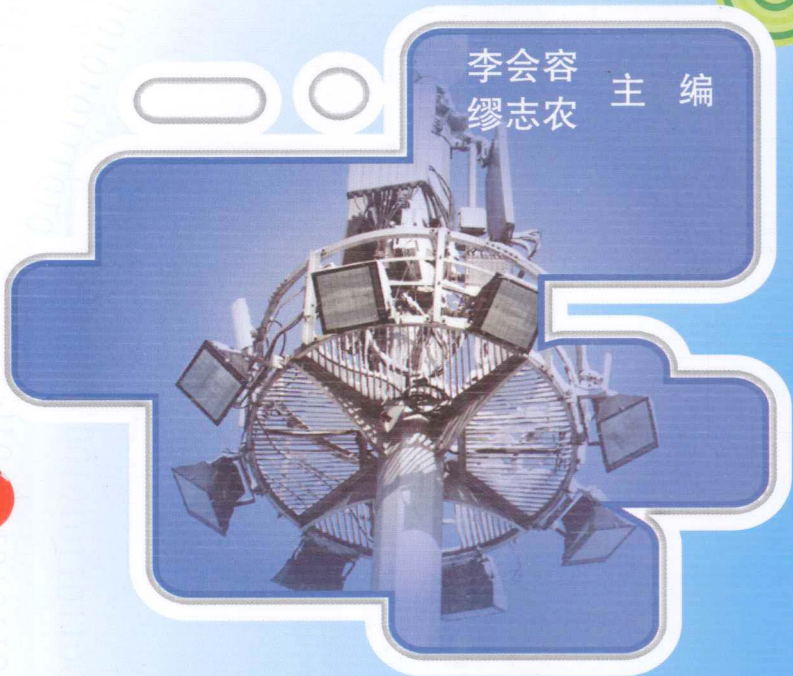




21世纪全国本科院校电气信息类**创新型**应用人才培养规划教材

# 信号分析与处理

李会容 主 编  
缪志农



概念上，物理、数学与工程三者相结合  
体系上，信号、系统和处理三者相结合  
内容上，原理、方法与应用三者相结合



北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS

013962679

TN911.6-43  
91

21 世纪全国本科院校电气信息类创新型应用人才培养规划教材

# 信号分析与处理

主 编 李会容 缪志农



北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS



北航

C1670372

TN911.6-43

91

013085878

## 内 容 简 介

本书系统地介绍了信号分析与处理的基本理论、基本分析及处理方法和基本实现方法。全书共分为9章,其中绪论综述了信号分析与处理学科概况及其应用领域;第1、2章介绍了连续时间信号与系统在时域、频域、复频域内的基本理论和分析方法,给出了连续傅里叶变换、拉普拉斯变换的定义和性质,同时给出了采样定理;第3、4、5、6章讲解了离散时间信号与系统在时域、频域及复频域内的基本理论和分析方法,介绍了离散傅里叶变换及其快速算法、 $z$ 变换的定义和性质;第7章研究了模拟与数字滤波器的设计原理、设计方法、结构特点及其实际应用,同时给出了各种滤波器之间的频率转换方法;第8章给出了较为常用的现代信号分析与处理的基本方法、DSP的结构特点,并结合应用实例讨论了DSP系统的设计方法。

本书体系结构紧凑、叙述方法简明、应用实例丰富、习题安排多样,所配的MATLAB例题均已通过调试,理论叙述上注重物理概念、数学概念和工程概念紧密结合,撰写方式上注重图文并茂,体现了应用型人才培养的特点。

本书可以作为自动化、测控技术与仪器、电气工程与自动化、计算机技术等专业及电气信息类其他专业的应用型本科学生学习信号分析与处理的理论和技术的教材,也可作为从事信息科学中信号分析与处理相关工作的科研人员的参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

信号分析与处理/李会容, 缪志农主编. —北京: 北京大学出版社, 2013.8

(21世纪全国本科院校电气信息类创新型应用人才培养规划教材)

ISBN 978-7-301-22919-4

I. ①信… II. ①李…②缪… III. ①信号分析—高等学校—教材②信号处理—高等学校—教材 IV. ①TN911

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第178231号

书 名: 信号分析与处理

著作责任者: 李会容 缪志农 主编

策 划 编 辑: 程志强

责 任 编 辑: 程志强

标 准 书 号: ISBN 978-7-301-22919-4/TN·0101

出 版 发 行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路205号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> 新浪官方微博:@北京大学出版社

电 子 信 箱: [pup\\_6@163.com](mailto:pup_6@163.com)

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62750667 出版部 62754962

印 刷 者: 北京飞达印刷有限责任公司

经 销 者: 新华书店

787mm×1092mm 16开本 20.25印张 471千字

2013年8月第1版 2013年8月第1次印刷

定 价: 39.00元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话: 010-62752024 电子邮箱: [fd@pup.pku.edu.cn](mailto:fd@pup.pku.edu.cn)

# 前 言

步入了信息时代,在科学研究、生产建设和工程实践中,信号处理技术,特别是数字信号处理技术的应用日益广泛,正在发挥着越来越重要的作用。“信号分析与处理”这门学科正是在适应信息学科的迅猛发展、相应基础理论教学要求不断更新的情况下形成的一门新课程。它整合了“信号与系统”和“数字信号处理”两门课程,使其体系彼此存在内在联系,注重与“自动控制原理”课程的分工,从电子信息学科教学的基本任务出发,以信号分析为基础,系统分析为桥梁,处理技术为手段,系统设计为目的,实现原理、方法和应用相结合,使系统分析与设计服从信号交换与处理的需要,从根本上改变了传统的以系统分析为主、信号处理为辅的状况,加强了两门课程之间的联系。

随着信息技术的不断发展和信息技术应用领域的不断扩展,信号分析与处理课程已经成为自动化、电子技术、电气工程与自动化、计算机技术、测控技术与仪器等众多电气信息类专业的专业基础课程。虽然各个专业开设这门课程时的侧重点有所不同,应用背景也有差异,但是本课程所提炼的信号与系统分析、处理的基本理论与基本方法是通用的。为此,本书可以作为自动化专业、测量技术与仪器专业、电气工程与自动化专业、计算机技术专业及电气信息类其他专业的应用型本科学生学习信号分析与处理的理论和技术的教材。

