



(本书根据全国成人高考最新考试大纲编写)

最新版

最新全国成人高考统一命题招生考试教材

——高中起点升专科、本科

数 学 (理工农医类)

SHUXUE

李秀清 主编

全国成人高考命题研究组 审定

北京广播学院出版社

前言

教育部《关于从 2003 年起调整成人高校招生科目设置的通知》规定,从 2003 年起,教育部对全国成人高考考试科目,进行重大调整 and 改革。高中起点升专科、本科考试中,将不再考核政治。外语成绩将首次 100% 计入高中起点考生的总成绩中。高中起点考试科目设置近似于普通高考的“3+X”:专科分文理,考试科目由现行的五科改为语文、数学、外语三科,数学保留文科卷和理科卷的区分。高中起点升本科及外语、外经贸类考试科目由现行 6 门改为 5 门,在专科考试科目的基础上,理科生加考物理化学综合卷,文科生加考历史地理综合卷。每科满分均为 150 分,考试时间为 120 分钟。对某些专业需要加试的科目由招生院校决定。

《最新全国成人高考统一命题招生考试教材(高中起点升专科、本科)》丛书,是由全国成人高考命题研究组组织成人教育界对历年成人高考有专门研究的专家、教授,中学特级、高级教师及长期从事成人高考辅导工作、具有多年教学经验的第一线教师,根据教育部最新颁布的 2003 年《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》精心编辑而成。

这套丛书紧扣新大纲,针对性更强,考试命中率和切题率更高,它对中学各科课程进行了精选和提炼,更适合成人高考考生在短期内更快更好地掌握各科基本知识、基本技能和提高综合运用知识解决问题的能力,满足考生通过短时间学习达到适应全国统考的要求,取得较好成绩的目的。它是目前成人考生系统复习中学课程的首选好教材。

全套丛书按照新大纲和成人考生的特点,每章内容包括复习要求、重点知识、复习重点、基本练习、参考答案和近几年命题情况等(不同学科每章内容的结构板块略有不同)。同时列举大量“例题”,为基础知识的运用作了示范,并通过解题过程帮助读者掌握解题方法和提高解题的综合能力。每一章后选择了大量习题,供读者复习时选用,以巩固本章所学知识。每章最后均有习题答案或提示,供读者参考。每册书后附综合练习试卷,供读者在学完本书后对本科知识的掌握作一自我检查。各类题目均按成人标准化考试的模型和要求编选。选择题和填空题占有较大的比重,计算题和实验题亦有较强的综合性和代表性。

高中起点全套丛书包括语文、数学(文科)、数学(理科)、英语、日语、俄语、医学基

基础、医学临床、物理分册、化学分册、历史分册、地理分册,共 12 本。供参加各类成人高等学校(包括广播电视大学、职工高等学校、管理干部学院、教育学院、教师进修学院、独立设置的函授学院、普通高校举办的成人教育学院等)招生考试的考生和成人高考辅导班作为教材使用。

这本《数学(理工农医类)》分册,根据最新考纲的要求,内容部分主要删去了数、式、方程和方程组等内容,增加了线性回归的方法及其简单的应用、函数的极限、函数的连续性、导数及其应用。

全国成人高考命题研究组
2002 年 9 月

目 录

第一部分 代 数

第一章	函 数	1
第二章	不等式和不等式组	43
第三章	指数与对数	55
第四章	数 列	67
第五章	复 数	89
第六章	导 数	103

第二部分 三 角

第一章	三角函数及其有关概念	120
第二章	三角函数式的变换	128
第三章	三角函数的图象和性质	147
第四章	解三角形	168

第三部分 平面解析几何

第一章	平面向量	178
第二章	直 线	189
第三章	圆锥曲线	206

第四部分 立体几何

第一章	直线和平面	242
第二章	空间向量	258
第三章	多面体和旋转体	266

第五部分 概率与统计初步

第一章	排列、组合与二项式定理	278
第二章	概率与统计初步	293
综合测试题(一)		308

综合测试题(一)参考答案	311
综合测试题(二)	314
综合测试题(二)参考答案	317
附录一	
2003 年全国各类成人高等学校招生数学(理工农医类)考试大纲	320
附录二	
2002 年成人高等学校招生全国统一考试数学(理工农医类)试题	325
2002 年成人高等学校招生全国统一考试数学(理工农医类)试题参考答案	328

