



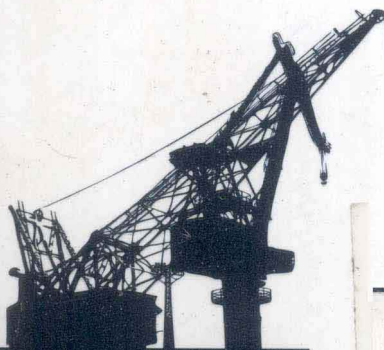
21世纪全国本科院校土木建筑类**创新型**应用人才培养规划教材

材料力学

主 编 章宝华 龚良贵
主 审 扶名福

赠送电子课件

- 省级精品课程配套教材，教学资源丰富
- 增加与其他力学课程衔接的内容
- 加入后续专业课及实际工程设计施工的有关内容



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

21 世纪全国本科院校土木建筑类创新型应用人才培养规划教材

材 料 力 学

主 编 章宝华 龚良贵
副主编 陈 莉
主 审 扶名福



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书是为适应应用型本科土建类和机械类专业的教学改革需要而编写的高等学校规划教材之一,也是江西省省级精品课程“材料力学”的配套教材。本书共分 13 章,主要包括:绪论及基本概念,轴向拉伸、压缩与剪切,截面的几何性质,扭转,弯曲内力,弯曲应力,弯曲变形,应力状态和强度理论,组合变形的强度计算,压杆稳定,能量法,构件的动荷载强度,构件的疲劳强度。本书各章均附有思考题和习题,最后还附有习题参考答案。

本书结构紧凑,语言简练,内容由浅入深,注意联系工程实际,便于教学和自学。本书在编写过程中力求突出以下特色。

(1) 注重与中学力学、大学力学系列课程的联系,适应高中新的课程改革。

(2) 注重与后续专业课和实际工程的联系,加强应用能力的培养。

(3) 注重知识的分类、分层,注重对材料力学研究和计算方法的培养。

本书可作为高等学校工科类本科各专业的教材,也可作为高职高专以及成人教育的教学用书,还可作为广大工程技术人员自学用书。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/章宝华, 龚良贵主编. —北京: 北京大学出版社, 2011. 8

(21 世纪全国本科院校土木建筑类创新型应用人才培养规划教材)

ISBN 978-7-301-19114-9

I. ①材… II. ①章…②龚… III. ①材料力学—高等学校—教材 IV. ①TB 301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 119053 号

书 名: 材料力学

著作责任者: 章宝华 龚良贵 主编

策 划 编 辑: 卢 东

责 任 编 辑: 卢 东

标 准 书 号: ISBN 978-7-301-19114-9/TU·0159

出 版 者: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> <http://www.pup6.com>

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62750667 出版部 62754962

电 子 邮 箱: pup_6@163.com

印 刷 者: 北京飞达印刷有限责任公司

发 行 者: 北京大学出版社

经 销 者: 新华书店

787 毫米×1092 毫米 16 开本 19 印张 443 千字

2011 年 8 月第 1 版 2011 年 8 月第 1 次印刷

定 价: 36.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话: 010-62752024

电子邮箱: fd@pup.pku.edu.cn

前 言

本书是为适应应用型本科土建类和机械类专业的教学改革需要而编写的高等学校规划教材之一，也是江西省省级精品课程“材料力学”的配套教材。

根据当前教育改革的要求，本书在编写过程中做了如下努力。

(1) 注重与中学力学、大学力学系列课程的联系，适应高中新的课程改革。

结合江西省高中新的课程改革的现状，在课程体系、教学内容上进行了改革和创新。把中学“物理”中的力学和大学“普通物理”中的力学、理论力学、材料力学、结构力学作为力学系列课程的一个相互连通的体系，增加了材料力学与其他力学课程衔接的内容，减少或删除了材料力学与其他力学课程衔接的重复的教学内容，删去了一些日常生活和工程实际中用处很小的内容，精简了次要内容。

(2) 注重与后续专业课和实际工程的联系，加强应用能力的培养。

在材料力学的教学内容、例题、思考题、习题设计中加入了后续专业课(如钢结构、基础工程、机械原理、机械设计等)及实际工程设计施工的有关内容，始终突出“理论联系实际”的方针，注重针对性、实用性和先进性。

(3) 注重知识的分类和分层，注重对材料力学研究和计算方法的培养。

在材料力学的例题、思考题、习题设计中把问题分成若干个类型，每种类型由浅入深，紧紧围绕专业和工程实际，注重培养学生学习和应用材料力学的能力。

(4) 在每章后面都附有小结、思考题和习题，在本书最后还附有习题参考答案，旨在指导学生学习，启发学生思考。

本书由章宝华、龚良贵担任主编，陈莉担任副主编。具体编写分工如下：第1章、第5章、第6章、第7章、第8章、第9章和附录由章宝华(南昌工程学院)编写；第2章、第4章、第10章、第12章和习题参考答案由龚良贵(南昌大学)编写；第3章、第11章和第13章由陈莉(南昌工程学院)编写。本书由章宝华统稿，扶名福(南昌工程学院)主审。