本书在编写中力求做到4个“三结合”,即课程体系上突出“信号、系统与处理”三结合;教材内容上突出“原理、方法与应用”三结合;概念讲述上突出“物理、数学与工程”三结合;习题安排上突出“练习、实践与应用”三结合。全书在精讲理论的基础上,每章都介绍了利用MATLAB软件实现相应分析过程的方法,使学生在学习完相关的理论和分析方法后可以运用MATLAB软件进行仿真,从而在操作软件的过程中可以加深对理论知识的理解,增强学习兴趣。

本书由李会容、缪志农担任主编,石海霞担任副主编,陈欣波、唐春菊、张小平等参编。其中第5章、第6章、第7章由石海霞编写,第8章由陈欣波编写,绪论由唐春菊编写,其余章节的编写由李会容完成,全书的审稿工作由缪志农完成,统稿工作由张小平完成。

由于编者教学经验和学术水平有限,加之时间仓促,书中难免存在疏漏和不妥之处,恳请广大读者批评指正。

编 者

2013年4月

# 目 录

|                                     |    |                                               |     |
|-------------------------------------|----|-----------------------------------------------|-----|
| 绪论 .....                            | 1  | 本章小结 .....                                    | 71  |
| 0.1 信号及其分类 .....                    | 2  | 习题 .....                                      | 73  |
| 0.1.1 信号的概念 .....                   | 2  | 第2章 连续时间系统的分析 .....                           | 77  |
| 0.1.2 信号的分类 .....                   | 2  | 2.1 连续时间系统的时域分析 .....                         | 78  |
| 0.2 系统的描述与分类 .....                  | 6  | 2.1.1 连续时间系统的数学模型 .....                       | 78  |
| 0.2.1 系统的框图描述 .....                 | 6  | 2.1.2 连续时间系统的框图 .....                         | 79  |
| 0.2.2 系统的性质与分类 .....                | 7  | 2.1.3 连续时间系统的时域分析 .....                       | 80  |
| 0.3 信号分析与处理的学科概述 .....              | 11 | 2.2 连续时间系统的频域分析 .....                         | 81  |
| 本章小结 .....                          | 13 | 2.2.1 电路的频域模型 .....                           | 81  |
| 习题 .....                            | 14 | 2.2.2 基本信号 $e^{j\omega t}$ 激励下的零状态响应 .....    | 83  |
| 第1章 连续信号的分析 .....                   | 16 | 2.2.3 一般信号 $f(t)$ 激励下的零状态响应 $y_{zs}(t)$ ..... | 84  |
| 1.1 连续信号的时域分析 .....                 | 17 | 2.2.4 信号的无失真传输 .....                          | 85  |
| 1.1.1 连续信号的时域描述 .....               | 17 | 2.2.5 理想低通滤波器 .....                           | 87  |
| 1.1.2 连续时间信号的基本运算 .....             | 23 | 2.2.6 抽样信号与抽样定理 .....                         | 91  |
| 1.1.3 信号的分解 .....                   | 29 | 2.3 连续时间系统的复频域分析 .....                        | 94  |
| 1.2 连续信号的频域分析 .....                 | 30 | 2.3.1 复频域分析的基础 .....                          | 94  |
| 1.2.1 周期信号的傅里叶级数 .....              | 30 | 2.3.2 微分方程的复频域求解 .....                        | 96  |
| 1.2.2 非周期信号的傅里叶变换 .....             | 36 | 2.3.3 电路的复频域模型 .....                          | 97  |
| 1.3 连续信号的复频域分析 .....                | 50 | 2.3.4 复频域的系统函数 $H(s)$ .....                   | 100 |
| 1.3.1 拉普拉斯变换的定义与收敛域 .....           | 50 | 2.4 基于 MATLAB 语言的连续系统分析 .....                 | 106 |
| 1.3.2 典型信号的单边拉普拉斯变换 .....           | 53 | 2.4.1 MATLAB 在连续时间系统的时域分析中的应用 .....           | 106 |
| 1.3.3 拉普拉斯变换的性质 .....               | 54 | 2.4.2 MATLAB 在连续时间系统的频域分析中的应用 .....           | 107 |
| 1.3.4 拉普拉斯反变换 .....                 | 60 | 2.4.3 MATLAB 在连续时间系统的 $s$ 域分析中的应用 .....       | 110 |
| 1.4 连续信号的相关分析 .....                 | 64 | 本章小结 .....                                    | 112 |
| 1.5 基于 MATLAB 语言的连续信号分析 .....       | 65 | 习题 .....                                      | 113 |
| 1.5.1 MATLAB 在信号的时域分析中的应用 .....     | 65 | 第3章 离散信号的时域和 $z$ 域分析 .....                    | 117 |
| 1.5.2 MATLAB 在信号的频域分析中的应用 .....     | 68 | 3.1 离散信号的时域分析 .....                           | 118 |
| 1.5.3 MATLAB 在信号的 $s$ 域分析中的应用 ..... | 70 |                                               |     |



|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| 3.1.1 基本离散序列 .....             | 118 |
| 3.1.2 离散时间信号的基本运算 .....        | 121 |
| 3.2 离散信号的 $z$ 域分析 .....        | 126 |
| 3.2.1 $z$ 变换的定义及收敛域 .....      | 126 |
| 3.2.2 典型信号的 $z$ 变换 .....       | 129 |
| 3.2.3 $z$ 变换的性质 .....          | 130 |
| 3.2.4 逆 $z$ 变换 .....           | 134 |
| 3.2.5 $z$ 变换与拉普拉斯变换之间的关系 ..... | 136 |
| 3.3 基于 MATLAB 语言的离散信号分析 .....  | 136 |
| 本章小结 .....                     | 139 |
| 习题 .....                       | 139 |