第一部分 代数

第一章 函数

本章要求

1. 了解集合意义及其表示方法,了解空集、全集、子集、交集、并集、补集的概念及表示方法,了解符号 $\subseteq$ 、 $\subset$ 、 $=$ 、 $\in$ 、 $\notin$ 的含义,并能运用这些符号表示集合与集合、元素与集合的关系.
2. 理解函数的概念,会求一些常见函数的定义域.
3. 理解函数的单调性和奇偶性的概念,掌握增函数、减函数及奇函数、偶函数的图象特征.
4. 理解一次函数、反比例函数的概念,掌握它们的图象和性质,会求它们的解析式.
5. 理解二次函数的概念,掌握它的图象和性质以及函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象间的关系;会求二次函数的解析式及最大值或最小值.能灵活运用二次函数的知识解决有关问题.
6. 了解反函数的意义,会求一些简单函数的反函数.
7. 理解指数函数、对数函数的概念,掌握有关的运算法则.
8. 理解指数函数、对数函数的概念,掌握它们的图象和性质,会用它们解决有关问题.

内容提要

一、集合

1. 集合的概念

(1) 集合的意义

集合是数学中最基本的概念之一,我们只给予一种描述,即把按某种属性确定的一些对象看成一个整体,就形成了一个集合,组成集合的每一个对象叫做这个集合的元素.

集合一般用大写字母 A 、 B 、 M 、 N 等表示.

元素一般用小写字母 a 、 b 、 c 、 d 等表示.

(2) 元素与集合的关系

$a \in A$, 表示元素 a 是集合 A 中的元素;读作“ a 属于 A ”.

$b \notin A$, 表示元素 b 不是集合 A 中的元素;读作“ b 不属于 A ”.

(3) 集合的分类

①有限集:含有有限个元素的集合.

②无限集:含有无限个元素的集合.

(C) $f(x)$ 为奇函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 上为增函数

(D) $f(x)$ 为偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上为减函数

解: 根据指数函数的性质, $f(x)$ 为偶函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 上为减函数.

答: B

(2) 函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} |x|$ ($x \neq 0$) 则 ()

(A) $f(x)$ 为奇函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数

(B) $f(x)$ 为奇函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数

(C) $f(x)$ 为偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上为减函数

(D) $f(x)$ 为偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上为增函数

解: 由对数函数性质: $0 < \frac{1}{3} < 1$

$\therefore \log_{\frac{1}{3}} x$ 在 $x > 0$ 时是减函数

又 $y = \log_{\frac{1}{3}} |x|$ 是偶函数.

答: C

(3) 已知函数 $y = (\frac{1}{2})^{|x|}$ 则 ()

(A) $f(x)$ 为奇函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数

(B) $f(x)$ 为偶函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数

(C) $f(x)$ 为奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上是增函数

(D) $f(x)$ 为偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上是减函数

解: 由指数函数性质知, $y = (\frac{1}{2})^x$ 是减函数, 又 $y = (\frac{1}{2})^{|x|}$ 是偶函数.

答: D

(4) 函数 $f(x) = x|x|$ 是 ()

(A) 奇函数又是增函数

(B) 偶函数又是增函数

(C) 奇函数又是减函数

(D) 偶函数又是减函数

解: $\because f(-x) = -x|x| = -f(x) \therefore f(x)$ 是奇函数

又 $\because x > 0$ 时 $f(x) = x^2$ 是增函数

$x < 0$ 时 $f(x) = -x^2$ 在 $(-\infty, 0)$ 内也是增函数

$\therefore f(x)$ 是奇函数又是增函数

答: A

(5) 函数 $f(x) = a^{x^2}$ ($0 < a < 1$) 则 ()

(A) 在区间 $(0, +\infty)$ 上是增函数

(B) 在区间 $(-\infty, 0)$ 上是减函数

(C) 在区间 $(0, +\infty)$ 上是减函数

(D) 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数

解: 由指数函数性质知: 在 $0 < a < 1$ 时, $f(x) = a^x$ 是减函数, $x > 0$ 时 x^2 是增函数,

$\therefore f(x) = a^{x^2}$ 在 $x > 0$ 时是减函数.