在本书的编写过程中，得到了南昌工程学院和南昌大学的大力支持，在此致以诚挚的谢意。

限于作者水平，加之时间仓促，书中难免存在缺点和不妥之处，恳请各位专家、同仁和广大读者批评指正。

编 者

2011年5月

主要符号

A	面积, 自由振动振幅	W	重量, 功
b	宽度	W_P	扭转截面系数
C	形心	W_z	弯曲截面系数
d	力偶臂, 直径, 距离	α	线膨胀系数
E	弹性模量	β	角
f	频率	θ	梁横截面的转角
F	力, 荷载	φ	相对扭转角
F_N	轴力	γ	切应变
F_{cr}	临界荷载	Δ	变形、位移
F_S	剪力	δ	厚度, 伸长率
G	切变模量	ε	线应变
h	高度	$\varepsilon_e, \varepsilon_p$	弹性应变, 塑性应变
I_P	极惯性矩	λ	柔度, 长细比, 频率比
I_y, I_z	截面对 y 轴, z 轴的惯性矩	μ	泊松比, 长度系数
k	弹簧刚度系数	σ	正应力
K	应力集中系数	σ_b	抗拉(压)强度
l, L	长度、跨度	σ_{bs}	挤压应力
m	质量	σ_{cr}	临界应力
M	外力偶矩, 弯矩	σ_e, σ_p	弹性极限, 比例极限
n	转速	σ_t, σ_c	拉应力, 压应力
P	功率	$\sigma_{0.2}$	条件屈服应力
q	分布荷载	σ_s	屈服极限
r, R	半径	τ	切应力
T	周期, 动能	$[\sigma]$	许用正应力
V_ε	应变能	$[\tau]$	许用切应力

目 录

第 1 章 绪论及基本概念 1

- 1.1 材料力学的研究对象 2
- 1.2 杆件的计算模型 2
- 1.3 杆件的基本变形和组合变形 3
- 1.4 材料力学的任务 5
- 1.5 内力、截面法和应力的概念 7
- 小结 10
- 思考题 11
- 习题 11

第 2 章 轴向拉伸、压缩与剪切 13

- 2.1 轴力及轴力图 14
- 2.2 轴向拉伸、压缩时的应力 16
- 2.3 轴向拉伸、压缩时的变形 19
- 2.4 轴向拉伸、压缩时材料的力学性能 21
- 2.5 轴向拉伸、压缩时的强度计算 ... 25
- 2.6 轴向拉伸、压缩时的应变能 28
- 2.7 轴向拉伸、压缩时的超静定问题 30
- 2.8 应力集中的概念 33
- 2.9 连接件的实用强度计算 33
- 小结 38
- 思考题 39
- 习题 40

第 3 章 截面的几何性质 48

- 3.1 截面的静矩(面积矩)和形心位置 49
- 3.2 惯性矩、极惯性矩和惯性积 53
- 3.3 组合截面的惯性矩和惯性积 56
- 3.4 截面的主惯性轴和主惯性矩 59
- 小结 62
- 思考题 65

习题 65

第 4 章 扭转 67

- 4.1 外力偶矩的计算、扭矩及扭矩图 68
- 4.2 薄壁圆筒的扭转 70
- 4.3 圆轴扭转时的应力和强度计算 ... 72
- 4.4 圆轴扭转时的变形和刚度计算 ... 77
- 4.5 圆轴扭转时的应变能 80
- 4.6 圆轴扭转时的超静定问题 81
- 4.7 非圆截面杆扭转的概念 82
- 小结 84
- 思考题 86
- 习题 87

第 5 章 弯曲内力 90

- 5.1 平面弯曲的概念及梁的计算简图 91
- 5.2 梁的剪力与弯矩、剪力图与弯矩图 92
- 5.3 剪力 $F_S(x)$ 、弯矩 $M(x)$ 与荷载集度 $q(x)$ 间的关系及其应用 99
- 5.4 作梁弯矩图的叠加法和分段叠加法 100
- 5.5 作梁剪力图与弯矩图的控制截面法(简易法) 102
- 5.6 平面刚架、斜梁和曲杆的内力图 104
- 小结 106
- 思考题 108
- 习题 108