#### 第 4 章 离散系统的时域和 $z$ 域

|                                   |     |
|-----------------------------------|-----|
| 分析 .....                          | 141 |
| 4.1 离散时间系统及其数学模型 .....            | 142 |
| 4.1.1 离散时间系统的性质 .....             | 142 |
| 4.1.2 离散时间系统的描述 .....             | 142 |
| 4.2 离散时间系统的时域分析 .....             | 144 |
| 4.2.1 递推法 .....                   | 144 |
| 4.2.2 卷积法 .....                   | 145 |
| 4.2.3 系统的因果性和稳定性 .....            | 146 |
| 4.3 离散时间系统的 $z$ 域分析 .....         | 146 |
| 4.3.1 系统对基本信号 $z^n$ 的零状态响应 .....  | 146 |
| 4.3.2 任意信号 $f(n)$ 作用下的零状态响应 ..... | 147 |
| 4.3.3 差分方程的 $z$ 域分析解法 .....       | 147 |
| 4.3.4 离散时间系统的稳定性和因果性 .....        | 149 |
| 4.3.5 离散时间系统的频率响应特性 .....         | 149 |
| 4.4 基于 MATLAB 语言的离散系统分析 .....     | 152 |
| 本章小结 .....                        | 156 |
| 习题 .....                          | 157 |

#### 第 5 章 离散时间信号的频域分析 .....

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| 5.1 离散时间傅里叶变换(DTFT) ..... | 160 |
|---------------------------|-----|

|                                   |     |
|-----------------------------------|-----|
| 5.1.1 离散时间傅里叶变换的定义 .....          | 160 |
| 5.1.2 离散时间傅里叶变换的性质 .....          | 161 |
| 5.1.3 DTFT 的对称性 .....             | 163 |
| 5.1.4 ZT 与 DTFT 的关系 .....         | 166 |
| 5.2 离散周期序列的傅里叶分析 .....            | 167 |
| 5.3 离散傅里叶变换 .....                 | 168 |
| 5.3.1 离散傅里叶变换的定义 .....            | 169 |
| 5.3.2 DFT 与其他变换的关系 .....          | 170 |
| 5.3.3 离散傅里叶变换的基本性质 .....          | 173 |
| 5.3.4 用 DFT 计算线性卷积 .....          | 181 |
| 5.4 基于 MATLAB 语言的离散时间信号频域分析 ..... | 186 |
| 5.4.1 计算离散时间系统的 DTFT .....        | 186 |
| 5.4.2 离散时间傅里叶变换 DTFT 的性质 .....    | 187 |
| 5.4.3 MATLAB 在 DFT 中的应用 .....     | 189 |
| 本章小结 .....                        | 191 |
| 习题 .....                          | 192 |

#### 第 6 章 快速傅里叶变换 .....

|                                               |     |
|-----------------------------------------------|-----|
| 6.1 直接计算 DFT 的问题及分解方法 .....                   | 196 |
| 6.1.1 直接计算 DFT 的特点 .....                      | 196 |
| 6.1.2 DFT 的分解方法 .....                         | 196 |
| 6.2 时域抽取法基-2FFT 算法 .....                      | 197 |
| 6.2.1 基本原理 .....                              | 197 |
| 6.2.2 FFT 的信号流图 .....                         | 198 |
| 6.2.3 DIT-FFT 算法与直接计算 DFT 运算量(计算复杂度)的比较 ..... | 200 |
| 6.2.4 DIT-FFT 的运算规律 .....                     | 201 |
| 6.3 频域抽取法基-2FFT 算法 .....                      | 202 |
| 6.4 IDTFT 的高效算法——IFFT .....                   | 205 |
| 6.5 FFT 算法的应用 .....                           | 206 |
| 6.5.1 实序列的 FFT 算法 .....                       | 206 |
| 6.5.2 FFT 算法在相关运算中的应用 .....                   | 208 |

|                                               |            |
|-----------------------------------------------|------------|
| 6.6 基于 MATLAB 语言的快速傅里叶变换 .....                | 209        |
| 本章小结 .....                                    | 213        |
| 习题 .....                                      | 214        |
| <b>第 7 章 滤波器设计与应用 .....</b>                   | <b>215</b> |
| 7.1 概述 .....                                  | 216        |
| 7.1.1 理想滤波器及其分类 .....                         | 216        |
| 7.1.2 滤波器的技术要求 .....                          | 217        |
| 7.2 模拟滤波器的设计 .....                            | 218        |
| 7.2.1 模拟低通滤波器的设计指标及逼近方法 .....                 | 219        |
| 7.2.2 巴特沃斯低通逼近(Butterworth Approximation) ... | 220        |
| 7.2.3 高通、带通 IIR 数字滤波器设计 .....                 | 224        |
| 7.3 IIR 数字滤波器设计 .....                         | 228        |
| 7.3.1 冲激响应不变法 .....                           | 229        |
| 7.3.2 双线性变换法 .....                            | 232        |
| 7.4 FIR 数字滤波器设计 .....                         | 238        |
| 7.4.1 线性相位 FIR 数字滤波器的条件和特点 .....              | 238        |
| 7.4.2 利用窗函数法设计 FIR 滤波器 .....                  | 242        |
| 7.5 数字滤波器的基本结构 .....                          | 249        |
| 7.5.1 数字滤波器结构的表示方法 .....                      | 250        |
| 7.5.2 无限长脉冲响应 IIR 基本网络结构 .....                | 251        |

|                                    |     |
|------------------------------------|-----|
| 7.5.3 有限长脉冲响应 FIR 系统基本网络结构 .....   | 254 |
| 7.6 基于 MATLAB 语言的滤波器的设计 .....      | 257 |
| 7.6.1 应用 MATLAB 设计 IIR 数字滤波器 ..... | 257 |
| 7.6.2 应用 MATLAB 设计 FIR 数字滤波器 ..... | 261 |
| 本章小结 .....                         | 263 |
| 习题 .....                           | 264 |

|                                       |            |
|---------------------------------------|------------|
| <b>第 8 章 数字信号处理的实现和应用 .....</b>       | <b>267</b> |
| 8.1 数字信号处理的实现 .....                   | 268        |
| 8.1.1 数字信号处理系统的构成 .....               | 268        |
| 8.1.2 基于 DSP 芯片的数字信号处理的实现 .....       | 269        |
| 8.1.3 基于 FPGA 的数字信号处理的实现 .....        | 272        |
| 8.2 数字信号处理的应用 .....                   | 275        |
| 8.2.1 使用基本模块的 FIR 滤波器设计 .....         | 275        |
| 8.2.2 使用 Megacore 函数的 FIR 滤波器设计 ..... | 282        |
| 本章小结 .....                            | 288        |
| 习题 .....                              | 289        |
| <b>附录 MATLAB 基础知识 .....</b>           | <b>290</b> |
| <b>参考文献 .....</b>                     | <b>311</b> |