答:C

(6)在区间 $(0, +\infty)$ 上下列函数为增函数的是()

$$(A)y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$(B)y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$(C)y = x^2 - \frac{1}{2}$$

$$(D)y = \log_{\frac{1}{2}} x$$

解: $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 是减函数, $y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ 在 $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ 为增函数

$y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 在 $x > 0$ 时是减函数, $y = x^2 - \frac{1}{2}$ 在 $x > 0$ 时是增函数

答:C

(7)下列函数中,是偶函数的是()

$$(A)y = 3^x$$

$$(B)y = \log_2 x$$

$$(C)y = x^2 + \tan x$$

$$(D)y = 1 + x^2 - 2|x|$$

解:A,B,C无奇偶性,D中: $f(-x) = 1 + (-x)^2 - 2|-x|$
 $= 1 + x^2 - 2|x|$
 $= f(x)$

$\therefore y = 1 + x^2 - 2|x|$ 是偶函数

答:D

(8)若函数 $f(x) = 1 + \log_a x$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是减函数,则 a 的范围是()

$$(A)a > 1$$

$$(B)a > 2$$

$$(C)1 < a < 2$$

$$(D)0 < a < 1$$

解: $\because f(x) = 1 + \log_a x$ 的图象是由 $f(x) = \log_a x$ 的图象向上平移一个单位得到的

$\therefore f(x) = 1 + \log_a x$ 和 $f(x) = \log_a x$ 的单调区间相同,在区间 $(0, +\infty)$ 上 $y = \log_a x$ 是减函数,

$\therefore 0 < a < 1$

答:D

(9)函数 $f(x) = \log_a(x^2 - 4x - 5)$ ($a > 1$)为单调增函数,则 x 的取值范围是()

$$(A)(-\infty, 1)$$

$$(B)(-1, 5)$$

$$(C)(2, +\infty)$$

$$(D)(5, +\infty)$$

解:函数 $f(x)$ 的定义域为 $x^2 - 4x - 5 > 0$

$\therefore x > 5$ 或 $x < -1$ 由对数函数性质知: $a > 1$ 时, $f(x) = \lg_a(x^2 - 4x - 5)$ 为增函数,必须
 $x > 5$.

答:D

(10)函数 $y = \lg(x^2 + 1)$ 则()

(A)是奇函数,在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减

(B)是奇函数,在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增

(C)是偶函数,在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递增

(D)是偶函数,在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递减

解: $\because f(-x) = \lg(x^2 + 1) = f(x) \therefore f(x)$ 是偶函数

又 $\because 10 > 1$ 且 $y = x^2 + 1$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上递增在区间 $(-\infty, 0)$ 上递减

$\therefore y = \lg(x^2 + 1)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调增,在 $(-\infty, 0)$ 上单调减.

答:D

(11)已知函数 $y = x^3 + 2\sin x$ 则 y 是()

(A)奇函数

(B)偶函数

(C)既奇又偶函数

(D)非奇非偶函数

解: $\because f(-x) = (-x)^3 + 2\sin(-x) = -(x^3 + 2\sin x) = -f(x)$

$\therefore f(x)$ 为奇函数.

答:A

(12)函数 $y = \log_2 \frac{1+x}{1-x}$ 是()

(A)偶函数

(B)既是奇函数又是偶函数

(C)奇函数

(D)非奇非偶函数

解: $f(-x) = \log_2 \frac{1-x}{1+x} = \log_2 \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^{-1} = -\log_2 \frac{1+x}{1-x} = -f(x)$

$\therefore f(x)$ 是奇函数

答:C

(13)函数 $f(-x) = \frac{3^x - 1}{3^x + 1}$ ()

(A)是偶函数

(B)是奇函数

(C)既是奇函数,又是偶函数

(D)既不是奇函数,又不是偶函数

解: $f(-x) = \frac{3^{-x} - 1}{3^{-x} + 1} = \frac{1 - 3^x}{1 + 3^x} = -\frac{3^x - 1}{3^x + 1} = -f(x) \therefore f(x)$ 是奇函数

答:B

(14)函数 $f(x) = x^2 + 2(m-1)x + 2$ 在 $(-\infty, 4)$ 上是单调减函数,则实数 m 的范围是()

(A) $m \geq -3$

(B) $m = 3$

(C) $m \leq -3$

(D) $m \geq 3$

解:因为二次函数 $f(x) = x^2 + 2(m-1)x + 2$ 的图象是开口向上的抛物线,对称轴为 $x = -(m-1)$ $\therefore f(x)$ 的单调减区间是 $(-\infty, 1-m)$,由题意: $1-m \geq 4$

$\therefore m \leq -3$

答:C

(15)函数 $y = \cos 3x + \sqrt{x^2 + 1}$ ()

(A)是奇函数

(B)是偶函数

(C)不是奇函数,也不是偶函数

(D)既是奇函数,又是偶函数

解: $f(-x) = \cos(-3x) + \sqrt{(-x)^2 + 1} = \cos 3x + \sqrt{x^2 + 1} = f(x)$

$\therefore f(x)$ 是偶函数.

