基本300

数学I基本300题

武汉建材学院基础部译

译 者 说 明

本书是根据日本学生社一九七八年出版的东京都立秋川高校土桥　恭编的《基本300》（数学Ⅰ基本300题）一书译出的。

为了便于读者更有效的利用本书，在翻译过程中对下述三点稍有变动：

1、在不失原意的前题下对问题的叙述和提法上，尽量与我国现行中学课本相一致。

2、对一些简单题目的提示，做了少量的删节。

3．略去了用号码填空方法，代以直接填空的方法，在内容中也作了相应的变动。题中的填空，在答案中是以先后顺序给的。

另外有少量题目虽然超出我国中学现行大纲要求，但对读者也有一定的参考价值。

由于时间仓促，加之我们水平有限，本译文一定存在不少缺点和错误，望读者给予批评指正。

译　者

一九八〇年一月

原书说明

——本书的特点和使用方法

1、填空答题方式　本书对检验基础知识能力的掌握情况和提高掌握基本知识的能力方面，有立奏功效之妙，所有题目均与统考考题一样，采取填空格方式。

2、300个题目　为了彻底掌握基本知识，到底做多少题比较恰当，在这个问题上，曾与高中各学科的老师们共同研究过，并考虑到各学科的特殊性，确定300个题目比较恰当，一天做一道题约需一年，一天做五道题两个月即可彻底打下坚实的基础。本书可作为教科书的参考书和检验考试前对基本知识的掌握情况等，可用于各种用途和目的。

3、内容　本书考虑到各学科的特殊性而编写的，为了更有效地掌握基础知识，从各种不同的角度，对题目进行了分类。

4、题目与排列　所有的问题均为基础题目，但也由浅入深分阶段地进行了排列，有的是把大学考试题做了修改，也加进，新创作的题目，适用于从初学不久到准备考大学的人，就是说，为提高高中一、二年级学生一直到大学考生的基础能力而编写的，另外，由于对大学考试题目进行了修改，故省略了出题的大学名字。

5、提示　对所有的问题，做为解题指南的提示，也原则地写了进去。没有把握看看提示也没有关系，可能的话，第一次看提示做，第二次最好不看提示。应该说，第二次做的时候，你会觉得题目意外地容易，这就是你有了实力的证据。

6、答题用纸的使用方法（省略）

7、解答　为了学习上的方便，本书附有解答，解答不是单纯地给出答案，对解题的道理，步骤及难点等也做了解题说明，即使你的结果对了，也务必看看解题说明。

如同上面所讲的那样，充分掌握和理解本书的特点和学习方法，同适合自己的进度，来征服300 题，以期彻底把握你的基础知识水平。

前　　言

少年时代的牛顿，在剑桥大学附近的夜店里，买了一本“欧几里德几何学”原本学习，但认为它没有超出常识的东西而废弃，转而，对“笛卡尔的坐标几何学”感到满意而攻读。于1664年4月在参加特列台奖学金考试时，由于几何的成绩不好，遭到落选的痛苦。考试官巴罗博士说：“因为你的几何的基础知识太贫乏，无论怎样用功也是不行的，”由此牛顿受到了很大的刺激。于是又重新把“欧几里德几何学原本”从头至尾地反复进行深入钻研，在这个过程中，开始理解到几何学的妙趣，同时也体会到对所有的学问来讲，基础知识是最重要的。改变了学习态度，终于成了数学史上罕见的学者。

学习高中数学也是这样，对于一开始好象容易的地方，就简单地放过去，对于疑难问题的解法，就黑夜白天地死背，你们同学当中，一向不用气力学习的人也不会少吧！数学是一个基础和另一个基础堆积起来的学科，根据这些基础的堆积，组织起来井然有序地理论体系，那就是数学的生命

从七九年开始实行的全国统考，也是检验高中阶段对基础知识和一般知识掌握的程度。本书涉及的范围很广，题目的重点放在基础上，要求具有综合的学力，因而也不单纯地记住基础知识，而且要求对基础知识运用自如，从教科书能对基础知识做出新的认识，根据典型的重要问题掌握数学的思路，两者合起来，就是对基础知识的实战整理。

本书根据上述旨意，从教科书的基础水平出发，将统考题目

做为上限精选了300个题目，共分九章，根据发展的阶段排列。本书内容不仅对要掌握数学基础实力的人有用，对参加全国统考的人也十分适用。

本书的全部题目采取填空格解答的形式，判断自己用的公式，计算方法，思路等的正确与否，马上可以检查出来。在平素的学习中不断地检查自己的基础能力。另外，本书采用与全国统考一样的填空格形式，所以在考试以前通过使用本书，熟悉这种方式。