# 绪 论



## 本章教学要求

- 了解信号的基本概念与分类，会判别信号是周期信号还是非周期信号、是功率信号还是能量信号、是连续信号还是离散信号。
- 深刻理解线性时不变系统的定义和性质，并会应用这些性质判断系统是否为线性、时不变、因果、稳定系统。
- 了解本课程的发展、应用，本课程研究的内容。



## 推荐阅读资料

- [1] 钱同惠. 信号分析与处理[M]. 北京: 机械工业出版社, 2007.
- [2] 崔翔. 信号分析与处理[M]. 北京: 中国电力出版社, 2005.
- [3] 范世贵, 令前华, 郭婷. 信号与系统[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2010.



## 引 例:

当今的社会是信息的社会，我们生活的时代是信息的时代，信息对每个人来说都具有重要的意义，它和我们的现实生活是息息相关的，如每天我们都可能打电话、看电视、上网等。信号分析与处理的应用不仅仅用于通信技术，它已经扩展到军事、生物工程、地震和地球物理研究、图像处理等许多领域，如图 0.1 所示。

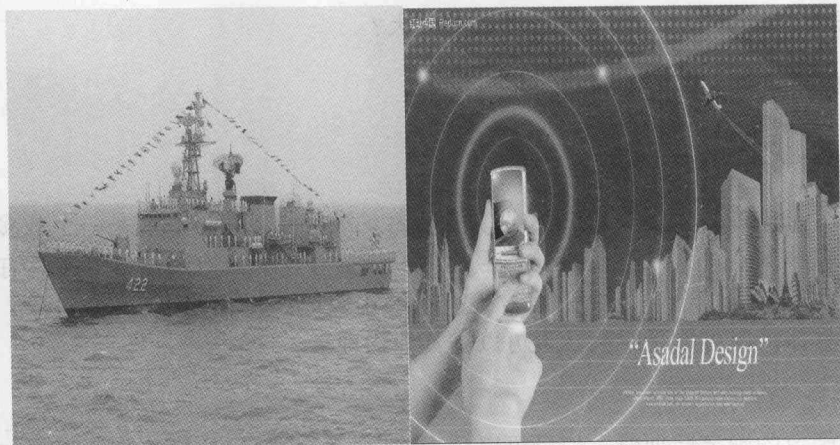


图 0.1 信号分析处理在航海军事和通信中应用



## 0.1 信号及其分类

### 0.1.1 信号的概念

什么是信号?“信号”一词在人们的日常生活和社会活动中并不陌生,例如,时钟报时、汽车喇叭的声音、交叉路口的红绿灯、战场上的信号弹、电子计算机内部以及它和外围设备之间联络的电信号等,都是人们熟悉的信号。但是,要严格地给信号下定义,就必须清楚它和信息之间的联系。

什么是“信息”?信息即人们得到的“消息”,也就是原来不知道的知识,它是人类认识客观世界和改造客观世界的知识源泉。获取信息、传输信息和交换信息,自古至今一直都是人类基本的社会活动。从公元前 700 余年祖先利用烽火传递警报,到现代的电话、电报、传真、无线广播与电视,其目的都是要把某些“消息”借一定形式的信号从一个地方传递到另一个地方,给对方以信息。

信息要用某种物理方式表达出来,通常可以用语言、文字、图画、数据、符号等来表达。也就是说,信息通常隐含于一些按一定规则组织起来的约定的“符号”之中。但是,信息一般都不能直接传送,它必须借助于一定形式的信号(如光信号、声信号、电信号等),才能远距离快速传输和进行各种处理。因此可以说信号是信息的载体,是信息的一种表现形式。

什么是“信号”?从广义上说,信号是带有信息的随时间变化的物理量或物理现象。例如,机械振动产生力信号、位移信号及噪声信号;雷电过程产生的声、光信号;大脑、心脏运动分别产生脑电和心电信号;电气系统随参数变化产生电磁信号等。在通信技术中,信号是消息的表现形式,它是传送各种消息的工具,是通信传输的客观对象。本书将主要讨论应用广泛的电信号,它通常是随时间变化的电压或电流。由于信号是随时间而变化的,在数学上可以用时间  $t$  的函数  $x(t)$  来表示。

**提示思考:** 信号与信息哪个包含的范围更大?

### 0.1.2 信号的分类

#### 1. 一维信号和 $n$ 维信号

按照信号的维数,信号可以分为一维信号和  $n$  维信号。信号一般是一个或多个独立变量的函数,其中具有一个独立变量的信号称为一维信号,如心电图信号等;具有  $n$  个独立变量的信号称为  $n$  维信号,如电视信号等。本书主要以一维信号  $x(t)$  为对象,其中独立变量  $t$  根据具体情况可以是时间,也可以是其他物理量。

#### 2. 确定信号与随机信号

按时间函数的确定性划分,信号可以分为确定信号与随机信号,其波形图如图 0.2 所示。按确定性规律变化的信号称为确定性信号。确定信号可以用数学解析式或确定曲线准确地描述,因此,只要掌握了其变化规律,就能够准确地预测它的未来。例如,正弦信号

可以用正弦函数描述,对给定的任意时刻都对应有确定的函数值,包括未来时刻。

不遵循任何确定性规律变化的信号称为随机信号。随机信号的未来值不能用精确的时间函数描述,也无法准确地预测,在相同的条件下,它也不能准确地重现。例如,马路上的噪声、电网电压的波动量、生物电、地震波等都是随机信号。