答:B

(16)下列函数在定义域内,是奇函数又是增函数的是()

(A) $y = \sin x$

(B) $y = \log_a x$

(C) $y = x + 8$

(D) $y = x^3$

解: $y = \log_2 x$ 和 $y = x + 8$ 没有奇偶性, $y = \sin x$ 在定义域内是奇函数, 但有单调增和单调减区间, $y = x^3$ 既是奇函数, 又是单调增函数.

答: D

(17) 函数 $f(x) = (m-1)x^2 + 2mx + 3$ 满足 $f(-1) = 2$, 则()

(A) 在区间 $(0, +\infty)$ 上是增函数

(B) 在区间 $(-\infty, 0)$ 上是减函数

(C) 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是奇函数

(D) 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是偶函数

解: $\because f(-1) = (m-1) - 2m + 3 = 2 \quad \therefore m = 0$

$\therefore f(x) = -x^2 + 3 \quad f(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是偶函数.

答: D

(18) 设函数 $f(x) = (m-1)x^2 + 2mx + 3$ 是偶函数, 则()

(A) 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数

(B) 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数

(C) 在区间 $(0, +\infty)$ 上是增函数

(D) 在区间 $(-\infty, 0)$ 上是增函数

解: $\because f(x)$ 是偶函数 $\therefore f(-x) = (m-1)x^2 - 2mx + 3 = (m-1)x^2 + 2mx + 3 = f(x)$

$\therefore m = 0$

$\therefore f(x) = -x^2 + 3 \quad \therefore f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数

答: D

(19) 设 $f(x) = 2ax^2 + (a-1)x + 3$ 是偶函数, 则 $a =$ ()

(A) -1

(B) 0

(C) 1

(D) 2

解: $\because f(x)$ 是偶函数

$\therefore f(-x) = 2ax^2 - (a-1)x + 3 = 2ax^2 + (a-1)x + 3 = f(x)$

$\therefore a-1=0 \quad a=1$

答: C

(20) 设函数 $f(x) = ax^3 + cx + 5 \quad f(-3) = -3$, 则 $f(3) =$ ()

(A) 13

(B) -13

(C) 3

(D) -3

解: $\because f(-x) = -ax^3 - cx + 5 = -(ax^3 + cx + 5) + 10 = -f(x) + 10$

$\therefore f(3) = -f(-3) + 10 = -(-3) + 10 = 13$

答: A

(21) 设 $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ 若 $f(-3) = 3$, 则 $f(3) =$ ()

(A) -3

(B) 3

(C) 6

(D) -6

解: $f(-x) = ax^4 + bx^2 + c = f(x)$

$\therefore f(3) = f(-3) = 3$

答: B

例 7 选择题(对称性, 周期性)

(1) 下列函数的图象与 $y = f(x)$ 的图象关于原点对称的是()

(A) $y = -f(x)$

(B) $y = f(-x)$

(C) $y = -f(-x)$

(D) $y = f(|x|)$

解:点 (x, y) 关于原点的对称点是 $(-x, -y)$

$$\therefore -y = f(-x) \quad \text{即} \quad y = -f(-x)$$

答:C

(2) $y = 3^{-|x|}$ 的图象()

(A) 关于 x 轴对称

(B) 关于 y 轴对称

(C) 关于原点对称

(D) 关于 $y = x$ 对称

解: $\because f(x) = 3^{-|x|}$ 是偶函数, $\therefore f(x) = 3^{-|x|}$ 关于 y 轴对称

答:B

(3) 函数 $y = |x-1|$ 的图象:()

(A) 关于直线 $x=0$ 对称

(B) 关于直线 $x+1=0$ 对称

(C) 关于直线 $x=1$ 对称

(D) 关于直线 $y=1$ 对称

解: $\because y = |x|$ 的图象关于 $x=0$ 对称, $\therefore y = |x-1|$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称.

