

21世纪全国高等院校实用规划教材

理论力学

主 编 欧阳辉 李田军
副主编 石 奎 周丽珍
孙 艳 张伟丽

提供电子课件

- 融入多年教学经验及教学改革成果
- 附有内容丰富的例题及精要的习题



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

21 世纪全国高等院校实用规划教材

理论力学

主 编	欧阳辉	李田军
副主编	石 奎	周丽珍
	孙 艳	张伟丽



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书是根据教育部非力学专业力学基础课程教学指导分委员会对理论力学课程的最新基本要求(多学时)编写而成,内容涵盖了理论力学的基本理论知识、基本原理和基本方法。

全书共 16 章,包括静力学公理和物体的受力分析、平面力系、空间力系、摩擦、点的运动学、刚体的简单运动、点的合成运动、刚体的平面运动、质点动力学的基本方程、动量定理、动量矩定理、动能定理、达朗贝尔原理、虚位移原理、分析力学基础、机械振动基础等内容。本书注重叙述分析问题、解决问题的思路及方法。书中例题类型多,每章均附有习题和参考答案,适用于课堂教学。

本书以力学的基本概念和原理为主线,体现培养应用型人才的教学特点,是编者在多年教学实践的基础上,结合国内外一些优秀教材的精华编写而成的。本书可作为高等学校工科机械、土建、水利和动力等专业理论力学课程的教材,也可作为高职高专、成人高校相应专业的自学和函授教材,还可作为相关专业工程技术人员的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/欧阳辉,李田军主编. —北京:北京大学出版社,2013.8

(21 世纪全国高等院校实用规划教材)

ISBN 978-7-301-22901-9

I. ①理… II. ①欧…②李… III. ①理论力学—高等学校—教材 IV. ①O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 169067 号

书 名: 理论力学

著作责任者: 欧阳辉 李田军 主编

策 划 编 辑: 卢 东 吴 迪

责 任 编 辑: 伍大维

标 准 书 号: ISBN 978-7-301-22901-9/TU·0349

出 版 发 行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> 新浪官方微博: @北京大学出版社

电 子 信 箱: pup_6@163.com

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62750667 出版部 62754962

印 刷 者: 北京世知印务有限公司

经 销 者: 新华书店

787 毫米×1092 毫米 16 开本 24 印张 563 千字

2013 年 8 月第 1 版 2013 年 8 月第 1 次印刷

定 价: 48.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话: 010-62752024 电子信箱: fd@pup.pku.edu.cn

前 言

理论力学是高等院校工科类专业一门必修的专业基础课，主要研究物体机械运动的一般规律及其在工程中的实际应用问题。其中的概念、理论和方法既可用于解决现代科技问题，又是其他专业课程的基础。

本书是为满足 21 世纪对大学生素质拓展的需要，在张建民教授、白景岭教授编写的《理论力学》(中国地质大学出版社，2000)的基础上，根据教育部非力学专业力学基础课程教学指导分委员会对理论力学课程的最新基本要求(多学时)编写而成。本书坚持理论严谨、逻辑清晰、由浅入深的原则，同时注重工程实践，加大实践教学内容。

本书在编写过程中，收集了有关院校的教学内容和课程体系改革的成果，又吸收了各编者的教学经验和教学改革成果。本书力求概念清晰、论证严谨、叙述简要，在阐明基本概念和基本理论的基础上，为突出工程实例，书中列举了较多实例。本书在内容编排上，按照科学的教学体系顺序编排：静力学、运动学、动力学三大基本定理、达朗贝尔原理、虚位移原理、分析力学基础、机械振动基础，尽量做到各章知识点融会贯通，系统完整。

学生在学习理论力学中普遍感到的困难是在于如何独立地解题，针对这一问题，在各章节中选用了较多的有代表性的例题，例题编排由易到难，并适度增加了综合性练习，在习题中体现基本理论和方法的应用。本书各章后均有习题，便于学生对知识的回顾和总结。

全书由中国地质大学(武汉)理论力学教研组编写，其中欧阳辉、李田军担任主编，石奎、周丽珍、孙艳、张伟丽担任副主编。教材编写工作分工如下：周丽珍(第 1 章、第 2 章)，张伟丽(第 3 章、第 4 章)，孙艳(第 5 章、第 7 章)，石奎(第 6 章、第 8 章)，李田军(第 9 章、第 12 章、第 14 章)，欧阳辉(绪论、第 10 章、第 11 章、第 13 章、第 15 章、第 16 章)。全书由欧阳辉和李田军统稿。