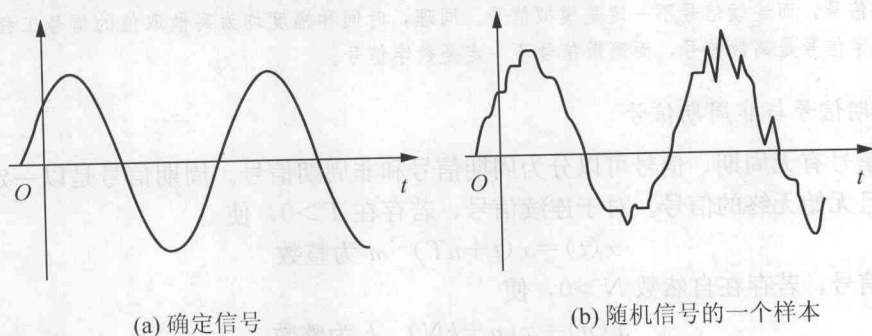


图 0.2 确定信号与随机信号波形

### 3. 连续信号与离散信号

按照信号自变量  $t$  的取值特点,信号可以分为连续信号与离散信号。连续信号如图 0.3(a)所示,它的描述函数的定义域是连续的,即对于任意时间值其描述函数都有定义,有时也称为连续时间信号,用  $x(t)$  表示。离散信号如图 0.3(b)所示,它的描述函数的定义域是某些离散点的集合,即其描述函数仅在规定的离散时刻有定义,有时也称为离散时间信号,用  $x(t_n)$  表示,其中  $t_n$  为某些特定时刻。图 0.3(b)表示的是离散点在时间轴上均匀分布的情况,也可以不均匀分布。均匀分布的离散信号可以表示为  $x(nT)$  或  $x(n)$ ,也可称为时间序列。

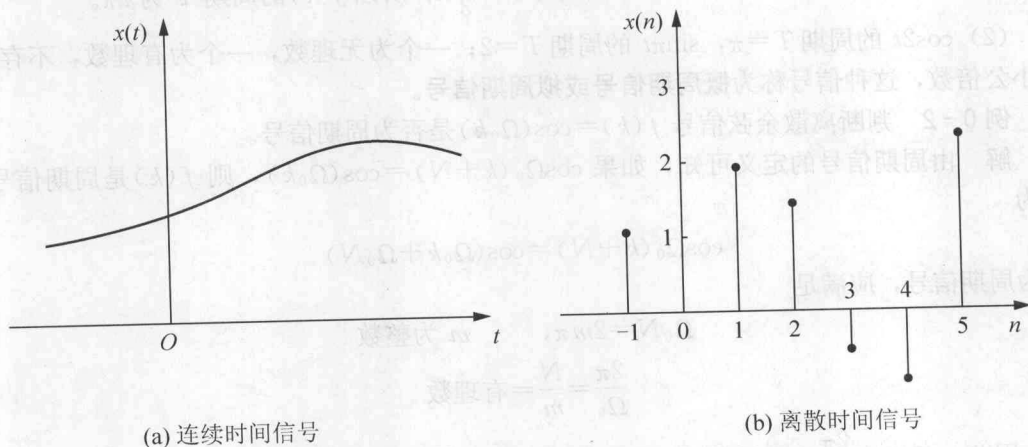


图 0.3 连续时间信号与离散时间信号

离散信号可以是连续信号的抽样信号,但不一定都是从连续信号抽样得到的,有些信号确实只是在规定的离散时刻才有意义,例如,人口的年平均出生率、纽约股票市场每天的道琼斯指数等。



## 小提醒:

连续信号只强调时间坐标的连续,并不强调函数幅度取值的连续,因此,一个时间坐标连续、幅度离散信号仍然是连续信号,而那些时间和幅度均为连续取值的信号工程上称为模拟信号。显然,模拟信号是连续信号,而连续信号不一定是模拟信号。同理,时间和幅度均为离散取值的信号工程上称为数字信号,数字信号是离散信号,而离散信号不一定是数字信号。

## 4. 周期信号与非周期信号

按照信号有无周期,信号可以分为周期信号和非周期信号。周期信号是以一定时间周而复始,且无始无终的信号。对于连续信号,若存在  $T>0$ , 使

$$x(t) = x(t+nT) \quad n \text{ 为整数} \quad (0-1)$$

对于离散信号,若存在自然数  $N>0$ , 使

$$x(n) = x(n+kN) \quad k \text{ 为整数} \quad (0-2)$$

则称  $x(t)$ 、 $x(n)$  为周期信号,  $T$  和  $N$  分别为  $x(t)$ 、 $x(n)$  的周期。显然,知道了周期信号一个周期内的变化过程,就可以确定整个定义域的信号取值。

不具有周期的信号就是非周期信号。非周期信号也可以看作周期是无穷大的周期信号,即在有限时间范围内其波形不重复出现。非周期信号有两种表现形式:一是仅仅在某些时间区间内存在。二是拟周期信号或概周期信号,这种信号是若干个周期信号之和,但不是周期信号。

**例 0-1** 判别下列信号是否为周期信号,若是,求出其周期。

(1)  $f(t) = \sin 2t + \cos 3t$

(2)  $f(t) = \cos 2t + \sin \pi t$

**解** (1)  $\sin 2t$  的  $T = \pi$ ,  $\cos 3t$  的周期  $T = \frac{2}{3}\pi$ ; 所以  $f(t)$  的周期  $T$  为  $2\pi$ 。

(2)  $\cos 2t$  的周期  $T = \pi$ ,  $\sin \pi t$  的周期  $T = 2$ ; 一个为无理数,一个为有理数,不存在最小公倍数,这种信号称为概周期信号或拟周期信号。