答:C

(4) 设函数 $y = f(x)$ 定义在实数集上, 且 $f(1-x) = f(1+x)$ 则 $y = f(x)$ 的图象关于()

(A) 直线 $y=0$ 对称

(B) 直线 $x=0$ 对称

(C) 直线 $x=1$ 对称

(D) 直线 $y=1$ 对称

$$\text{解: } \because f(1-x) = f(1+x) \quad \frac{(1-x) + (1+x)}{2} = 1$$

$\therefore f(x)$ 关于 $x=1$ 对称

答:C

(5) 设函数 $y = f(x)$ 定义在实数集上, 则函数 $y = f(x-1)$ 与 $y = f(1-x)$ 的图象关于()

(A) 直线 $y=0$ 对称

(B) 直线 $x=0$ 对称

(C) 直线 $x=1$ 对称

(D) 直线 $y=1$ 对称

解: $\because y = f(x)$ 和 $y = f(-x)$ 的图象关于 $x=0$ 对称

$\therefore y = f(x-1)$ 和 $y = f[-(x-1)]$ 的图象关于 $x-1=0$ 对称, 而 $f(1-x) = f[-(x-1)]$

$\therefore y = f(x-1)$ 和 $y = f(1-x)$ 的图象关于 $x=1$ 对称

答:C

请读者比较(4), (5)两题的不同.

(6) $y = 2^x$ 与 $y = 2^{-x}$ 图象之间的关系是()

(A) 关于 x 轴对称

(B) 关于坐标原点对称

(C) 关于 y 轴对称

(D) 没有对称性

解: 由指数函数的图象知: 它们关于 y 轴对称.

答:C

(7) 函数 $f(x) = x^2 + 2x$ 和 $f(x) = x^2 - 2x$ 的图象()

(A) 关于 x 轴对称

(B) 关于 y 轴对称

(C) 关于原点对称

(D) 关于 x 轴 y 轴都不对称

解: $\because y=f(x)$ 和 $y=f(-x)$ 的图象关于 y 轴对称

$\therefore f(x)=x^2+2x$ 和 $f(x)=x^2-2x$ 的图象关于 y 轴对称.

答:B

(8) 函数 $f(x)=x^2-2x$ 和 $y=2x-x^2$ 的图象()

(A) 关于 x 轴对称

(B) 关于 y 轴对称

(C) 关于原点对称

(D) 关于 x 轴和 y 轴都不对称

解: $\because y=f(x)$ 和 $y=-f(x)$ 的图象关于 x 轴对称

$f(x)=x^2-2x$ 和 $f(x)=2x-x^2$ 的图象关于 x 轴对称.

答:A

请读者比较(7),(8)两题的不同.

(9) 设定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 是以 5 为周期的奇函数, 且 $f(-2)=1$, 则 $f(12)=()$

(A) 1

(B) -1

(C) 5

(D) -5

解: $f(12)=f(7+5)=f(7)=f(2+5)=f(2)=-f(-2)=-1$

答:B

(10) 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且 $f(x+2)=-f(x)$ 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x)=x$, 则

$f(7.5)=()$

(A) 0.5

(B) -0.5

(C) 1.5

(D) -1.5

解: $\because f(7.5)=f(5.5+2)=-f(5.5)=-f(3.5+2)$

$=f(3.5)=f(1.5+2)=-f(1.5)=-f(-0.5+2)$

$=f(-0.5)$

又 $\because f(x)$ 为奇函数, $\therefore f(-0.5)=-f(0.5)$

$\because 0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x)=x$, $\therefore f(0.5)=0.5$, $\therefore -f(0.5)=-0.5$

即: $f(7.5)=f(-0.5)=-f(0.5)=-0.5$

答:B

例 8 选择题(一次函数, 反比例函数)

(1) $f(x)=ax+b$, $f(1)=-2$, $f(-1)=0$, 则 a, b 等于()

(A) $\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$

解: $\begin{cases} a+b=-2 \\ -a+b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \end{cases}$

答:B

(2) 设 $y=f(x)$ 是反比例函数, 且 $f(-2)=4$, 则函数 $f(x)$ 的解析式是()

(A) $f(x)=\frac{4}{x}$

(B) $f(x)=\frac{-4}{x}$

(C) $f(x)=\frac{8}{x}$

(D) $f(x)=\frac{8}{x}$

解: 设 $f(x)=\frac{k}{x}$ $\therefore -\frac{k}{2}=4$ $\therefore k=-8$ $\therefore f(x)=-\frac{8}{x}$

答:D

(3)若 $f(x)$ 为一次函数,且 $f(x+1)+f(x-1)=4x-2$,则 $f(x)$ 的表达式是()