在使用本书时，请特别注意下列各点：

①冷静地阅读问题，把握住题意；

②经常考虑图表及几何图形的背景；

③整理出问题中所包含的基础事项；

④不是填空式的解答，而是象回答普通问题一样地回答；

⑤(略)；

⑥更改时要整洁，最好使用塑料橡皮；

⑦不屈不挠地坚持到底。

各位同学们，请活用本问题集，期待着你们的成功！

东京都立秋川高校　土桥　恭

目　录

1．数·式的计算
§1．整式的计算……（1）
§2．分解因式……（1）
§3．整式的约式·倍式……（3）
§4．分式·比例式……（3）
§5．集合和运算……（4）
§6．无理数……（5）
§7．整数·约数·倍数……（7）
§8．等式的证明·式的值……（8）
2．方程式·不等式
§1．虚数的计算……（10）
§2．一次方程式·联立一次方程式……（10）
§3．二次方程式……（11）
§4．判别式·根与系数的关系……（11）
§5．根的符号和大小……（13）
§6．公共解……（13）
§7．因式定理……（14）
§8．恒等式……（14）
§9．高次方程……（15）
§10．联立方程式……（15）
§11．一次不等式……（16）
§12．二次不等式……（16）

§13. 大小的比较……………………………………………(17)
§14. 不等式的证明…………………………………………(18)
3. 平面的曲线和方程
§1. 点的坐标……………………………………………(19)
§2. 直线的方程…………………………………………(19)
§3. 园的方程……………………………………………(21)
§4. 园和直线……………………………………………(22)
§5. 园和园………………………………………………(24)
§6. 各种曲线……………………………………………(24)
§7. 成为直线的轨迹……………………………………(25)
§8. 成为园的轨迹………………………………………(26)
§9. 成为各种曲线的轨迹………………………………(27)
§10. 不等式和区域………………………………………(27)
§11. 区域和图象的最大最小……………………………(29)
§12. 空间图形……………………………………………(29)
4. 矢 量
§1. 矢量及其运算………………………………………(31)
§2. 矢量的分量…………………………………………(33)
§3. 矢量的应用…………………………………………(36)
5. 映射·简单的函数
§1. 映射…………………………………………………(40)
§2. 二次函数……………………………………………(45)
§3. 各种函数……………………………………………(46)
6. 指数函数·对数函数
§1. 指数函数……………………………………………(49)
§2. 对数函数……………………………………………(51)
§3. 指数·对数的方程式和不等式……………………(54)

7．三角函数
§1．任意角的三角函数……………………………………（59）
§2．三角方程式·三角不等式……………………………（62）
§3．三角函数的最大·最小………………………………（63）
§4．三角函数图象的应用…………………………………（64）
8．概 率
§1．情况数……………………………………………………（67）
§2．排列………………………………………………………（67）
§3．组合………………………………………………………（68）
§4．事件和概率………………………………………………（70）
§5．概率的计算………………………………………………（72）
§6．期望值……………………………………………………（75）
9．集合·逻辑
§1．集合………………………………………………………（76）
§2．命题和集合………………………………………………（78）
§3．必要条件和充分条件……………………………………（79）
§4．论证………………………………………………………（81）
解 答………………………………………………………………（83）

1 数·式的计算

§1 整式的计算

【1】设 $A=2x^3+3x^2-6$，$B=12+3x^2-x^3-2x$，$C=3x-2x^3-4$时，计算

(1) $A+B+C=-(\quad)x^3+(\quad)x^2+(\quad)x+(\quad)$

(2) $A-B=(\quad)x^3+(\quad)x^2+(\quad)x-(\quad)$

(3) $2A-\{B+(3C+A)-2B\}=(\quad)x^3+(\quad)x^2-(\quad)x+(\quad)$

提示 (3) 化简原式$=A+B-3C$

【2】展开下式 (1) $(3x+4)(2x-5)=(\quad)x^2+(\quad)x+(\quad)$

(2) $(x+2y)^3=x^3+(\quad)x^2y+(\quad)y^2+(\quad)y^3$

(3) $(x+2)(x^2-2x+4)=(\quad)x^3+(\quad)x^2+(\quad)x+(\quad)$

(4) $(2a-b)(4a^2+2ab+b^2)=(\quad)a^3+(\quad)a^2b+(\quad)ab^2+(\quad)b^3$

【3】展开下式 (1) $(a+2b-3c)(a-2b+3c)$
$=(\quad)a^2+(\quad)b^2+(\quad)c^2+(\quad)ab+(\quad)bc+(\quad)ca$.

