪應力 [機A ; $\pm A$]	13-16

Chapter 14 樑之非線彈性彎曲及塑性分析

14-1	前言 [機E ; $\pm E$]	14-3
14-2	非線彈性彎曲 [機A ; $\pm A$]	14-4
14-3	塑性彎曲 [機B ; $\pm A$]	14-10
14-4	彎矩與曲率之關係 [機C ; $\pm B$]	14-19
14-5	彎矩作用後之殘留應力 [機A ; $\pm B$]	14-24
14-6	塑性鉸 [機C ; $\pm A$]	14-30
14-7	塑性分析 [機C ; $\pm A$]	14-32

Chapter 15 柱

15-1	前言 [機E ; $\pm E$]	15-3
15-2	剛桿彈簧系統之穩定性及臨界負荷 [機B ; $\pm A$]	15-5
15-3	銷接端柱之尤拉公式 [機C ; $\pm C$]	15-11
15-4	其他常見支承柱之臨界負荷與模態形狀 [機B ; $\pm B$]	15-14

15-5	柱之有效長度及應用 [機A； $\pm A$]	15-24
15-6	偏心柱與正割公式 [機D； $\pm D$]	15-31
15-7	柱中應力分析 [機D； $\pm D$]	15-38
15-8	偏心荷重之設計 [機B； $\pm C$]	15-41
15-9	能量法求彈性柱之臨界負荷 [機B； $\pm B$]	15-46
15-10	應用撓度微分方程式求解柱之臨界負荷 [機A； $\pm A$]	15-52

Chapter 16 彈性力學基本觀念及其他論題

16-1	前言 [機E； $\pm E$]	16-3
16-2	應力與應變 [機D； $\pm D$]	16-3
16-3	平衡方程式 [機B； $\pm C$]	16-5
16-4	相合方程式 [機D； $\pm D$]	16-8
16-5	邊界條件 [機E； $\pm E$]	16-9
16-6	二維彈性問題與艾氏應力函數 [機C； $\pm D$]	16-10
16-7	二維極座標下之平衡方程式 [機E； $\pm E$]	16-19
16-8	焊接 [機E； $\pm E$]	16-22
16-9	鉚接 [機E； $\pm E$]	16-24
16-10	螺旋彈簧 [機B； $\pm C$]	16-30



Chapter

10

樑之撓曲

✧重點導引✧

- 直接積分法求樑之撓度
- 奇函數法求樑之撓度
- 矩面法求樑之撓度
- 溫度效應下樑之撓度
- 合成樑之撓度
- 剛性支承下樑之撓曲
- 彈性支承下樑之撓曲

10-1 樑之幾何變形

考慮如圖10-1(a)所示之懸臂樑，在其自由端處承受一橫向負荷 P ，則此樑將發生撓曲，其變形後如圖10-1(b)所示，而在分析樑之撓曲時，一些基本定義及其幾何意義如下：

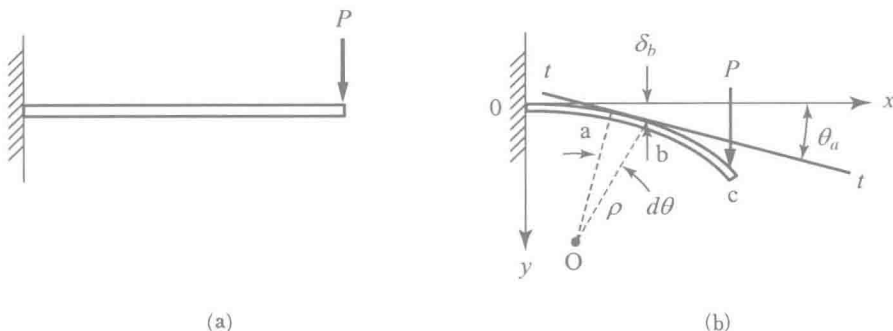


圖10-1 樑之變形

1. 撓度或垂直位移 (deflection)

樑承受負荷後，其內部除了產生應力應變外，也會因彎矩作用而變形，這使得樑在其中性軸上之任意點均產生垂直方向之位移，此位移量稱為該點之撓度。如圖10-1(b)中b點所示，其撓度為 δ_b 。