本书的编写和出版，得到北京大学出版社的大力支持和帮助，谨此致以衷心的感谢，书中参考和引用了一些相关教材，谨向所有相关作者致谢。

本书适用于高等工科院校土建、机械、交通、水利、动力、航空航天等专业使用，也可供其他专业选用，或作为自学、函授教材。

由于编者的水平和条件有限，书中疏漏和不足之处在所难免，恳请广大读者批评和指正，以使本书不断提高和完善。

编 者

2013 年 3 月

目 录

绪论	1
----------	---

第一篇 静力学	3
---------------	---

引言	4
----------	---

第 1 章 静力学公理和物体的受力分析	5
---------------------------	---

§ 1-1 静力学公理	6
-------------------	---

§ 1-2 约束与约束反力	8
---------------------	---

§ 1-3 物体的受力分析和受力图	14
-------------------------	----

习题	17
----------	----

第 2 章 平面力系	21
------------------	----

§ 2-1 平面汇交力系	22
--------------------	----

§ 2-2 平面力对点的矩及平面力偶系	27
---------------------------	----

§ 2-3 平面任意力系的简化	32
-----------------------	----

§ 2-4 平面任意力系的平衡条件及平衡方程	38
------------------------------	----

§ 2-5 物体系统的平衡、静定与超静定问题	40
------------------------------	----

§ 2-6 平面简单桁架的内力计算	44
-------------------------	----

习题	49
----------	----

第 3 章 空间力系	58
------------------	----

§ 3-1 空间汇交力系	59
--------------------	----

§ 3-2 力对轴的矩与力对点的矩	61
-------------------------	----

§ 3-3 空间力偶理论	62
--------------------	----

§ 3-4 空间任意力系的简化	64
-----------------------	----

§ 3-5 空间任意力系平衡方程及其应用	67
----------------------------	----

§ 3-6 重心	72
----------------	----

习题	78
----------	----

第 4 章 摩擦	83
----------------	----

§ 4-1 滑动摩擦	84
------------------	----

§ 4-2 摩擦角和自锁现象	86
----------------------	----

§ 4-3 考虑摩擦时物体的平衡问题	87
--------------------------	----

§ 4-4 滚动摩阻	91
------------------	----

习题	94
----------	----

第二篇 运动学	99
---------------	----

引言	100
----------	-----

第 5 章 点的运动学	101
-------------------	-----

§ 5-1 用矢量法研究点的运动	102
------------------------	-----

§ 5-2 用直角坐标法研究点的运动	103
--------------------------	-----

§ 5-3 用自然法研究点的运动	107
------------------------	-----

习题	112
----------	-----

第 6 章 刚体的简单运动	115
---------------------	-----

§ 6-1 刚体的平行移动	116
---------------------	-----

§ 6-2 刚体的定轴转动	117
---------------------	-----

§ 6-3 转动刚体内各点的速度与加速度	118
----------------------------	-----

§ 6-4 定轴轮系的传动问题	120
-----------------------	-----

§ 6-5 角速度与角加速度的矢量表示	123
---------------------------	-----

习题	124
----------	-----

第 7 章 点的合成运动	127
--------------------	-----

§ 7-1 点的合成运动的概念	128
-----------------------	-----

§ 7-2 点的速度合成定理	130
----------------------	-----

§ 7-3 点的加速度合成定理	133
-----------------------	-----

习题	142
----------	-----

第 8 章 刚体的平面运动	146
---------------------	-----

§ 8-1 概述	146
----------------	-----

§ 8-2 平面图形内各点的速度分析——基点法	147
-------------------------------	-----

§ 8-3 平面图形内各点的速度分析—— 瞬心法	150	§ 12-5 势力场·势能·机械能守恒 定律	253
§ 8-4 平面图形内各点的加速度分析—— 基点法	153	§ 12-6 基本定理的综合应用	260
§ 8-5 刚体绕平行轴转动的合成 ...	155	习题	266
§ 8-6 运动学综合应用	157	第 13 章 达朗贝尔原理	273
习题	161	§ 13-1 惯性力·质点的达朗贝尔 原理	274
第三篇 动力学	167	§ 13-2 质点系的达朗贝尔原理	276
引言	168	§ 13-3 刚体惯性力系的简化	280
第 9 章 质点动力学的基本方程	169	§ 13-4 绕定轴转动刚体的轴承 动约束力	285
§ 9-1 动力学的基本定律	170	习题	289
§ 9-2 质点的运动微分方程	172	第 14 章 虚位移原理	293
§ 9-3 质点动力学的两类基本 问题	173	§ 14-1 约束·虚位移·虚功	294
习题	180	§ 14-2 虚位移原理及其应用	299
第 10 章 动量定理	184	习题	304
§ 10-1 质量中心·动量和冲量	185	第 15 章 分析力学基础	308
§ 10-2 质点和质点系动量定理	188	§ 15-1 自由度和广义坐标	309
§ 10-3 质心运动定理	194	§ 15-2 以广义坐标表示的质点系平衡 条件	310
习题	197	§ 15-3 动力学普遍方程	314
第 11 章 动量矩定理	202	§ 15-4 第二类拉格朗日方程	318
§ 11-1 转动惯量	203	§ 15-5 拉格朗日方程的积分	323
§ 11-2 质点和质点系的动量矩	210	习题	326
§ 11-3 质点和质点系的动量矩 定理	213	第 16 章 机械振动基础	330
§ 11-4 刚体绕定轴转动微分 方程	218	§ 16-1 单自由度系统的自由振动 ...	331
§ 11-5 质点系相对于质心的动量矩 定理	220	§ 16-2 计算系统固有频率的 能量法	338
§ 11-6 刚体平面运动微分方程	221	§ 16-3 单自由度系统有阻尼的自由 振动	342
习题	229	§ 16-4 单自由度系统的受迫振动 ...	347
第 12 章 动能定理	235	§ 16-5 减振与隔振的概念	353
§ 12-1 力的功	236	习题	356
§ 12-2 质点和质点系的动能	241	附录 主要符号参照表	361
§ 12-3 质点和质点系的动能定理 ...	245	部分习题参考答案	362
§ 12-4 功率·功率方程·机械 效率	251	参考文献	375