(2) $x(x+1)(x+2)(x+3)=x^4+(\quad)x^3+(\quad)x^2+(\quad)x+(\quad)$

提示 在展开复杂的式子时，可进行变量置换和交换运算次序，以简化运算

(1) 设 $2b-3c=t$，原式$=(a+t)(a-t)=a^2-t^2$，

(2) 原式$=x(x+3)(x+1)(x+2)=(x^2+3x)(x^2+3x+2)$，
设 $x^2+3x=t$.

【4】(1) $(a^2-3ab+2b^2)\div(a-b)$的商为 $(\quad)a+(\quad)b$ 余$(\quad)$ (2) $(3-13x^2+4x^4-16x)\div(2x^2+1-3x)$的商为 $(\quad)x^2+(\quad)x+(\quad)$ 余$-(\quad)x+(\quad)$.

§2 分解因式

【5】将下列式子分解因式

(1)　$5a^3b+25a^2b^2-15ab^3$
$=(\quad)a^{(\quad)}b^{(\quad)}[(\quad)a^2+(\quad)ab+(\quad)b^2]$
(2)　$x(a-b)+y(a-b)=[(\quad)a+(\quad)b][(\quad)x+(\quad)y]$
(3)　$2a(3a-b)+b(b-3a)=[(\quad)a+(\quad)b)][(\quad)a+(\quad)b]$

【6】将下列各式分解因式　(1)$4x^2+12x+9=[(\quad)x+(\quad)]^2$
(2)　$x^2+(\quad)x+16=[x+(\quad)](x+8)$
(3)　$a^2+3a-18=[a+(\quad)][a+(\quad)]$
提示　(3)　$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

【7】将下列各式分解因式
(1)　$3x^2-10x+3=[3x-(\quad)][x-(\quad)]$
(2)　$2x^2+5xy-3y^2=[x+(\quad)y][(\quad)x-(\quad)y$
(3)　$x^2+(2y-1)x+y(y-1)=[x+(\quad)y+1][x+(\quad)y-1]$
提示　(3)　原式可看成x的二次三项式，y为二次三项式的系数.

【8】将下列各式分解因式.
(1)　$64a^3-27=[(\quad)a+(\quad)][(\quad)a^2+(\quad)ab+(\quad)]$
(2)　$8x^3+12x^2+6x+1=[(\quad)x+(\quad)]^3$.

【9】将下列各式分解因式.
(1)　$x^2y^4-1=(x^{(\quad)}y^{(\quad)}+1)(x^{(\quad)}y^{(\quad)}-1)$
(2)　$a^2-(b-1)^2=[a+(\quad)b+(\quad)][a+(\quad)b+(\quad)]$
(3)　$12x^2-3y^4=(\quad)[(\quad)x+(\quad)y^2][(\quad)x-[(\quad)y^2]$.

【10】将下列各式分解因式.
(1)　$x^4-13x^2+36=[x^2-(\quad)][x^2-(\quad)]$
$=[x-(\quad)][x-(\quad)][x-(\quad)][x-(\quad)]$
(2)　$a^4-5a^2b^2-36b^4=[a^2+(\quad)b^2][a^2-(\quad)b^2]$
$=[a^2+(\quad)b^2][a+(\quad)b][a-(\quad)b]$.

【11】填好下列各空格.设　$A=3x^2+xy-2y^2+6x+y+3$
(1) 将A变形为　$3x^2+Bx+C$时，$B=(\quad)y+(\quad)$，$C=(\quad)y^2+(\quad)y+(\quad)$，式中$B$、$C$为$y$的整式.
(2) 将A分解因式变形为$[x+(\quad)y+(\quad)][(\quad)x+(\quad)y+(\quad)]$

【12】在下列的空格中填上适当的数字．当$a=(\quad)$时，把$x^2+7xy+ay^2-5x+43y-24$分解为一次式乘积
$[x+(\quad)y+(\quad)][x+(\quad)y+(\quad)]$。