第 6 章 弯曲应力 111

- 6.1 概述 112
- 6.2 梁横截面上的正应力和强度条件 112

6.3 梁横截面上的切应力和强度条件	120	10.3 压杆的临界应力及临界应力总图	207
6.4 提高梁弯曲强度的措施	125	10.4 压杆的稳定计算	210
小结	128	10.5 提高压杆稳定性的措施	213
思考题	129	小结	214
习题	130	思考题	215
第7章 弯曲变形	133	习题	215
7.1 概述	133	第11章 能量法	218
7.2 用积分法求梁的位移	134	11.1 应变能、余能	219
7.3 用叠加法求梁的位移	142	11.2 卡氏定理	228
7.4 梁的刚度计算和提高梁弯曲刚度的措施	144	11.3 用能量法解超静定问题	231
7.5 梁弯曲时的应变能	146	小结	232
7.6 简单超静定梁	147	思考题	233
小结	149	习题	234
思考题	150	第12章 构件的动荷载强度	236
习题	151	12.1 考虑惯性力时的应力计算	236
第8章 应力状态和强度理论	154	12.2 构件受冲击荷载时的应力和变形计算	240
8.1 应力状态的概念	155	12.3 提高构件抗冲击能力的措施	243
8.2 二向应力状态下的应力分析	157	12.4 冲击韧性	244
8.3 梁的主应力迹线	166	小结	245
8.4 三向应力状态下的应力分析	167	思考题	246
8.5 广义胡克定律	169	习题	247
8.6 强度理论及其应用	172	第13章 构件的疲劳强度	250
小结	178	13.1 交变应力与应力循环特性疲劳破坏的概念	251
思考题	181	13.2 疲劳极限及其测定	255
习题	181	13.3 影响构件疲劳极限的主要因素	258
第9章 组合变形的强度计算	184	13.4 对称循环下的疲劳强度计算	265
9.1 组合变形的概念	184	13.5 非对称循环下构件的疲劳强度计算	268
9.2 两相互垂直平面内的弯曲	186	小结	271
9.3 压缩(拉伸)与弯曲的组合	189	思考题	272
9.4 扭转与弯曲的组合	195	习题	272
小结	198	附录 型钢表	274
思考题	199	习题参考答案	287
习题	200	参考文献	294
第10章 压杆稳定	203		
10.1 压杆稳定的概念	203		
10.2 细长压杆的临界力	204		

第1章

绪论及基本概念

教学目标

了解材料力学的研究对象
熟练掌握变形固体的基本假设
掌握杆件的基本变形和组合变形的概念
理解杆件的强度、刚度和稳定性要求
了解材料力学的任务
掌握内力、截面法和应力的概念
掌握位移与应变的概念

教学要求

知识要点	能力要求	相关知识
杆件的计算模型	(1) 了解几何形状的简化 (2) 熟练掌握杆件材料的简化	连续函数的概念
杆件的基本变形和组合变形	(1) 理解轴向拉伸和压缩、剪切、扭转、弯曲的概念 (2) 理解组合变形的概念	叠加原理
内力、截面法和应力的概念	(1) 理解内力的概念 (2) 掌握截面法 (3) 理解应力的概念	微分的概念 极限的概念
位移与应变的概念	(1) 理解位移的概念 (2) 理解应变的概念	微分的概念 极限的概念



引言

材料力学是一门很重要的技术基础课，它与土建、机械、航空、交通、水利等工程密切相关，它在基础课和专业课之间起着桥梁作用。材料力学的研究对象主要是杆件。本章主要介绍杆件的基本变形和组合变形的概念，讲述内力、截面法和应力的概念，讲述强度、刚度和稳定性要求及材料力学的任务，为学习后续章节指明学习方向。

1.1 材料力学的研究对象

工程结构或机械的各组成部分，如建筑物的梁、板、柱和机械的传动轴、连杆等，统称为构件(element)。实际工程中，构件的几何形状是各种各样的，简化后可大致归纳为四种：杆(bar)、板(plate)、壳(shell)和块体(body)，如图 1.1 所示。