绪 论

1. 理论力学的研究对象

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。

机械运动是指物体的空间位置随时间的变动。如天体的运行, 车辆、船只的行驶, 各种机器的运转, 空气、河水的流动等。平衡则是机械运动的特殊情况。

现代哲学指出, 运动是物质存在的形式, 是物质的固有属性, 它包括宇宙中所发生的一切变化与过程。因此, 物质的运动形式是多种多样的。除机械运动外, 物理中的发热、发光和电磁现象, 化学中的化合与分解, 以及人的思维活动等都是物质的运动形式。在多种多样的运动形式中, 机械运动是自然界和工程中最常见、最简单的一种。而在更为高级和复杂的运动中, 往往也会伴随着机械运动。因此, 理论力学的概念、规律和方法在一定程度上也被应用于自然科学的其他领域中, 对它们的发展起到了积极的作用。

理论力学所研究的内容是以伽利略和牛顿所建立的基本定律为基础的, 属于古典力学范畴。牛顿认为空间和时间是“绝对的”, 与物体的运动无关。这种把空间、时间与物质运动完全割裂开来的观点是形而上学的, 宇宙间根本不存在脱离物质运动的绝对空间和绝对时间。近代物理已经证明, 空间、时间以至质量都和物体的运动速度有关, 只有当物体的运动速度远小于光速时, 物体的速度对空间、时间和质量的影响才是微不足道的。因此, 古典力学适用范围在两方面受到限制, 一是研究物体的运动速度远小于光速($3 \times 10^8 \text{ m/s}$); 二是研究的运动对象不能太小, 系统作用量(能量 $\times$ 时间)远大于普朗克常数($6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)。古典力学的重大发展是相对论力学和量子力学, 相对论力学建立了新的时空观和物体高速运动的规律, 量子力学建立了微观粒子运动规律的理论。如果物体的速度接近于光速, 或所研究的现象涉及物质的微观世界, 则需应用相对论力学或量子力学。在全部科学中, 古典力学最能成功地把来自经验的物理理论, 系统地表达成数学抽象的简明形式(定律), 从而在一定程度上奠定了科学大厦的基础。在一般工程实际问题中, 即使是一些尖端技术, 如火箭、宇宙航行等, 我们研究的也还是宏观物体的低速(与光速比较)运动, 古典力学仍然是既方便又足够精确的理论, 一直未失去其应用价值。

为了便于研究, 理论力学分为以下三部分。

静力学——研究物体平衡时作用力之间的关系, 同时研究力的一般性质及其合成法则。

运动学——研究运动物体的几何性质(如轨迹、速度和加速度等), 而不考虑作用于物体上的力。

动力学——研究作用于物体上的力与运动变化之间的关系。

2. 理论力学的研究方法

研究科学的过程, 就是认识客观世界的过程, 任何正确的科学研究方法, 一定要符合

辩证唯物主义的认识论。任何一门科学的研究方法都不能离开认识过程的客观规律，理论力学也必须遵循这个正确的认识规律进行研究和发展的。概括地说，理论力学的研究方法是从对事物的观察、实践和科学实验出发，经过分析、综合归纳和抽象化，建立力学模型，形成力学最基本的概念和定律；在基本定律的基础上，经过逻辑推理和数学演绎，得出具有物理意义和实用意义的结论和定理，从而将通过实践得来的大量感性认识上升为理性认识，构成力学的理论体系；然后再回到实践中验证理论的正确性，并在更高的水平上指导实践，同时从这个过程中获得新的认识，再进一步完善和发展理论力学。

理论力学有着严密的逻辑系统，它与数学的关系非常密切，数学不仅是推理的工具，同时还是计算的工具。力学现象之间的关系总是通过数量表示的。因此，计算技术在力学的应用和发展上有巨大的作用。现代电子计算机的出现，为计算技术在工程技术问题中的应用开辟了广阔的前景，大大促进了数学在力学中的应用。处理力学问题的一般途径是：先将所研究的问题抽象为力学模型，这些模型既要能反映问题的矛盾主体，又要便于求解；再按力学的基本原理和各力学量间的数学关系建立方程；然后运用一定的数学工具求解；最后根据具体问题，对数学解进行分析讨论，甚至确定取舍。其中，建立力学模型的抽象化过程是很重要的一步，它包含对所研究的问题和对象的认真周密的观察和了解，确定问题的要点，忽略问题的次要因素，用一个理想的模型来反映客观事物的本质。当然，力学模型的建立也并非绝对的。同一事物，同一问题，由于在不同情况下着重反映它本质的不同方面，因而也就可能建立起不同的力学模型。

3. 理论力学的学习目的

既然机械运动是自然界和工程中最常见的一种运动，那么也就不难理解理论力学对现代自然科学和工程技术起着何等重要的作用。我们掌握了物体机械运动的规律，就可以解决在工程上所遇到的有关问题。当然，有些工程问题可以直接应用理论力学的基本理论去解决，有些则需要用理论力学和其他专门知识来共同解决。因此，学习理论力学可以为解决工程问题打下一定的基础。