2. 彈性曲線或撓度曲線 (deflection curve)

樑承受負荷時，原為長而直之軸將變形成一曲線，此曲線稱為樑的撓曲曲線，亦即中性軸彎曲之形狀。如圖10-1(b)中曲線0abc即代表此樑之彈性曲線。

3. 轉角或斜角 (slope)

彈性曲線任一點之切線，與水平 x 軸所夾之角度，稱為斜角。如圖10-1(b)中a點之切線 $t-t$ 與 x 軸之夾角 θ_a ，即代表a點之斜角。

4. 曲率半徑 (radius of curvature)

因樑之撓度與其長度相比很小，故考慮彈性曲線上之一微段應可近似

10-4 材料力學 (*Mechanics of Materials*)

爲一圓弧，如圖10-1(b)中 ab 段，則此段圓弧之圓心 O 點，稱爲曲率中心，而其半徑 ρ 稱爲曲率半徑。

5. 曲率 (curvature)

曲率半徑之倒數，稱爲曲率，如圖10-1(b)中 ab 段圓弧，其曲率爲 $1/\rho$ 。

對於樑受橫向負荷變形後撓度與轉角之計算，一般分析方法有：

- | | | |
|----------|---|-------------------------|
| (1) 積分法 | } | 使用上較麻煩，但能得到全樑之彈性曲線方程式。 |
| (2) 奇函數法 | | |
| (3) 矩面法 | } | 易於直接使用，但適用於求某一位置之撓度或轉角。 |
| (4) 共軛樑法 | | |
| (5) 能量法 | | |

本章將陸續介紹前四種方法，而能量法將於第十一章再介紹。

10-2 直接積分法

考慮如圖10-2所示之簡支樑，欲分析其變形後之撓度與斜角，我們先定義符號如下：

1. 座標系統以樑之左端點 A 爲座標原點， x 軸向右爲正，而 y 軸定義朝下爲正。
2. 撓度即爲該點 y 座標之值，故向下爲正，向上爲負，而斜角則以順時針方向爲正，如圖10-1(b)中 a 點之斜角應爲正值。
3. 因 y 座標定義向下爲正，故曲率 K 之正向，如圖10-3所示。注意：因爲 y 座標定義往下爲正，所以曲率之正向恰與力矩 M 之正向相反。

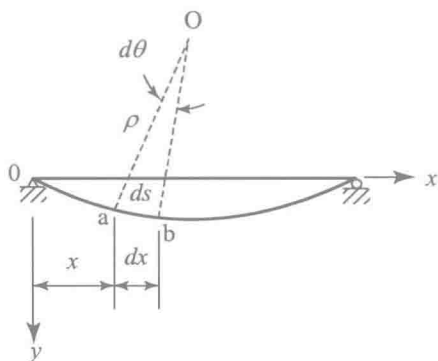


圖10-2 樑之變形關係

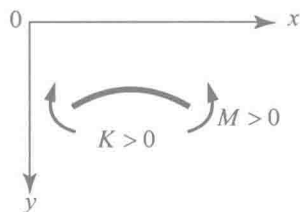


圖10-3 曲率之正負號

撓度曲線微分方程式推導時，所採用之基本假設有：

- (1) 只考慮純彎曲，亦即忽略剪力存在對樑變形之影響，也就是視為尤拉樑 (Euler Bernoulli beam)。
- (2) 樑之變形很小。
- (3) 滿足虎克定律，亦即材料為線彈性材料。
- (4) 推導公式(8-10)， $K = M / EI$ ，所需之基本假設條件。

而撓度曲線微分方程式之推導，首先由圖10-2中 ab 段圓弧可得到

$$\rho = \frac{ds}{d\theta} \quad (10-1)$$

則曲率 K 為

$$K = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{ds} = \frac{d\theta}{dx} \cdot \frac{dx}{ds} \quad (10-2)$$

又因 $\tan \theta = \frac{dy}{dx}$ ，則

$$\frac{d}{dx}(\tan \theta) = \frac{d^2 y}{dx^2} \Rightarrow (1 + \tan^2 \theta) \frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2 y}{dx^2}$$

故知

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]} \quad (10-3)$$