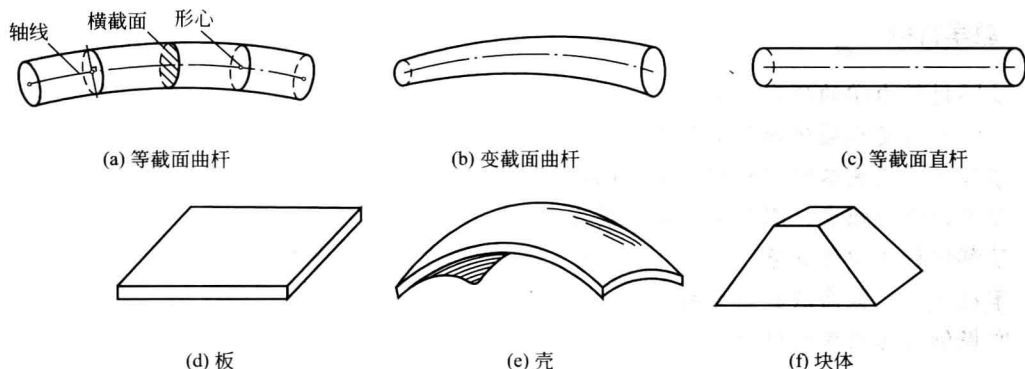


图 1.1 构件的几何形状

材料力学的研究对象主要是杆件(bar)。凡是长度方向尺寸远大于其他两个方向尺寸[一般 $l \geq 5b$ 且 $l \geq 5h$ (或 t)] 的构件均称为杆件，如建筑工程中的梁、柱及机械的传动轴，等均属于杆类。杆的几何形状可用其轴线(截面形心的连线)和垂直轴线的几何图形(横截面)表示[图 1.1(a)]。按轴线来分类，杆可分为直杆、曲杆和折杆。轴线为曲线的杆称为曲杆[图 1.1(a)、(b)]，轴线为直线的杆称为直杆[图 1.1(c)]，轴线为折线的杆称为折杆。按横截面来分类，杆件又可分为变截面(横截面是变化的)杆[图 1.1(b)]和等截面(各横截面均相同)杆[图 1.1(a)、(c)]。材料力学将着重讨论等截面直杆(等直杆)。

1.2 杆件的计算模型

实际工程结构或机械中的杆件几何形状、材料往往千差万别，要完全按实际工程结构或机械中的每一根杆件的实际情况进行力学分析，将是很困难的，也是不必要的。因此，在计算之前，往往需要对实际杆件加以简化，抓住杆件的主要特点，忽略对所研究问题影响不大的次要因素，用一个简化的计算模型来代替实际杆件。杆件的简化工作通常包括以下两个方面。

(1) 几何形状的简化：常以杆轴线和横截面表示杆件的几何形状。

(2) 杆件材料的简化：把组成杆件的材料视为均匀、连续的变形固体。在外力作用下，发生变形(包括形状和尺寸的改变)的固体称为变形固体(deformable body)或可变固体。变形固体的微观结构和性态都是很复杂的，在分析工程杆件的变形问题时，必须略去材料的次要性质，根据其主要性质作出假设，将它们抽象为一种理想模型。在材料力学中

对变形固体作出如下基本假设。

1) 连续性假设(Continuity Assumption)

认为组成固体的物质毫无空隙地充满了固体的整个体积。实际上,从物质结构上看,材料内部存在着不同程度的空隙。但由于构件的尺寸远远大于物质的基本粒子及粒子之间的间隙,这些间隙的存在,在宏观的研究中完全可以忽略不计。根据这一假设,物体的很多力学量可用其位置坐标的连续函数来表示。

2) 均匀性假设(Homogenization Assumption)

认为在固体内任何部分的力学性能都完全相同。实际上,就使用最多的金属来说,组成金属的各晶粒的力学性能并不完全相同。但因构件或构件的任一部分都包含为数极多的晶粒,而且无规则地排列,固体的力学性能是各晶粒的力学性能的统计平均值,所以可以认为各部分的力学性能是均匀的。物体的力学性能可用固体内任一部位切取单元体(一般长、宽、高分别为 dx 、 dy 、 dz 微分长度的正六面体)来研究。

3) 各向同性假设(Isotropy Assumption)

认为固体沿各个方向的力学性能完全相同,即单元体的切取不受方向的影响。具备这种属性的材料称为各向同性材料。对于均匀的非晶体材料,一般都是各向同性的。对于由晶粒组成的固体材料(如金属),沿不同方向晶粒的力学性能并不相同。但由于构件中包含的晶粒极多,而且各晶粒排列又无规则,在宏观的研究中,并不显示出方向的差异。因此,可以看成是各向同性的。常用的工程材料,如钢、铸铁、玻璃以及浇筑很好的混凝土等,都可以认为是各向同性材料。在各个方向上具有不同力学性能的材料称为各向异性材料,如木材、胶合板、纤维织品及纤维增强复合材料等。本书主要研究各向同性材料。

按照连续、均匀、各向同性假设而理想化了的变形固体称为理想变形固体。采用理想变形固体模型不仅使理论分析和计算得到了简化,而且计算所得的结果在大多数情况下能满足工程精度要求。

除以上三个基本假设外,本书中所研究的问题,仅限于变形的大小远小于构件的原始尺寸的情况。这样,在研究构件的平衡时,就可忽略构件的变形,而按变形前的原始尺寸进行分析计算,对变形的这一限制,称为小变形条件。

试验结果表明,如外力不超过一定限度,绝大多数材料在外力作用下都发生变形,在外力撤除后可恢复原状。但如外力过大,超过一定限度,则外力撤除后只能部分复原,而遗留下一部分不能消失的变形。随着外力撤除而消失的变形称为弹性变形;外力撤除后不能消失的变形称为塑性变形,也称为残余变形或永久变形。

综上所述,在材料力学中,是把组成杆件的材料视为均匀、连续的变形固体,且大多数情况下局限在小变形条件下和弹性变形范围内进行研究。

1.3 杆件的基本变形和组合变形

工程结构或机械中的杆件所受的外力是各种各样的,因此,杆件的变形也是多样的,但杆件变形总体可以归纳为拉、压、剪、扭、弯五种基本变形和由这几种基本变形产生的组合变形形式(如拉弯、压弯、拉扭、压扭、拉弯扭、压弯扭等)。下面介绍杆件基本变形