因为理论力学是现代工程技术的基础，所以它是工科院校各专业的教学计划中的一门重要的技术基础课，是学习一系列后续课程的基础。例如，材料力学、机械原理、机械设计、结构力学、弹塑性力学、流体力学、飞行力学、振动理论以及许多专业课程等，都要以理论力学为基础。另外，随着现代科学技术的发展，力学与其他学科相互渗透，形成了许多边缘学科，它们也都是以理论力学为基础的。可见，学习理论力学也有助于学习其他的基础理论，掌握新的科学技术。

理论力学的理论来源于实践又服务于实践，既抽象又紧密联系实际，而且系统性和逻辑性很强。理论力学的分析和研究方法在科学研究中有一定的典型性，有助于培养学生对工程实际问题抽象、简化和正确地进行分析的能力；有助于培养学生的辩证唯物主义世界观，培养其逻辑思维和分析问题的能力；有助于培养学生树立正确的思想方法，并能自觉地运用科学规律来改造自然，提高分析问题和解决问题的能力，为以后参加生产实践和从事科学研究打下良好的基础。

理论力学又是大多数工科专业的学生从纯数学、物理学科的学习过渡到专业学科的学习的过程中首先遇到的与工程技术有关的力学课程。通过学习，学生可初步懂得如何将工程问题简化，并应用基本原理来解决问题。同时，还可增强学生数学计算及表达的能力。

第一篇

静力学

引 言

静力学是研究物体在力的作用下平衡规律的科学。

静力学所考察的物体只限于刚体。刚体是指在力的作用下，物体内部任意两点之间的距离始终保持不变。实际上，任何物体受力作用时，多少会产生一些变形；但是许多物体受力后，变形非常小，对于研究的问题来说，可以忽略不计，因而可看作刚体。因此，刚体只是实际物体理想化了的力学模型。

平衡是指物体相对于惯性参考系处于静止或匀速直线运动状态。平衡是物体机械运动的一种特殊状态。在工程技术问题中，常把固联于地球上的参考系视为惯性参考系。这样，平衡就是指物体相对地球处于静止或匀速直线运动的状态。

力是物体间的相互机械作用，这种作用使物体运动状态发生变化，或使物体变形。使物体运动状态发生变化的效应，称为力对物体的外效应（也称为运动效应）；使物体发生变形的效应，称为力对物体的内效应（也称为变形效应）。理论力学只研究力对物体的外效应，至于力对物体的内效应将在材料力学等学科中讨论。

力对物体的作用效果决定于三个要素：①力的大小；②力的方向；③力的作用点。故力应以矢量表示，本书中用黑斜体字母 $\boldsymbol{F}$ 表示力矢量，而普通字母 F 表示力的大小。在国际单位制中，力的单位是 N 或 kN。

一般将集中作用于一点的力称为集中力。实际上，任何物体间的作用力都分布在有限的面积上，称为分布力。分布力作用的强度用单位面积上力的大小 $q(\text{N}/\text{m}^2)$ 来度量，称为荷载集度。集中力在实际中是不存在的，它是分布力的理想化模型。

一个物体上受到的力常常不是一个，而是一群力，这一群力称为力系。若力系满足某些条件，使物体处于平衡状态，则这些条件称为平衡条件，而该力系则称为平衡力系。静力学研究物体的平衡规律，实际上就是研究作用于物体上力系的平衡规律。

如果一个力系作用于物体的效果与另一个力系作用于该物体的效果相同，则这两个力系称为等效力系。在工程实际中，作用于物体上的力系一般比较复杂，为了弄清它对物体的总效应，常用一个与其等效的简单力系来替代，这就是力系的简化。根据对简化结果分析，就可得到力系的平衡条件。

力偶是由两个大小相等、方向相反、作用线不重合的平行力组成的力系。两个等值反向平行力的矢量和等于零，但是由于它们不共线而不能相互平衡，它们能使物体改变转动状态。组成力偶的两个力，既不能合成一个力，也不能与一个力等效。力偶和力一样，是力学的基本要素。

综上所述，在静力学里着重研究以下三个问题。

1) 物体的受力分析

物体的受力分析即分析物体共受几个力，以及每个力的作用位置、大小和方向。分析物体所受的力，画出它的受力图，是解决静力学问题的一个重要步骤，也是本课程的基本训练之一。

2) 力系的等效替换

如前所述，力系的等效替换(或简化)，就是用一个与之等效的更为简单的力系来替代原力系。如果某个力系与一个力等效，则此力称为该力系的合力，而该力系的各力称为该力的分力。研究力系等效替换也是为动力学提供基础。

3) 建立力系的平衡条件

当物体处于平衡状态时，作用在物体上的各种力系必须满足一定的条件。求得各种力系的平衡条件，阐明物体受力分析和求解的方法，是本课程的基本任务。

第1章

静力学公理和物体的受力分析

教学目标

本章主要介绍静力学的基本公理，研究工程中常见的约束和约束反力，最后介绍物体的受力分析。通过本章学习，应达到以下目标。

- (1) 理解力、刚体、平衡和约束等重要概念。
- (2) 深入理解静力学公理。
- (3) 掌握约束的概念和各种约束的性质。
- (4) 熟练地对单个物体与物体系进行受力分析。