(A) $f(x)=2x+1$

(B) $f(x)=4x+2$

(C) $f(x)=2x-1$

(D) $f(x)=4x-2$

解:设 $f(x)=kx+b$

则 $f(x+1)+f(x-1)=k(x+1)+b+k(x-1)+b=2kx+2b,$

$2kx+2b=4x-2,$

$k=2, b=-1$

$\therefore f(x)=2x-1$

答:C

(4)已知函数 $f(x)=kx+5$,且 $f(2)=3$,则使 $f(x)>0$ 的 x 的取值范围是()

(A) $x>5$

(B) $x<5$

(C) $x>-5$

(D) $x<-5$

解: $\because 2k+5=3, \therefore k=-1, \therefore f(x)=-x+5$

$f(x)=-x+5>0, \therefore x<5$

答:B

(5)设 $f(x)$ 为奇函数,当 $x>0$ 时, $f(x)=x-1$,当 $f(x)>0$ 时, x 的取值范围是()

(A) $x>1$

(B) $x>1$ 且 $-1<x<0$

(C) $-1<x<0$

(D) $x>1$ 或 $-1<x<0$

解: $\because f(x)$ 为奇函数,当 $x>0$ 时, $f(x)=x-1$

$\therefore$ 当 $x<0$ 时, $f(x)=x+1$

当 $x>0$ 时, $f(x)=x-1>0$ 得 $x>1$

当 $x<0$ 时, $f(x)=x+1>0$ 得 $-1<x<0$

答:D

例9 选择题(二次函数)

(1) $y=x^2+4x+1$ 的最小值是()

(A) 1

(B) -3

(C) 3

(D) -4

解: $y=x^2+4x+1=(x+2)^2-3, \therefore y$ 的最小值为 -3

答:B

(2) $y=(1-x)(x-3)$ 的最大值是()

(A) -4

(B) 0

(C) -3

(D) 1

解: $y=(1-x)(x-3)=-(x-2)^2+1, \therefore y$ 的最大值为 1

答:D

(3)函数 $y=-x(x-1)$ ()

(A) 有最小值 1

(B) 有最小值 -1

(C) 有最大值 $\frac{1}{4}$

(D) 有最大值 $-\frac{1}{4}$

解: $y=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4} \therefore y$ 有最大值 $\frac{1}{4}$

答:C

(4)点 $P(0,1)$ 在 $y=x^2+ax+a$ 的图象上,则该图象的对称轴方程为()

(A) $x=1$

(B) $x=\frac{1}{2}$

(C) $x=-1$

(D) $x=-\frac{1}{2}$

解: $\because$ 点 $P(0,1)$ 在 $y=x^2+ax+a$ 的图象上, $\therefore a=1, \therefore y=x^2+x+1$,

$\therefore$ 对称轴方程为 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{1}{2}$.

答:D

(5) 已知 $f(x)=x^2+a$, 且 $f(2)=8$, 则 $f(1)=(\quad)$

(A) 4 (B) 0 (C) -4 (D) 5

解: $\because f(2)=8, \therefore 4+a=8, \therefore a=4$

$\therefore f(x)=x^2+4 \quad \therefore f(1)=1+4=5$

答:D

(6) 设二次函数 $f(x)=ax^2-x$, 若 $f(1), f(-1), \frac{1}{3}f(3)$ 成等比数列, 则 $a=(\quad)$

(A) 3 (B) -3 (C) 0 (D) 1

解: $f(1)=a-1, f(-1)=a+1, \frac{1}{3}f(3)=3a-1$

由题意: $(a+1)^2=(a-1)(3a-1)$ 解得 $a=3, a=0$ (舍)

答:A

(7) 已知二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$, 满足: $f(1)=f(4)$, 则 $f(2)$ 和 $f(3)$ 的大小关系是

(A) $f(2)>f(3)$ (B) $f(2)<f(3)$
(C) $f(2)=f(3)$ (D) $f(2), f(3)$ 的大小不能确定.

解: $\because f(1)=f(4)$

$\therefore y=f(x)$ 的对称轴是 $x=\frac{5}{2}$, 又 $(2,0)(3,0)$ 关于点 $(\frac{5}{2}, 0)$ 对称

$\therefore f(2)=f(3)$.

答:C

(8) 已知二次函数的图象以点 $(1,3)$ 为顶点, 并过点 $(2,5)$ 则此二次函数的解析式为

(A) $y=2x^2+4x-5$ (B) $y=2x^2-4x+5$
(C) $y=2x^2+4x+5$ (D) $y=2x^2-4x-5$

解: 设 $y=a(x-1)^2+3$

$\because$ 过点 $(2,5), \therefore a(2-1)^2+3=5$

$\therefore a=2,$

$\therefore y=2(x-1)^2+3=2x^2-4x+5$.