的受力特征和变形特征。

(1) 轴向拉伸和压缩(axial tension and compression)。杆件的轴向拉伸和压缩是工程中常见的一种变形。如图 1.2(a)所示的悬臂吊车, 在荷载 F 作用下, AC 杆受到 A 、 C 两端的拉力作用 [图 1.2(b)], BC 杆受到 B 、 C 两端的压力作用 [图 1.2(c)]。其受力特点是: 作用在杆件上的力, 其大小相等、方向相反, 作用线与杆件的轴线重合。在这种外力作用下, 其变形特点是: 杆件的长度发生伸长或缩短。工程实际中起吊重物的钢索、桁架的杆件、液压油缸的活塞杆等的变形, 都属于轴向拉伸或压缩变形。

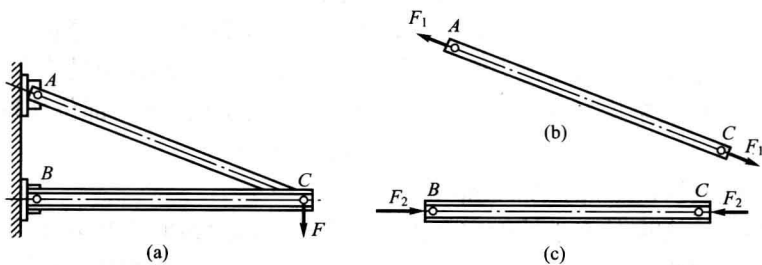


图 1.2 悬臂吊车

(2) 剪切(shear)。图 1.3(a)所示为一铆钉连接, 在力 F 作用下, 铆钉即受剪切。其受力特点是: 作用在构件两侧面上横向外力的合力大小相等、方向相反、作用线相距很近。在这种外力作用下, 其变形特点是: 两力间的横截面发生相对错动 [图 1.3(b)], 这种变形称为剪切变形。工程实际中常用的连接件, 如螺栓、键、销钉等都有可能产生剪切变形。

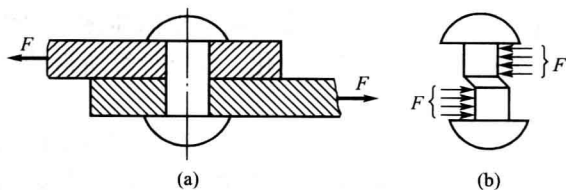


图 1.3 铆钉连接

(3) 扭转(torsion)。图 1.4 所示的汽车转向轴 AB 、图 1.5 所示的攻螺纹的丝锥等都是扭转变形的实例。

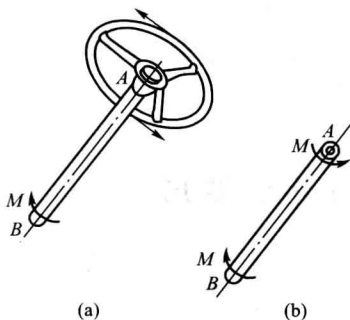


图 1.4 汽车转向轴

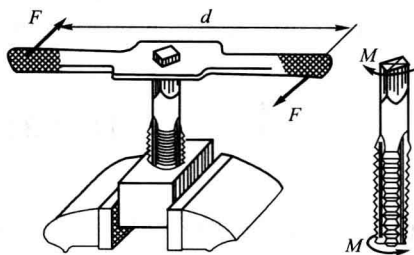


图 1.5 攻螺纹的丝锥

这些杆件的受力特点是：杆件两端受到两个在垂直于轴线平面内的力偶作用，两力偶大小相等、转向相反，计算简图可用图 1.6 表示。在这样一对力偶作用下，其变形特点是：各横截面绕轴线发生相对转动，这种变形称为扭转变形。此时，任意两横截面间有相对角位移，这种角位移称为扭转角，图 1.6 中 φ_{AB} 就是截面 B 相对于截面 A 的转角。以扭转变形为主要变形的杆件称为轴。

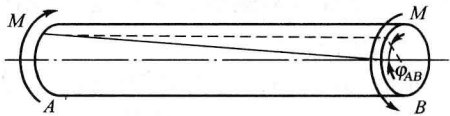
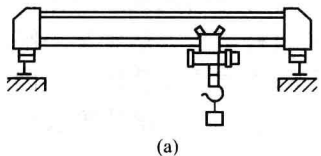
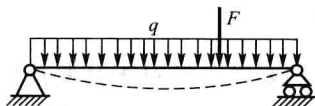