引例

桥是架设在江河湖海上，使车辆行人等能顺利通行的建筑物。桥梁按照结构体系划分，有梁式桥、拱桥、刚架桥、悬索承重(悬索桥、斜拉桥)四种基本体系。



桥梁结构的受力分析直接关系到桥梁的稳固性，对桥梁的安全运行有着非常重要的意义，由于各种结构的桥梁受力的部位不同，重量分布的设计也不同，因此对于不同类型结构的桥梁也要分析不同的内容，不同结构的桥梁受力分析也具有自身的特点。设计离不开对桥梁的受力分析。

斜拉桥是将梁用若干根斜拉索拉在塔柱上的桥。它由梁、斜拉索和塔柱三部分组成。索塔的两侧是对称的斜拉索，通过斜拉索将索塔主梁连接在一起。桥梁的重力是如何传递到桥墩的？必须要对桥梁进行相应的受力分析。

斜拉索受到主梁的重力作用，对索塔产生对称的沿着斜拉索方向的拉力，根据受力分析，左边的力可以分解为水平向左的一个力和竖直向下的一个力；同样的右边的力可以分解为水平向右的一个力和竖直向下的一个力；由于这两个力是对称的，所以水平向左和水平向右的两个力互相抵消了，最终主梁的重力成为对索塔的竖直向下的两个力，这样，力又传给索塔下面的桥墩了。

静力学在工程技术中有着广泛的应用。例如,设计各种工程结构的构件(如梁、桥墩、屋架等)时,要用静力学的理论进行受力和计算。在机械工程设计中,常常也要应用静力学的知识分析机械零部件的受力情况,作为强度计算的依据。对于一些运转速度缓慢或其速度变化不大的零部件的受力分析,通常都可简化为平衡问题来处理。静力学中的力系简化理论和物体受力分析的方法在动力学和其他学科中也有应用。

静力学全部理论都可以由五个公理推证得到,这既能保证理论体系的完整性和严密性,又可以培养读者的逻辑思维能力。

§ 1-1 静力学公理

静力学的理论是建立在静力学公理基础之上的。这些公理是人们在长期生活和生产活动中积累的经验总结,并经过反复实践所证明是正确的。下面讲述这些公理。

公理 1 二力平衡公理

作用于同一刚体上的两个力,使刚体处于平衡的充分与必要条件是:这两个力的大小相等、方向相反、作用线相同。

如图 1-1 所示,若 F_1 、 F_2 沿 AB 线作用,且 $F_1 = -F_2$, 则此二力平衡。

该公理阐述了作用于刚体上最简单力系的平衡条件。应当指出,这个公理对于刚体来说是充分与必要的,但对于变形体就不是充分的。例如,软绳的两端受两个等值、反向的拉力可以平衡,而受两个等值反向的压力时就不能平衡。

根据二力平衡公理,受两个力作用处于平衡的杆件(构件)称为二力杆(构件)。

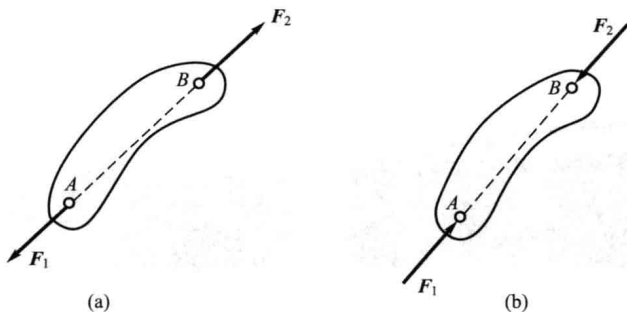


图 1-1

公理 2 加减平衡力系公理

在作用于刚体上的已知力系中,加上或减去任意一个平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用效果。

这个公理是研究力系简化的重要依据,其正确性是显而易见的,因为平衡力系中各力对刚体作用的总效应等于零,它不能改变其平衡或运动状态。

推论 1 力的可传性原理

作用在刚体上的力可沿其作用线移动到刚体内任意一点,而不改变该力对刚体的作用。

证明：设力 F 作用于刚体上的 A 点，如图 1-2(a) 所示。在力 F 的作用线上任取一点 B ，根据加减平衡力系公理，在 B 点加上一对平衡力 F_1 和 F_2 ，使 $F = F_1 = -F_2$ ，如图 1-2(b) 所示。由于 F 和 F_2 也是一个平衡力系，可以将其减去，这样就只剩下一个作用于 B 点的力 F_1 。于是，原来作用在 A 点的力 F 与 B 点的力 F_1 等效。