答:B

(9) 设 a 为实数, (x_0, y_0) 是抛物线 $y=x^2-(a-1)x+a^2+1$ 的顶点坐标, 则

(A) $y_0=3x_0^2-4x_0+2$ (B) $y_0=3x_0^2-4x_0-2$
(C) $y_0=3x_0^2+4x_0-2$ (D) $y_0=3x_0^2+4x_0+2$

解: $\because (x_0, y_0)$ 是 $y=x^2-(a-1)x+a^2+1$ 的顶点

$$\therefore x_0 = \frac{a-1}{2} \quad \therefore a = 2x_0 + 1$$

$$\therefore y_0 = x_0^2 - 2x_0x_0 + (2x_0 + 1)^2 + 1 = 3x_0^2 + 4x_0 + 2$$

答:D

(10) 设 $f(x)$ 为奇函数, 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) = x^2 - 1$, 当 $f(x) > 0$ 时, x 的取值范围是 ()

(A) $x > 1$ 或 $x < -1$

(B) $x < -1$ 或 $0 < x < 1$

(C) $-1 < x < 1$

(D) $x > 1$ 或 $-1 < x < 0$

解: $\because f(x)$ 为奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 - 1$

$\therefore$ 当 $x < 0$ 时, $f(x) = -x^2 + 1$

又 $\because f(x) > 0$, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 - 1 > 0$ 解得 $x > 1$

当 $x < 0$ 时, $f(x) = -x^2 + 1 > 0$ 解得 $-1 < x < 0$

$\therefore$ 使 $f(x) > 0$ 的 x 的取值范围是 $x > 1$ 或 $-1 < x < 0$

答:D

例 10 选择题(反函数)

(1) $y = 1 + x^3$ 的反函数是 ()

(A) $y = \sqrt[3]{x} + 1$

(B) $y = \sqrt[3]{x+1}$

(C) $y = \sqrt[3]{x} - 1$

(D) $y = \sqrt[3]{x-1}$

解: $\because y = 1 + x^3, \therefore x^3 = y - 1, x = \sqrt[3]{y-1}$

$\therefore y = 1 + x^3$ 的反函数是 $y = \sqrt[3]{x-1}$

答:D

(2) $y = 2^{x-1}$ 的反函数是 ()

(A) $y = 1 + \log_2 x$

(B) $y = \frac{1}{2^x} + 1$

(C) $y = 1 + \log_2(x-1)$

(D) $y = 2^{\sqrt{x-1}}$

解: $\because y = 2^{x-1}, \therefore x-1 = \log_2 y, \therefore x = 1 + \log_2 y$

$\therefore y = 2^{x-1}$ 的反函数是 $y = 1 + \log_2 x (x > 0)$

答:A

(3) 已知函数 $y = \frac{6x+5}{x-1}, (x \neq 1)$ 则它的反函数是 ()

(A) $y = \frac{6x+5}{x-1} (x \neq 1)$

(B) $y = \frac{x+5}{x-6} (x \neq 6)$

(C) $y = \frac{x-1}{6x+5} (x \neq -\frac{5}{6})$

(D) $y = \frac{x-6}{x+5} (x \neq -5)$

解: $\because y = \frac{6x+5}{x-1}, xy - y = 6x + 5, (y-6)x = y+5, \therefore x = \frac{y+5}{y-6}$

$\therefore y = \frac{6x+5}{x-1}$ 的反函数是 $y = \frac{x+5}{x-6} (x \neq 6)$

答:B

(4) 函数 $y = \frac{2^x+1}{2^x-1}$ 的反函数是 ()

(A) $y = \log_2 \frac{x-1}{x+1} (x > 1)$

(B) $y = \log_2 \frac{x+1}{x-1} (x > 1)$

(C) $y = \log_2 \frac{1+x}{1-x} (-1 < x < 1)$

(D) $y = \log_2 \frac{1-x}{1+x} (-1 > x > 1)$

解: $\because y = \frac{2^x+1}{2^x-1}, \therefore y2^x - y = 2^x + 1, \therefore (y-1)2^x = y+1$

$\therefore 2^x = \frac{y+1}{y-1} (y > 1) \therefore y = \log_2 \frac{x+1}{x-1} (x > 1)$

答:B

(5) $y = x^2 - 2x + 3 (x \leq 1)$ 的反函数是()