图 1.6 扭转杆件的计算简图

(4) 弯曲(bending)。图 1.7(a)所示的单梁吊车、图 1.8(a)所示的火车车轴等都是弯曲变形的实例。这些杆件的共同特点是：它们都可简化为一直杆，在通过轴线的平面内，受到垂直于杆件轴线的外力(横向力)或外力偶作用。在这样的外力作用下，其变形特点是：杆件的轴线将弯曲成一条曲线，如图 1.7(b)和图 1.8(b)中的虚线所示。这种变形形式称为弯曲。以弯曲为主要变形的杆件称为梁。

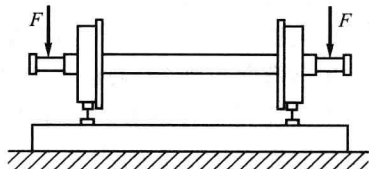


(a)

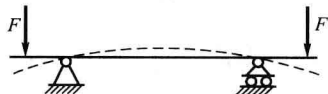


(b)

图 1.7 单梁吊车



(a)



(b)

图 1.8 火车车轴

工程实际中的杆件可能同时承受不同形式的外力，常常同时发生两种或两种以上的基本变形，这种变形情况称为组合变形。本书将先分别讨论杆件的每一种基本变形，然后再分析比较复杂的组合变形问题。

1.4 材料力学的任务

1. 构件的强度、刚度和稳定性要求

要想使建筑物或机器设备正常地工作，就必须保证组成它们的每一个构件在荷载作用下都能正常地工作。为了保证构件正常安全地工作，对所设计的构件在力学上有一定的要求，这里归纳为如下三点。

1) 强度要求

强度(strength)是指材料或构件抵抗破坏的能力。材料强度高，是指这种材料比较坚固，不容易破坏；材料强度低，是指这种材料不够坚固，比较容易破坏。强度要求是指构件在规定的荷载作用下应不破坏(塑性屈服或脆性断裂)。例如，在一定荷载作用下，如果构件的尺寸、材料的性能与所受的荷载不相适应，如机器中传动轴的直径太小，当传递的

功率较大时,传动轴就可能因强度不够而发生断裂;起吊货物的绳索过细,而货物过重时,绳索就可能因强度不够而发生断裂;储气罐内压力太大,焊缝就可能因强度不够而被撕裂,导致储气罐爆破。显然这些都是工程上绝不允许的。

2) 刚度要求

刚度(stiffness)是指构件抵抗变形的能力。刚度要求是指使构件在荷载作用下产生的变形不超过规定的范围。构件的刚度大,是指构件在荷载作用下不易变形,即抵抗变形的能力大;构件的刚度小,是指构件在荷载作用下易变形,即抵抗变形的能力小。在工程中,即使构件强度足够,如果变形过大,也会影响其正常工作。例如,楼板梁在荷载作用下产生的变形过大,下面的抹灰层就会开裂、脱落;行车梁受外力后,若产生过大的变形,则会使吊车不能正常行驶;车床主轴变形过大,则影响加工精度,破坏齿轮的正常啮合,引起轴承的不均匀磨损,从而造成机器不能正常工作。

3) 稳定性要求

受压的细长、中长杆和薄壁构件,当荷载增加时,还可能出现突然失去初始平衡形态的现象,称为丧失稳定,简称失稳。例如,受压的细长直杆当压力达到某一限度时,直杆会突然弯曲,甚至弯曲折断(失去初始的直线状平衡形态)而失去工作能力。因此,细长的受压构件,必须保证其具有足够的稳定性(stability)。稳定性要求就是要求这类受压构件应有足够的保持原有平衡形态的能力。

2. 材料力学的任务

每个构件均应满足强度、刚度和稳定性这三方面的要求。但对于某些具体构件来说,往往只有一个方面的要求是控制条件,只要控制条件满足后,其他方面的要求也能自行满足。

在工程设计中,构件不仅要满足强度、刚度和稳定性要求,同时还必须满足经济方面的要求。前者往往要求加大构件的横截面,多用材料,用强度高的材料;而后者却要求节省材料,避免大材小用、优材劣用等,应尽量降低成本。因此,安全与经济之间是存在矛盾的。材料力学是研究构件(主要是杆件)强度、刚度和稳定性的学科,它的任务是在保证杆件既安全又经济的前提下,为杆件选择合适的材料、确定合理的截面形状和尺寸,提供必要的理论基础和计算方法。

当然,在工程设计中解决安全适用和经济之间的矛盾,仅仅从力学观点考虑是不够的,还需综合考虑其他方面的条件,如便于加工、拆装和使用等。

构件满足强度、刚度和稳定性的问题与其所选用材料的力学性质有关,而材料的力学性质必须通过试验来测定。此外,还有些单靠现有理论解决不了的问题,必须通过试验来解决。因此,试验研究和理论分析同样重要,它们都是完成材料力学任务所必需的手段。

另外,随着生产的发展、新材料的使用、荷载情况以及工作条件的复杂化等,对构件的设计不断提出新的问题。例如,很多构件需要在随时间而交替变化的荷载作用下,或长期在高温环境下工作等,在这些情况下,对构件进行强度、刚度和稳定性的计算时,就得考虑更多的影响因素。又如,航天、航空事业的发展,出现了复合材料。为了解决这些新的问题,近年来产生了断裂力学和复合材料力学。这些学科的产生,既促进了生产的发展,又丰富了材料力学的内容。