提示 原式$=(x+py+3)(x+qy-8)$用待定系数法确定．

§3 整式的约式·倍式

【13】求下列整式的最高公因式和最低公倍式．

(1) $6a^2b^2c^2$，$9ab^3$

最高公因式G、C、M $(\quad)a^{(\quad)}b^{(\quad)}c^{(\quad)}$

最低公倍式L、C、M $(\quad)a^{(\quad)}b^{(\quad)}C^{(\quad)}$

(2) x^3+7x^2+12x，x^2-x-20

G.C.M $(\quad)x^2+(\quad)x+(\quad)$

L.C.M $[x+(\quad)][x+(\quad)][x+(\quad)][x+(\quad)]$

【14】最高公因式为$x-1$，最低公倍式为$x^3-6x^2+11x-6$的两个次数相等的整式为$(x-1)[(\quad)x+(\quad)]$与$(x-1)[(\quad)x+(\quad)]$．

提示 设整式$A.B$的最高公因式为G，最低公倍式为L，且 $A=GA'$，$B=GB'$． 则$A'.B'$互为质因式，$L=GA'B'$．
$\therefore$ 从$L\div G$可求出A',B'．

§4 分式·比例式

【15】在给定的代数式中，选取合适的式子填入空格内．

(1) $\dfrac{x^2-y^2}{x^2-(y-z)^2}\times\dfrac{(x-y)^2-z^2}{x^2-xy}\div\dfrac{x^2+2xy+y^2}{x^2+xy-xz}=-\dfrac{(\quad)}{(\quad)}$

$x+y-z$，　$x-y+z$，　$-x+y+z$，　$x+y+z$，　$x+y$，
$y+z$，　$z+x$，　$x-y$，　$y-z$，　$z-x$．

(2) $\dfrac{a^4-16}{a^4+8a^2+16}\div\dfrac{a^3-8}{a^2+4}\times\dfrac{a^2+2a+4}{a^2+4a+4}=\dfrac{1}{(\quad)}$

a^2-2a+4，a^2+2a+4，a^2+4，$a+2$，$a-2$，$(a+2)^2$，
$(a-2)^2$．

【16】计算下式．

(1) $\dfrac{2x-1}{x+5}-\dfrac{2x+1}{x-2}=-\dfrac{(\quad)x+(\quad)}{(\quad)x^2+(\quad)x-(\quad)}$

(2) $\dfrac{x+1}{x-1}+\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{2x^2+x}{x^2-1}=\dfrac{(\quad)x+(\quad)}{x^{(\quad)}-1}$.

【17】计算下式.

(1) $\dfrac{a}{a+b}+\dfrac{b}{a-b}+\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2}=\dfrac{(\quad)a^2+(\quad)b^2+(\quad)ab}{a^2-b^2}$

(2) $\dfrac{x}{2x^2-x-1}-\dfrac{x+2}{x^2+7x-8}=\dfrac{-(\quad)x+(\quad)}{[(\quad)x+(\quad)][x+(\quad)]}$.

§5　集合和运算

【18】求$a\circ b=\dfrac{a+2b}{2a+b}$时下列各值.

(1) $3\circ 2=\dfrac{(\quad)}{(\quad)}$，　　(2) $2\circ 3=\dfrac{(\quad)}{(\quad)}$

(3) $(1\circ 2)\circ 3=\dfrac{(\quad)}{(\quad)}$　　(4) $(-3)\circ(1\circ 0)=\dfrac{(\quad)}{(\quad)}$

【19】(1)用2的剩余系{0、1}的加法填入右表空格中.

+	0	1
0		
1		

(2) 用3的剩余系{0、1、2}的乘法填入右表空格中.

×	0	1	2
0			
1			
2			

提示　2的剩余系$c_0=\{2m|m$整数$\}$，$c_1=\{2m+1|m$整数$\}$所以c_0+c_0等于$(2m+0)+(2n+0)=2(m+n)=0$　$\therefore c_0+c_0=c_0$ ……①c_0+c_1则等于$(2m+0)+(2n+1)=2(m+n)+1$ $\therefore c_0+c_1=c_1$ ……②剩余系的计算①为$0+0=0$ ②为$0+1=1$，$c_1+c_1=c_0$表示$1+1=0$.

【20】在全体有理数的集合Q内，如果把运算$\circ$定为A：$a\circ b=b$　B：$a\circ b=2a+b$交换律和结合律是否成立，从所给数值中选取合适的填入括号内.

(1)　交换律　根据A有　$1\circ 2=(\quad)$　$2\circ 1=(\quad)$

　　交换律　(　　)

根据B有　$1\circ 2=(\quad)$　$2\circ 1=(\quad)$

交换律　(　)

1, 2, 3, 4, 5,　成立，不成立.