(A) $y = 1 - \sqrt{x-2} (x \in \mathbf{R})$

(B) $y = 1 - \sqrt{x-2} (x \geq 2)$

(C) $y = 1 + \sqrt{x-2} (x \geq 2)$

(D) $y = 1 + \sqrt{x-2} (x \in \mathbf{R})$

解: $\because y = (x-1)^2 + 2 \therefore (x-1)^2 = y-2 (y \geq 2)$

$\therefore x-1 = -\sqrt{y-2} (y \geq 2) \therefore x = 1 - \sqrt{y-2} (y \geq 2)$

$\therefore y = x^2 - 2x + 3 (x \leq 1)$ 的反函数是 $y = 1 - \sqrt{x-2} (x \geq 2)$

答:B

(6) 已知函数 $y = \frac{2x-3}{x+a}$ 的反函数是它本身, 则 a 的值为()

(A) -2

(B) 0

(C) 1

(D) 2

解: $\because y = \frac{2x-3}{x+a}$ 的反函数是它本身

$\therefore xy + ay = 2x - 3, x = \frac{-ay-3}{y-2} \therefore$ 反函数是 $y = \frac{-ax-3}{x-2}$

由题意: $\frac{2x-3}{x+a} = \frac{-ax-3}{x-2} \therefore a = -2$

答:A

(7) $y = 10^x - 1$ 的反函数的定义域是()

(A) $(1, +\infty)$

(B) $(-1, +\infty)$

(C) $(0, +\infty)$

(D) $(-\infty, +\infty)$

解: $y = 10^x - 1$ 的值域是 $(-1, +\infty)$

$\therefore y = 10^x - 1$ 的反函数的定义域是 $y = 10^x - 1$ 的值域

答:B

(8) 若函数 $f(x)$ 的图象经过点 $(0, 1)$, 则 $f(x+4)$ 的反函数的图象必经过点()

(A) $(4, -1)$

(B) $(1, 4)$

(C) $(1, -4)$

(D) $(-4, 1)$

解: $\because f(x)$ 的图象过点 $(0, 1) \therefore f(x+4)$ 的图象必过 $(-4, 1)$

$\therefore f(x+4)$ 的反函数图象必过 $(1, -4)$

答:C

例 11 选择题(指数函数、对数函数)

(1) 已知: $x^{\frac{3}{4}} = 3^{\frac{3}{2}}$ 则 $x = (\quad)$

- (A) 3 (B) 9 (C)
- $\sqrt{3}$
- (D)
- $3^{\frac{1}{3}}$

解: $\because x^{\frac{3}{4}} = (\sqrt{x})^{\frac{3}{2}} = 3^{\frac{3}{2}} \therefore \sqrt{x} = 3 \quad x = 9$

答: B

(2) 已知 $\log_3 \sqrt{x} = 2$ 则 $x = (\quad)$

- (A) 3 (B) 9 (C) 27 (D) 81

答: D

(3) 已知 $\log_x 2\sqrt{2} = \frac{3}{4}$ 则 $x = (\quad)$

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D)
- $\frac{3}{2}$

解: $x^{\frac{3}{4}} = 2\sqrt{2} = 2^{\frac{3}{2}} \therefore x = 2^2 = 4$

答: C

(4) 已知 $3 < \left(\frac{1}{3}\right)^x < 27$ 则 x 的范围是()

- (A)
- $-1 < x < 3$
- (B)
- $x > 3$
- 或
- $x < -1$
-
- (C)
- $-3 < x < -1$
- (D)
- $1 < x < 3$

答: C

(5) 已知 $\log_a \frac{2}{3} < 1$ 则 a 的取值范围是()

- (A)
- $a > 1$
- (B)
- $0 < a < \frac{2}{3}$
-
- (C)
- $a > 1$
- 或
- $0 < a < \frac{2}{3}$
- (D)
- $a > 0$
- 且
- $a \neq 1$

解: 当 $a > 1$ 时, $\log_a \frac{2}{3} < \log_a a$

$$\therefore a > \frac{2}{3}$$

 $\therefore$ 当 $a > 1$ 时, a 的取值范围是 $a > 1$ 当 $0 < a < 1$ 时

$$\because \log_a \frac{2}{3} < 1 \quad \therefore a < \frac{2}{3}$$

 $\therefore$ 当 $0 < a < 1$ 时, a 的取值范围是 $0 < a < \frac{2}{3}$

答: C

(6) 使函数 $f(x) = \frac{1}{x^2}$ 为单调增函数的区间是()

- (A)
- $(0, +\infty)$
- (B)
- $(-\infty, 0)$