1.5 内力、截面法和应力的概念

1. 内力 (Internal Force)

物体因受到外力作用而变形,其内部各部分之间的相对位置要发生改变,与此同时,各部分之间的相互作用力也会发生变化。这种因外力作用而引起的物体内部相互作用力的改变量,称为“附加内力”,简称内力。在材料力学里,研究杆件变形时所说的内力都是这样的附加内力。对于材料性能和截面形状一定的杆件,内力越大,变形也就越大。当内力超过一定限度时,杆件就会发生破坏。所以,内力的计算及其在杆件内的变化情况,是分析和解决杆件强度、刚度和稳定性等问题的基础。

2. 截面法 (Method of Sections)

截面法是计算内力的基本方法。

由于内力存在于杆件内部,为了求出杆件某一截面上的内力,可用一假想平面,沿此截面将杆件截开,分成两部分,这样内力就转化为外力而显示出来。任取一部分为研究对象,可用静力平衡条件求内力的大小和方向。这种方法称为截面法。在材料力学中,习惯把截面上分布内力系向截面形心简化后的结果——主矢与主矩,统称为内力。

图 1.9(a)所示的物体受多个外力作用,处于平衡状态。若要求任一截面 $m-m$ 上的内力,可以假想用 $m-m$ 平面将物体截分为 A、B 两部分 [图 1.9(b)],此时 A 部分的 $m-m$ 截面上将作用着 B 部分对它的作用力。这种作用力是以分布形式布满该截面,利用 A 部分的平衡可以求出这种分布力的合力。同样,如果以 B 部分为研究对象,也可以求出 A 部分对其作用的分力的合力。根据作用与反作用定律,这两组合力大小相等而方向相反。

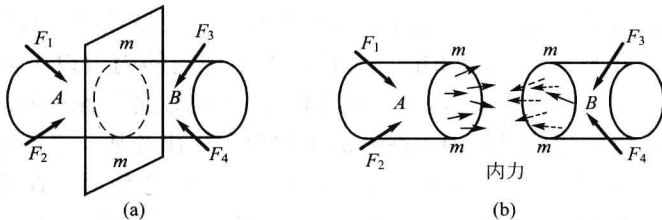


图 1.9 内力与外力

截面法是力学中研究受力构件内力的一个基本方法。其求解步骤可以概括为四个字：截、留、代、平。

截：在欲求内力的截面处,沿该截面假想地将杆件截分为两部分。

留：保留其中任何一部分为研究对象,抛弃另一部分。

代：用内力代替抛弃部分对保留部分的作用。

平：根据保留部分的平衡条件,确定该截面内力的大小和方向。

例 活塞在力 F_1 、 F_2 和 F_3 的作用下处于平衡状态,如图 1.10(a)所示。试求 1-1 截面上的内力。设 $F_1=100\text{kN}$ 、 $F_2=30\text{kN}$ 和 $F_3=70\text{kN}$ 。

解：(1) 取研究对象。假想沿 1-1 截面将活塞分为两部分，取其中任一部分为研究对象。现取左端为研究对象。

(2) 画受力图。内力系用其合力表示。由于研究对象处于平衡，所以 1-1 截面的内力应与 F_1 共线 [图 1.10(b)]，并组成共线力系。

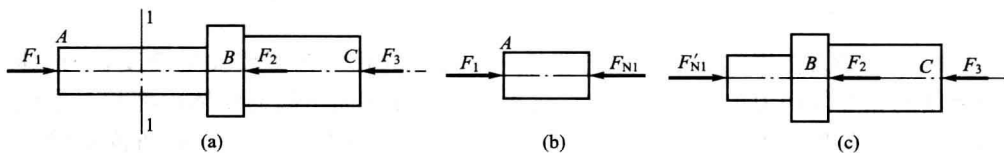


图 1.10 例 1.1 图

(3) 列平衡方程。由

$$\sum F = 0, \quad F_1 - F_{N1} = 0$$

得

$$F_{N1} = F_1$$

1-1 截面的内力，也可通过取右端为研究对象 [图 1.10(c)] 求解，由平衡方程

$$\sum F = 0, \quad F'_{N1} - F_2 - F_3 = 0$$

$$F'_{N1} = F_2 + F_3 = 30 + 70 = 100 (\text{kN}) = F_{N1}$$

F_{N1} 与 F'_{N1} 是互为作用力与反作用力的关系，两者数值相等，同为 1-1 截面的内力。因此，为了方便，求内力时可取受力情况简单的一端为研究对象。