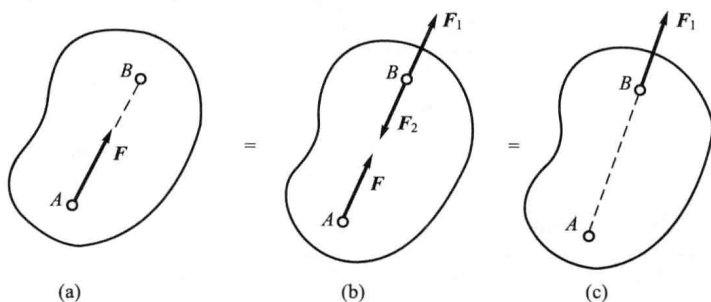


图 1-2

由此可见，对刚体而言，力的作用点不是决定力对物体作用效果的要素，其已被作用线所代替。故作用在刚体上的力的三要素是力的大小、方向和作用线。作用于刚体上的力可以沿其作用线移动，这种矢量称为滑动矢量。

应当指出，加减平衡力系公理只适用于刚体。对于需要考虑变形的物体则不再适用，因为加上或减去平衡力系后，物体的形状和内力都将发生变化。

公理 3 力的平行四边形公理

作用于物体同一点的两个力可以合成为作用于该点的一个合力，合力的大小和方向可由这两个力组成的平行四边形的对角线确定。

设在物体上 A 点作用两个力 F_1 和 F_2 ，如图 1-3(a) 所示。合力 F_R 可写成矢量和(几何和)的形式：

$$F_R = F_1 + F_2 \quad (1-1)$$

实际上只需画出平行四边形的一半，例如，只画出三角形 ACD 即可了，如图 1-3(b) 所示。从力 F_1 的矢量 AD 的终点 D ，作力 F_2 的矢量 DC ，连接 A 、 C 两点，即得到合力的矢量 AC 。三角形 ADC 称为力三角形；而这种求两个共点力合力的方法称为力的三角形法则。

公理 3 是复杂力系简化的重要基础。

推论 2 三力平衡汇交定理

刚体在三力作用下处于平衡时，如其中两个力的作用线相交于一点，则第三个力的作用线必通过该交点，且三力共面。

证明：设在刚体上 A 、 B 、 C 三点分别作用有力 F_1 、 F_2 、 F_3 (图 1-4)，其中 F_1 和 F_2 的作用线交于 O 点，刚体在此三力作用下平衡。根据力的可传性原理，可将 F_1 、 F_2 分别从 A 点和 B 点移到 O 点，再根据力的平行四边形公理，将这两个力合成为 F_{12} 。显然，刚体在 F_{12} 和 F_3 作用下平衡。根据二力平衡公理， F_{12} 与 F_3 必共线，即 F_3 的作用线通过 O 点。另外，由 F_1 、 F_2 、 F_{12} 共面可看出， F_1 、 F_2 和 F_3 共面。定理得证。

三力平衡汇交定理常常用来确定刚体在三个力作用下平衡时，其中未知力的方向。

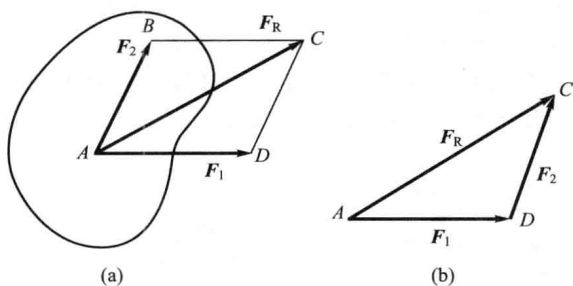


图 1-3

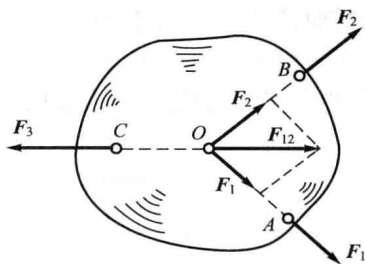


图 1-4

公理 4 作用与反作用定律

两个物体间的作用力与反作用力总是大小相等，方向相反，作用线相同，并分别作用在两个物体上。

这个公理概括了自然界中任何两物体间相互作用的关系，揭示了力总是成对出现，即有作用力必有反作用力这一普遍规律。它不仅适用于物体处于静止状态，也适用于物体处于各种运动状态的情况。

应该注意，尽管作用力与反作用力大小相等，方向相反，沿同一直线，但它们并不互成平衡，更不能把这个定律与二力平衡公理混淆起来。因为作用力和反作用力不是作用在同一物体上。

公理 5 刚化原理

变形体在某力系作用下处于平衡，如将此变形体刚化为刚体，其平衡状态不变。

这个公理提供了把变形体看作为刚体模型的条件，表明变形体平衡时其上作用力所满足的条件服从刚体的平衡条件。这样，可利用刚体的平衡条件来处理变形体的平衡问题。例如，柔性绳在两端的拉力 F_1 和 F_2 作用下处于平衡，根据刚化原理，将柔性绳刚化为刚性杆，该杆在原来的 F_1 和 F_2 作用下仍处于平衡 [图 1-5(a)]。但是，柔性绳两端作用有等值、反向且共线的二力，如果二力是指向绳内的压力，则绳将失去平衡 [图 1-5(b)]。