(2)　结合律 根据A有$(a\circ b)\circ c=(\quad)$　$a\circ(b\circ c)=(\quad)$

结合律(　)

根据B有$(a\circ b)\circ c=(\quad)$　$a\circ(b\circ c)=(\quad)$

结合律(　)

a,　b,　c,　$2a+b+c$,　$2a+2b+c$,　$2a+4b+c$, $4a+b+2c$,　$4a+2b+c$,　成立,　不成立.

【21】对实数x、y、规定运算$x*y=pxy+qx+ry$ (p、p、r为常数)对任意实数x 都存在 $x*e=x$，的实数 e，又$1*2=5$，$2*3=4$，此时p、q、r及e有下列两组值.

$p=-(\quad)$，$q=(\quad)$，$r=(\quad)$，$e=\dfrac{10}{3}$

$p=-\dfrac{(\quad)}{(\quad)}$，$q=(\quad)$，$r=\dfrac{10}{3}$，$e=(\quad)$

§6　无理数

【22】计算下式(1)$3\sqrt{48}-2\sqrt{27}-4\sqrt{18}+5\sqrt{32}$ $=(\quad)\sqrt{(\quad)}+(\quad)\sqrt{(\quad)}$.

(2)　$\dfrac{\sqrt{98}}{\sqrt{75}}\times\dfrac{\sqrt{192}}{\sqrt{32}}=\dfrac{(\quad)}{(\quad)}$

(3)　$\sqrt{2}(2\sqrt{18}-\sqrt{32}+\sqrt{50})=(\quad)$.

【23】计算下式.

(1)　$(2\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}-1)=(\quad)+(\quad)\sqrt{(\quad)}$

(2)　$\dfrac{3+\sqrt{6}}{3-\sqrt{6}}+\dfrac{3-\sqrt{6}}{3+\sqrt{6}}=(\quad)$

(3)　$\sqrt{3+2\sqrt{2}}=\sqrt{(\quad)}+(\quad)$

(4)　$\sqrt{5-\sqrt{24}}=\sqrt{(\quad)}-\sqrt{(\quad)}$

【24】设变量x的变化范围可取为A{实数},B{有理数}，C{整数}时，求：

（1）　$(2x+3)(x-1)=0\cdots\cdots(i)$

（2）　$(x-\sqrt{2})(3x-1)=0\cdots\cdots(ii)$的解.

（1）　(i)的解在A内取值时为（　），（　），在B内取值时为（　），（　），在C内取值时为（　），（　）.

（2）　(ii)的解在A内取值时为（　），（　），在B内取值时为（　），（　），在C内取值时为（　），（　），

从下列数组中选取适当的数字填入（　）数组　1，　-1，$\frac{1}{3}$，$-\frac{1}{3}$，$\frac{2}{3}$，$-\frac{2}{3}$，$\frac{3}{2}$，$-\frac{3}{2}$，$\sqrt{2}$，$-\sqrt{2}$，没有适当的数字做记号*

提示　$(px+q)(rx+s)=0$　$(pr\neq 0)$的解为$x=-\frac{q}{p}, -\frac{s}{r}$.

【25】（1）十进制的365用二进制表示时为（　）位数，第五位数字为（　）。二进制的1011用十进制表示时为（　）.

（2）　下面的计算是用七进制表示的：

$423_{(7)}+546_{(7)}=1(\quad)2_{(7)}$

$1542_{(7)}\div 36_{(7)}=$商$(\quad)_{(7)}\cdots\cdots$余$(\quad)_{(7)}$

提示　k进制：设　$k\geqslant 2$(整数)，任何正整数均可表示为$a_n\times k^n+a_{n-1}\times k^{n-1}+\cdots\cdots+a_1\times k+a_0$($a_i$ 为整数，$i=0,1,2,\cdots k-1$)，则　$a_na_{n-1}\cdots\cdots a_1a_0$称为$k$进制记数法.

【26】就给定数组.

-5，　0，　3，　$\frac{1}{3}$，　$\frac{7}{8}$，　$\sqrt{7}$，　$-\sqrt{1.69}$，$(\sqrt{2})^2$，　π，回答下列问题：

（1）　自然数有（　）个，最小的数是（　）.

（2）　整数有（　）个，最大的数是（　），

（3）　有理数有（　）个，倒数第二个小的数是（　）.