**例 0-2** 判断离散余弦信号  $f(k) = \cos(\Omega_0 k)$  是否为周期信号。

**解** 由周期信号的定义可知,如果  $\cos \Omega_0(k+N) = \cos(\Omega_0 k)$ , 则  $f(k)$  是周期信号。因为

$$\cos \Omega_0(k+N) = \cos(\Omega_0 k + \Omega_0 N)$$

若为周期信号,应满足

$$\Omega_0 N = 2m\pi, \quad m \text{ 为整数}$$

或

$$\frac{2\pi}{\Omega_0} = \frac{N}{m} = \text{有理数}$$

因此,只有在  $\frac{2\pi}{\Omega_0}$  为有理数时,  $f(k) = \cos(\Omega_0 k)$  才是一个周期信号。

## 5. 能量信号和功率信号

从信号能量或功率的角度来研究信号十分有用,如用在机械故障诊断中,可研究故障出现的原因。



所谓能量信号,就是把信号  $x(t)$  看成是加在  $1\Omega$  的电阻上的电流(或电压),则时间间隔在  $-T \leq t \leq T$  内所消耗的能量为

$$E = \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt \quad (0-3)$$

其平均功率为

$$P = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt \quad (0-4)$$

信号的能量定义为在区间  $(-\infty, \infty)$  信号  $x(t)$  的能量,即

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt \quad (0-5)$$

而信号的功率定义为在区间  $(-\infty, \infty)$  信号  $x(t)$  的平均功率,即

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt \quad (0-6)$$

同样,对于离散信号  $x(n)$ ,能量为

$$E = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=-N}^N |x(n)|^2 \quad (0-7)$$

平均功率为

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x(n)|^2 \quad (0-8)$$

若一个信号的能量  $E$  有界,而平均功率为 0,则称为能量有限信号,简称能量信号。仅在有限时间区间不为 0 的信号是能量信号,如单个矩形脉冲信号。客观存在的信号大多是持续时间有限的能量信号。

另一种情况,若一个信号的能量  $E$  无限,而平均功率  $P$  为不等于零的有限值,则称其为功率有限信号,简称功率信号。幅度有限的周期信号、随机信号等属于功率信号。

一个信号可以既不是能量信号也不是功率信号,但不可能既是能量信号又是功率信号。

**例 0-3** 判断下列信号哪些属于能量信号,哪些属于功率信号。

$$x_1(t) = \begin{cases} A, & 0 < t < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$x_2(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta) \quad -\infty < t < \infty$$

$$x_3(t) = \begin{cases} t \geq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

**解** 根据前面所讲公式,上述 3 个信号的  $E$ 、 $P$  分别计算如下:

$$E_1 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^1 |A|^2 dt = A^2 \quad P_1 = 0$$

$$E_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T A^2 \cos^2(\omega_0 t + \theta) dt = \infty \quad P_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \cos^2(\omega_0 t + \theta) dt = \frac{A^2}{2}$$

$$E_3 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T t^2 dt = \infty \quad P_3 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T t^2 dt = 0$$

因此  $x_1(t)$  为能量信号,  $x_2(t)$  为功率信号,  $x_3(t)$  既不是能量信号也不是功率信号。



## 0.2 系统的描述与分类

各种变化着的信号从来不是孤立存在的, 信号总是在系统中产生又在系统中不断传递。什么是系统? 广义地说, 系统是由若干相互联系、相互作用的事物组合而成的具有特定功能的整体。系统所涉及的范围十分广泛, 包括太阳系、生物系和动物的神经组织等自然系统; 供电网、运输系统、计算机网(高速信息网)等人工系统; 电气的、机械的、机电的、声学的和光学的系统等物理系统; 以及生物系统、化学系统、政治体制系统、经济结构系统、生产组织系统等非物理系统。本书主要讨论电子学领域中的电系统。通常将施加于系统的作用称为系统的输入激励, 而将要求系统完成的功能称为系统的输出响应。

### 0.2.1 系统的框图描述

如图 0.4 所示, 系统的框图可表示为  $y(t) = T[f(t)]$

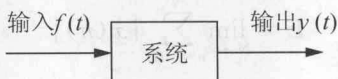
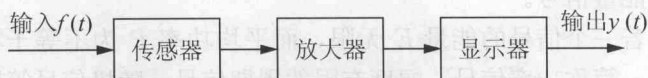
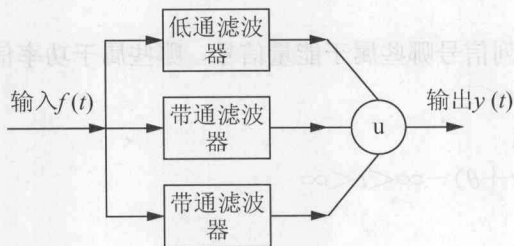


图 0.4 系统的框图

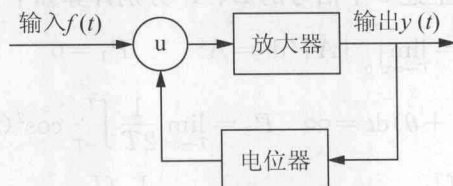
一个系统通常由若干子系统构成, 各自完成一个独立的功能, 共同完成一个整体功能, 子系统是一个较小的系统, 子系统之间的相互连接一般有串联(级联)、并联、混联、反馈等 4 种连接, 具体如图 0.5 所示。



(a) 级联图

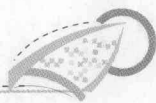


(b) 并联图



(c) 反馈图

图 0.5 系统的连接框图



## 0.2.2 系统的性质与分类

在信号与系统分析中,系统可分为连续时间系统与离散时间系统、线性系统与非线性系统、时变系统与时不变系统、因果系统与非因果系统、稳定系统与非稳定系统、记忆系统与无记忆系统等。

### 1. 连续时间系统与离散时间系统

如果一个系统要求其输入激励与输出响应都必须为连续时间信号,则该系统称为连续时间系统。同样,如果一个系统要求其输入激励与输出响应都必须为离散时间信号,则该系统称为离散时间系统。如  $RL$  电路是连续时间系统,而数字计算机则是离散时间系统。一般情况下,连续时间系统只能处理连续时间信号,离散时间系统只能处理离散时间信号。但在引入某些信号变换的部件后,就可以使连续时间系统处理离散时间信号,离散时间系统处理连续时间信号。例如,连续时间信号经过 A/D 转换器后就可以由离散时间系统处理。连续时间系统的数学模型是微分方程,离散时间系统的数学模型是差分方程。