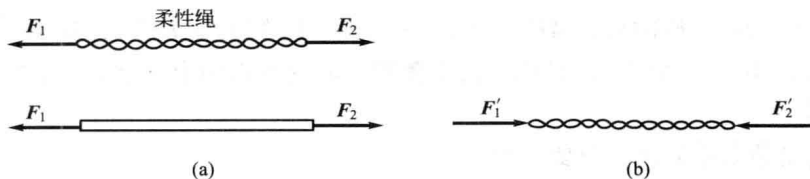


图 1-5

由此可见，刚体的平衡条件只是变形体平衡的必要条件而不是充分条件。在刚体静力学的基础上，考虑变形体的特性，可进一步研究变形体的平衡问题。

§ 1-2 约束与约束反力

力是物体间的相互机械作用，当分析某物体上作用的各个力时，需要了解该物体与周

围其他物体相互作用的形式和连接方式。按照是否与其他物体有无直接接触而把物体分为两类。

(1) 自由体。凡是位移不受任何限制，可以在空间作任意运动的物体称为自由体。例如，在空中飞行的飞机、导弹、卫星等。

(2) 非自由体。位移受到限制的物体称为非自由体。在工程实际中，许多物体都是非自由体，如钻机的钻杆、机床的刀具、工程构架、起重机吊索上悬挂的重物等，在空间的位移都受到一定的限制。

凡是限制某物体位移的其他物体称为该物体的约束。在静力学中所遇到的约束都是由非自由体相互连接或直接接触而构成的。例如，车床的刀具受刀架的限制不能任意移动，吊索上的重物受钢索限制而不能下落，这里的刀架、吊索等对于车刀、重物都是约束。

既然约束限制了物体的运动，也就改变了物体的运动状态，所以约束对物体的作用实质上就是力的作用。约束作用于被约束物体上的力称为约束反力，简称反力。因此，约束反力的作用点是约束与物体的接触点，约束反力的方向必然与约束阻碍物体位移的方向相反，这是判断约束反力方向的基本方法。

至于约束反力的大小，一般是未知的，可以通过与物体上受到的其他力组成平衡力系，由平衡条件求出。除了约束反力外，作用在非自由体上的力还有重力、气体压力、电磁力等，这些力并不取决于物体上的其他力，称为主动力。约束反力多由主动力所引起，由于其取决于主动力，故又称为被动力。

无论在静力学还是在动力学中，对物体进行受力分析的重要内容之一是要正确地表示出约束反力的作用线或指向，它们都与约束的性质有关。工程实际中的约束类型是多种多样的，接触处的状况千差万别，但是可以将它们归纳为几类典型约束，通过分析每一类约束的特点，以掌握它们的约束反力的特征。下面介绍几种典型约束和确定其约束反力的方法。

1. 光滑面约束

物体与约束的接触面如果是光滑的，即它们的摩擦可以忽略时，约束不能阻止物体沿接触面切线方向的位移，而只是限制被约束物体沿接触面公法线趋向约束内部的位移，因此，光滑接触面的约束反力是作用在接触点处，沿着公法线而指向被约束物体。这种约束反力又称为法向反力。如图 1-6(a) 所示，光滑固定曲面和斜面给圆柱的法向反力 F_{NA} 和 F_{NB} ；在图 1-6(b) 中，板位于固定槽内，板与槽在 A、B、D 三点接触，如果接触处均是光滑的，它们的约束反力分别为 F_{NA} 、 F_{NB} 、 F_{ND} 。



图 1-6

2. 柔索约束

由绳索、链条、皮带、钢丝绳等所构成的约束统称为柔索约束。由于柔索本身只能承受拉力，即柔索只能限制物体沿柔索伸长方向的位移，因此，柔索约束对物体的约束反力作用在与物体的接触点上，沿着柔索背离物体。如图 1-7 所示，用链条 AB 和 AC 悬吊的重物，链条 AB 和 AC(都为重物的约束)给重物的拉力(即约束反力)分别为 F_B 和 F_C [图 1-7(b)]。又如图 1-8(a)所示的皮带轮传动系统，上、下两段皮带分别作用在两轮的拉力(约束反力)为 F_1 、 F_2 和 F'_1 、 F'_2 ，它们的方向沿着皮带(与轮相切)而背离皮带轮 [图 1-8(b)]。

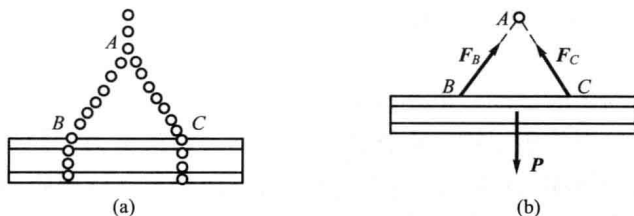


图 1-7

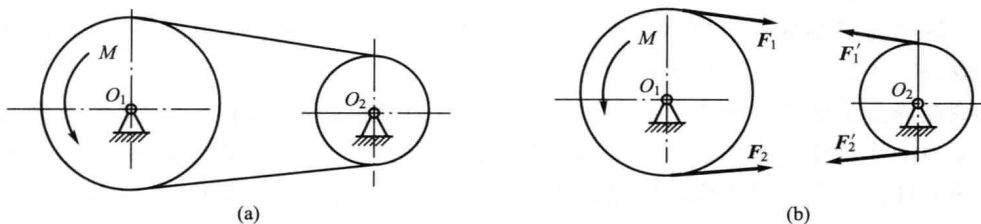


图 1-8

3. 光滑铰链约束

1) 光滑圆柱铰链

光滑圆柱铰链在工程结构和机械中通常用来连接构件或零部件。如图 1-9(a)所示，在物体 A 和物体 B 上各钻一直径相同的圆孔，用一圆柱销钉 C 将它们连接起来，如图 1-9(b)因此，此种装置称为圆柱铰链，简称铰链，并用简图 1-9(c)表示。