（4）　有限小数有（　）个，最小的数是（　）.

（5）　循环小数有（　）个，最大的数是（　）.

（6）　无理数有（　）个，最大的数是（　）.

§7 整数·约数·倍数

【27】某自然数a用7除余2，用5除余3，求a用35除时的余数，在（　）中填上适当的数.

设　a用35除时，其商为Q余数为R，则　$a=35Q+R$，$0\leqslant R\leqslant$（　）. 再设R用7除的商为q，余数为r时，a可用$a=$（　）（（　）$Q+q$）$+r$表示. 因为a用7除时余数为2，所以$r=$（　），且（　）$\leqslant q\leqslant$（　）. 又因为要使a用5除时余数恰为3所以$q=$（　）即可，因此$R=$（　）.

【28】设　$\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{q}+\dfrac{1}{r}=\dfrac{1}{2}$，试求出满足该式的正整数$p$，$q$，$r$（$p\geqslant q\geqslant r$）的数组（$p$、$q$、$r$）的个数.

r的取值范围为（①）$\leqslant r\leqslant$（②），设①$=a$，②$=b$. 使$r=a$的数组有（　）个，$r=a+1$时数组有（　）个，$r=a+2$时数组有（　）个，$r=a+3$时数组有（　）个，如此计算，数组总数有（　）个.

提示　$p\geqslant q\geqslant r$，$\therefore\dfrac{1}{p}\leqslant\dfrac{1}{q}\leqslant\dfrac{1}{r}$，$\dfrac{1}{r}<\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{q}+\dfrac{1}{r}\leqslant\dfrac{3}{r}$.

$\because\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{q}+\dfrac{1}{r}=2$，$\therefore\dfrac{1}{r}<\dfrac{1}{2}\leqslant\dfrac{3}{r}$，故$2<r\leqslant 6$.

【29】设　$\dfrac{2p-1}{q}$，$\dfrac{2q-1}{p}$均为整数时，试求整数p、q的值，（$p>q>1$）

设　$\dfrac{2p-1}{q}=m$，$\dfrac{2q-1}{p}=n$，（m、n为整数）.

解出p、q，$p=\dfrac{(①)}{4-mn}$……（1）　$q=\dfrac{(②)}{4-mn}$……（ii）

$p>q>1$，则①$>$②，$4-mn>0$

$\therefore$　$m-n>$（　），（　）$\leqslant mn\leqslant 3$.

$\therefore$　（m、n）$=$[（　），（　）]，[（　），（　）].

因此，从（i）、（ii）得（p、q）$=$[（　），（　）].

上面的（　），可从

1、　2、　3、　4、　5、　$1+n$、　$1+m$、

$2+n$、　$2+m$、　0 中选取适当的填入。

【30】试求满足$2x^2-4xy+4y^2+2x+1=0$ 的实数解，将原方程变形为 $[(\quad)x-(\quad)y+(\quad)]^2+[(\quad)x+(\quad)y+(\quad)]^2=0$，可得实数解 $(x,y)=\left[-(\quad)、-\frac{(\quad)}{(\quad)}\right]$.

提示　对实数a、b有　$a^2+b^2=0 \rightleftarrows a=b=0$.

§8　等式的证明·式的值

【31】$x=1-\sqrt{5}$时，$x^4-5x^2-14x+3$ 的值为（　）.

提示　$x-1=-\sqrt{5}$　两边平方得$x^2-2x-4=0$，原式$=(x^2-2x-4)Q(x)+(ax+b)$.

【32】$x=\frac{1}{2+\sqrt{3}}$，$y=\frac{1}{2-\sqrt{3}}$时、求下式的值.

(1) $x+y=(\quad)$、(2) $xy=(\quad)$、(3) $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=(\quad)$

提示　(3)将原式变为$\frac{(x+y)^2-2xy}{xy}$.

【33】$5-\sqrt{3}$的整数部分为a，小数部分为b时，$a=(\quad)$，$2a^3-\left(b^3+\frac{1}{b^3}\right)=(\quad)$.

提示　$1<\sqrt{3}<2$

【34】$x=\frac{3+\sqrt{13}}{2}$时，求下列各式的值.

(1) $x-\frac{1}{x}=(\quad)$，　　(2) $x^2+\frac{1}{x^2}=(\quad)$，

(3) $x^3-\frac{1}{x^3}=(\quad)$.

提示　(3)利用(1)、(2)的结果及　$a^3-b^3=(a-b)$