连续时间系统与离散时间系统常采用图 0.6 所示符号表示。连续时间激励信号  $f(t)$  通过系统产生的响应  $y(t)$  记为

$$y(t) = T[f(t)] \quad (0-9)$$

离散时间激励信号  $f(n)$  通过系统产生的响应  $y(n)$  记为

$$y(n) = T[f(n)] \quad (0-10)$$

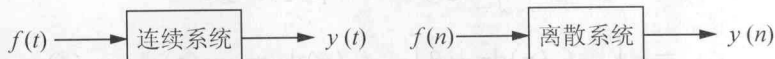


图 0.6 连续时间系统与离散时间系统的符号表示

### 2. 线性系统与非线性系统

线性系统是指具有线性特性的系统。线性特性包括齐次性与叠加性。齐次性是指当系统的输入增加  $k$  倍时,其输出响应也随之增加  $k$  倍,即

$$\text{若} \quad y(t) = T[f(t)]$$

$$\text{则} \quad ky(t) = T[kf(t)] \quad (0-11)$$

叠加性也称可加性,是指当若干个输入信号同时作用于系统时,其输出响应等于每个输入信号单独作用于系统时产生的输出响应的叠加,即

$$\text{若} \quad y_1(t) = T[f_1(t)], y_2(t) = T[f_2(t)]$$

$$\text{则} \quad y_1(t) + y_2(t) = T[f_1(t)] + T[f_2(t)] = T[f_1(t) + f_2(t)] \quad (0-12)$$

同时具有齐次性与叠加性的系统,即为线性系统,可表示为

$$\text{若} \quad y_1(t) = T[f_1(t)], y_2(t) = T[f_2(t)]$$

$$\text{则} \quad ay_1(t) + by_2(t) = aT[f_1(t)] + bT[f_2(t)] = T[af_1(t) + bf_2(t)] \quad (0-13)$$

式中:  $a$ 、 $b$  为任意常数。系统的线性特性如图 0.7 所示。

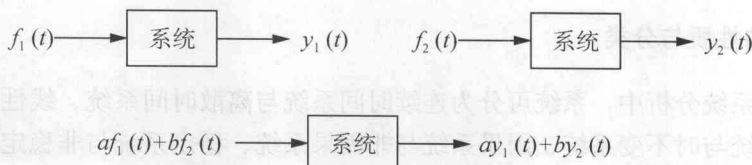
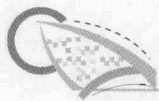


图 0.7 系统的线性特性示意图

同样, 对于具有线性特性的离散时间系统也有

若  $y_1(n) = T[x_1(n)], y_2(n) = T[x_2(n)]$

则  $ay_1(n) + by_2(n) = aT[x_1(n)] + bT[x_2(n)] = T[ax_1(n) + bx_2(n)]$  (0-14)

式中:  $a, b$  为任意常数。

不具有线性特性的系统称为非线性系统。

例 0-4 判断图 0.8 所示系统是否为线性系统。

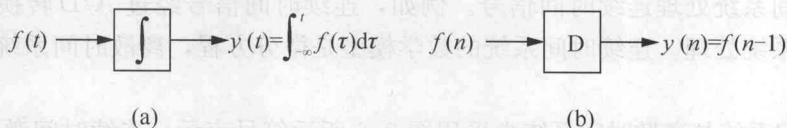


图 0.8 例 0-4 图

解 (1) 图 0.8(a) 为连续时间系统, 可由式(0-13)判断其是否为线性。

设  $f(t) = \alpha f_1(t) + \beta f_2(t)$ , 则

$$\begin{aligned} y(t) &= T\{f(t)\} = \int_{-\infty}^t [\alpha f_1(\tau) + \beta f_2(\tau)] d\tau \\ &= \alpha \int_{-\infty}^t f_1(\tau) d\tau + \beta \int_{-\infty}^t f_2(\tau) d\tau = \alpha y_1(t) + \beta y_2(t) \end{aligned}$$

因此, 此系统为线性系统。

(2) 图 0.8(b) 为离散时间系统, 可由式(0-14)判断其是否为线性。

设  $f(n) = \alpha f_1(n) + \beta f_2(n)$ , 则

$$y(n) = T[\alpha f_1(n) + \beta f_2(n)] = T[\alpha f_1(n)] + T[\beta f_2(n)] = \alpha y_1(n) + \beta y_2(n)$$

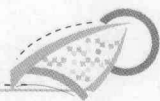
因此, 此系统为线性系统。



#### 小知识:

对于初始条件不为零的系统, 如将初始状态视为独立的信号源产生的响应的因素, 则满足线性条件, 称为广义线性系统。在判断具有初始状态的系统是否线性时, 应从 3 个方面来判断。其一是可分解性, 即系统的输出响应可分解为零输入响应与零状态响应之和, 即  $y(t) = y_{zi}(t) + y_{zs}(t)$ ; 其二是零输入响应线性, 即系统的零输入响应必须对所有的初始状态呈线性特性, 如对二阶系统即  $y_{zi}(t) = k_1 x(0^-) + k_2 x(0^+) = k_1 x_1(t_0) + k_2 x_2(t_0)$ ; 其三是零状态响应线性, 即系统的零状态响应必须对所有的输入信号呈线性特性, 如对单输入系统有  $y_f(t) = k f(t)$ 。只有这 3 个条件都符合, 该系统才为广义线性系统。

例 0-5 某线性时不变系统, 具有初始状态  $x(0)$ , 当激励为  $f(t)$  时, 响应为  $y(t) = e^{-t} + \cos \pi t u(t)$ ; 若初始状态不变, 当激励为  $2f(t)$  时, 响应为  $y(t) = 2 \cos \pi t u(t)$ 。试求



当初始状态不变,激励为  $3f(t)$  时系统的响应。

解 当初始状态为  $x(0)$ , 激励为  $f(t)$  时:

$$y(t) = y_{zi}(t) + y_{zs}(t) = (e^{-t} + \cos\pi t)u(t)$$

当初始状态为  $x(0)$ , 激励为  $2f(t)$  时:

$$y(t) = y_{zi}(t) + 2y_{zs}(t) = 2\cos\pi t u(t)$$

故

$$y_{zi}(t) = 2e^{-t}u(t), y_{zs}(t) = (-e^{-t} + \cos\pi t)u(t)$$

当初始状态不变,激励为  $3f(t)$  时:系统的响应

$$y(t) = y_{zi}(t) + 3y_{zs}(t) = (-e^{-t} + 3\cos\pi t)u(t)$$

例 0-6 试判断下列输出响应所对应的系统是否为线性系统?