如果不计摩擦，销钉只能阻碍两构件在垂直于销钉轴线的平面内任意方向的相对移动，但不能阻碍两构件绕销钉轴作相对转动。当忽略摩擦时，销钉与构件光滑接触，则销钉作用在构件上的约束力应通过接触点，沿公法线指向构件，如图 1-9(d)中的 F_{NC} 。当主动力尚未确定时，接触点的位置不能事先确定，光滑铰链的约束反力方向不定，但作用线必垂直于轴线并通过铰链中心。这样一个方向不能预先确定的约束反力，可用两个通过销钉轴心并垂直于轴线，大小未知的正交分力 F_{Cx} 、 F_{Cy} 来表示，如图 1-9(e)所示，两分力的指向可以任意假设。

2) 固定铰链支座

若将物体 A 用一铰链与支座 B 相连，而支座 B 固定在不动的支承面上，则这种约束称为固定铰链支座，简称为铰支座，如图 1-10(a)所示。

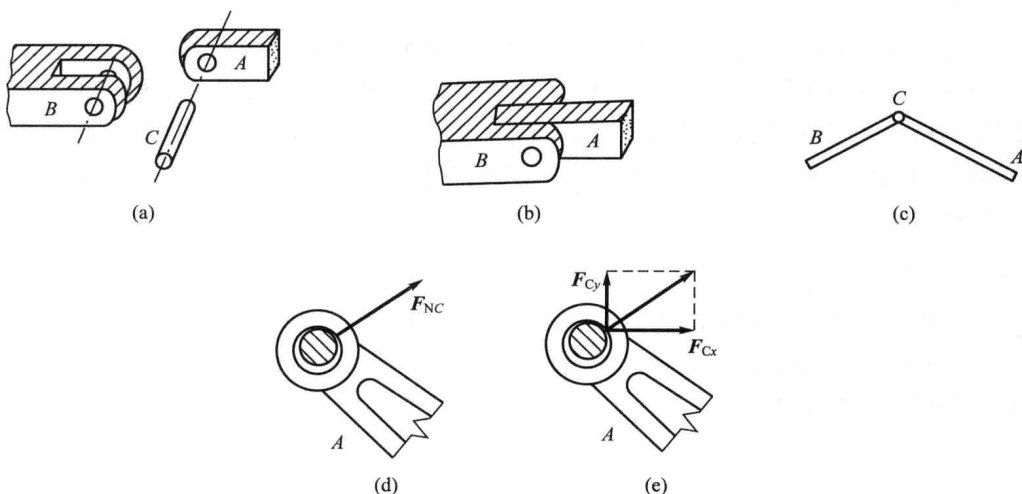


图 1-9

固定铰链支座与光滑圆柱铰链具有同样的约束，即接触点的位置不能预先确定，约束反力方向不定，但必通过铰链中心并垂直于销钉轴线。如图 1-10(b)、(c)所示，也可将反力 F_O 分解为互相垂直的两个分力 F_{Ox} 和 F_{Oy} 。

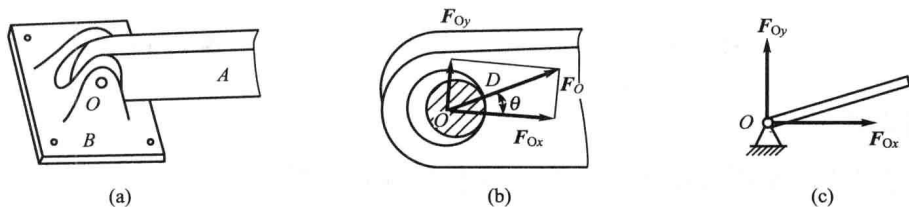


图 1-10

3) 向心轴承

机器中的常见的向心轴承(也称为**径向轴承**)装置如图 1-11(a)、(b)所示，可画成如图 1-11(c)所示的简图。轴可以在孔内任意转动，但限制转轴在垂直于轴线平面内任何方向的移动。忽略摩擦时，向心轴承约束与光滑圆柱铰链也具有同样的约束，即接触点的位置不能预先确定，约束反力方向不定，但必通过轴心并垂直于轴线。约束力也可用通过轴心垂直于轴线的两个相互垂直的分力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 来表示，如图 1-11(b)、(c)所示。

上述三种约束，它们的具体结构虽然不同，但构成约束的性质是相同的，一般通称为铰链约束，其特点是约束反力一般用两个大小未知的正交分力来表示。

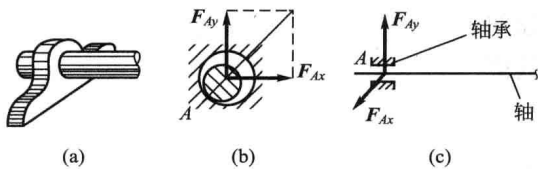


图 1-11