系统 1:  $y(t) = 5y(0) + 2 \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \quad t > 0$

系统 2:  $y(t) = 5x^2(t) + 2 \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \quad t > 0$

系统 3:  $y(t) = 5y(0) + 2x^2(t) \quad t > 0$

系统 4:  $y(t) = 5y^2(0) + 2x(t) \quad t > 0$

系统 5:  $y(t) = 5y^2(0) + \lg x(t) \quad t > 0$

根据线性系统的定义,系统 1 的零输入响应和零状态均呈线性,故为线性系统;

系统 2 零状态响应不呈线性,故为非线性系统;

系统 3 仅有零输入响应呈线性,零状态响应不呈线性,故为非线性系统;

系统 4 仅有零状态响应呈线性,零输入响应不呈线性,故为非线性系统;

系统 5 的零输入响应和零状态响应均不呈线性,故为非线性系统。

### 3. 时变系统与时不变系统

一个系统,设输入信号  $f(t)$  引起的零状态响应为  $y_f(t)$ ,若在相同起始状态下,输入  $f(t)$  时延长一个  $t_d$  即输入为  $f(t-t_d)$ ,则响应  $y_f(t)$  也时移同样一个  $t_d$ ,即零状态响应为  $y_f(t-t_d)$ ,此时该系统称为时不变系统(或非时变系统),否则称为时变系统。图 0.9 为非时变系统示意图,即如果激励是  $f(t)$ ,系统产生的响应为  $y(t)$ ,当将激励的时间延迟  $t_d$  时输入激励变为  $f(t-t_d)$ ,则其输出响应也相同地延迟  $t_d$ ,输出响应变为  $y(t-t_d)$ ,但它们之间的变化规律仍保持不变,其波形保持不变。即

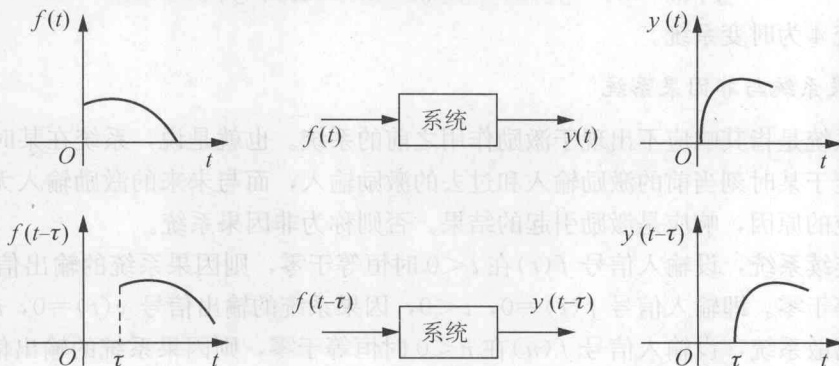


图 0.9 非时变系统示意图



若  $f(t) \rightarrow y(t)$  则有  $f(t-t_d) \rightarrow y(t-t_d)$

对于离散系统有

若  $f(n) \rightarrow y(n)$  则有  $f(n-k) \rightarrow y(n-k)$

若系统在同样信号的激励下, 输出响应随加入时间起始点的不同而产生变化, 则其不具备时不变特性, 为时变系统。

若一个系统既是线性系统又是时不变系统, 则称为线性时不变系统, 用 LTI 表示。



#### 小提醒:

一般而言, 只要不是形式如  $y=T[f(\cdot)]$  的系统, 都是线性时变系统,  $T[f(\cdot)]$  是对  $f(\cdot)$  进行线性变换。

例 0-7 试判断下列系统是非时变系统还是时变系统。

系统 1:  $y(t)=tf(t)$

系统 2:  $y(k)=f(k)-f(k-1)$

系统 3:  $y(t)=f(-t)$

系统 4:  $y(k)=f(k)\sin\Omega k$

解 对于系统 1 有  $f_1(t) \rightarrow y_1(t)=tf_1(t)$

则有

$$y_1(t-\tau)=(t-\tau)f_1(t-\tau)$$

$$f_1(t-\tau) \rightarrow y_2(t)=tf_1(t-\tau) \neq y_1(t-\tau)$$

故系统 1 为时变系统。

对于系统 2 有

$$f_1(k) \rightarrow y_1(k)=f_1(k)-f_1(k-1)$$

则有

$$y_1(k-m)=f_1(k-m)-f_1(k-1-m)$$

而

$$f_1(k-m) \rightarrow y_2(k)=f_1(k-m)-f_1(k-1-m)=y_1(k-m)$$

故系统 2 为非时变系统。

对于系统 3 有

$$f_1(t) \rightarrow y_1(t)=f_1(-t)$$

则有

$$y_1(t-\tau)=f_1[-(t-\tau)]$$

而

$$f_1(t-\tau) \rightarrow y_2(t)=f_1(-t-\tau) \neq y_1(t-\tau)$$

故系统 3 为时变系统。

对于系统 4 有

$$f_1(k) \rightarrow y_1(k)=f_1(k)\sin\Omega k$$

则有

$$y_1(k-m)=f_1(k-m)\sin\Omega(k-m)$$

而

$$f_1(k-m) \rightarrow y_2(k)=f_1(k-m)\sin\Omega k \neq y_1(k-m)$$

故系统 4 为时变系统。

#### 4. 因果系统与非因果系统

因果系统是指其响应不出现于激励作用之前的系统。也就是说, 系统在某时刻的输出响应只决定于某时刻当前的激励输入和过去的激励输入, 而与未来的激励输入无关。激励是产生响应的原因, 响应是激励引起的结果。否则称为非因果系统。

对于连续系统, 设输入信号  $f(t)$  在  $t < 0$  时恒等于零, 则因果系统的输出信号在  $t < 0$  时也必然等于零。即输入信号  $f(t)=0, t < 0$ , 因果系统的输出信号  $y(t)=0, t < 0$ 。

对于离散系统, 设输入信号  $f(n)$  在  $n < 0$  时恒等于零, 则因果系统的输出信号在  $n < 0$  时也必然等于零。即输入信号  $f(n)=0, n < 0$ , 因果系统的输出信号  $y(n)=0, n < 0$ 。