3. 应力 (Stress) 的概念

上面讨论了构件内力的概念及计算方法。但是，仅仅知道内力的大小还不能判断构件的强度是否足够。经验告诉我们，有两根材料相同的拉杆，一根较粗，一根较细，在相同的轴向拉力 F 作用下，内力相等，当力 F 增大时，细杆必先断。这是由于内力仅代表内力系的总和，而不能表明截面上各点受力的强弱程度。为了解决强度问题，不仅需要知道构件可能沿哪个截面破坏，而且还需要知道截面上哪个点处最危险。构件在一般受力情况下，其截面上的内力并不是均匀分布的。而且，大小相同的内力以不同方式分布在截面上，产生的效果也不同。这样，就需要进一步研究内力在截面上各点处的分布情况，因而引入了应力的概念，以确切地描述内力在截面上的分布规律及某一点处的强度问题。

如图 1.11(a) 所示的构件，受任意力作用， $m-m$ 为任意截面。在截面 $m-m$ 上任一点 O 的周围取一微小面积 ΔA ，设在 ΔA 上分布内力的合力为 ΔF ，则 ΔF 与 ΔA 的比值称为 ΔA 上的平均应力，用 p_m 表示，即

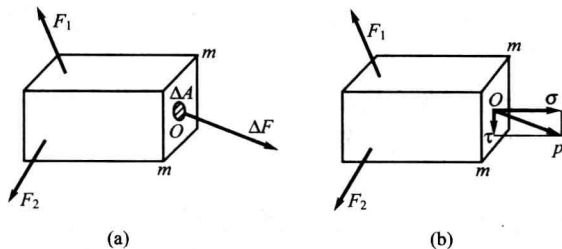


图 1.11 内力和应力

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

一般情况下,内力在截面上的分布并非均匀, ΔF 及平均应力 p_m 均随 ΔA 的大小而变化。

为了确切地描述 O 点处内力的分布集度,应使 ΔA 面积缩小并趋近于零,则平均应力 p_m 的极限值称为 $m-m$ 截面上 O 点处的全应力,并用 p 表示,即

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}$$

全应力 p 相当于一个矢量,使用中常将其分解成垂直于截面的分量 σ 和与截面相切的分量 τ 。 σ 称为正应力, τ 称为切应力,如图 1.11(b)所示。

在国际单位制中,应力的单位为 Pa(帕), $1\text{Pa}=1\text{N/m}^2$ 。在工程实际中,这一单位太小,常用 MPa(兆帕)和 GPa(吉帕),其关系为 $1\text{MPa}=10^6\text{Pa}$, $1\text{GPa}=10^9\text{Pa}$ 。

4. 位移与应变的概念

材料力学是研究变形体的,在构件受外力作用后,整个构件及构件的每个局部一般都要发生形状与尺寸的改变,即产生了变形。变形的大小是用位移和应变这两个量来度量的。

1) 位移(Displacement)

位移是指位置的改变,即构件发生变形后,构件中各质点及各截面在空间位置上的改变。位移可分为线位移和角位移。在图 1.12 中,构件上的 A 点在构件变形后移到了 A' 点, A 与 A' 的连线 AA' 就称为 A 点的线位移,而构件上的平面在构件变形后所转过的角度则称为角位移。例如,图中的右截面 $m-m$ 变形后移到了 $m'-m'$ 的位置,其转过的角度 θ 就是 $m-m$ 面的角位移。

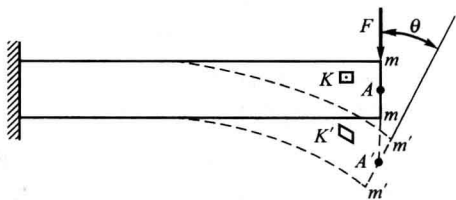


图 1.12 位移

不同点的线位移及不同截面的角位移一般都是各不相同的,它们都是位置的函数。

2) 应变(Strain)

构件在外力作用下的变形分为形状的改变及尺寸的改变,因此应变有线应变和切应变两种(图 1.13)。

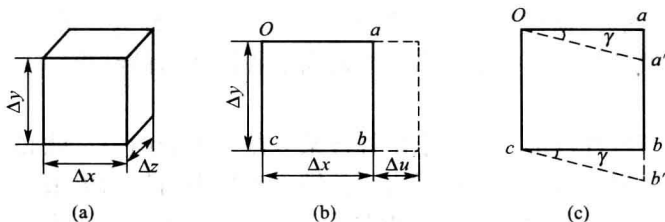


图 1.13 应变

(1) 线应变(normal strain): 如图 1.13(b)所示,沿 x 方向原长为 Δx , 变形后变为 $\Delta x + \Delta u$, Δu 就是沿 x 方向的伸长量,称为绝对伸长。但 Δu 还不足以说明沿 x 方向的伸缩程度,因为 Δu 还与边长 Δx 的大小有关,因而取相对伸长 $\frac{\Delta u}{\Delta x}$ 来度量沿 x 方向的变形。 $\frac{\Delta u}{\Delta x}$

实际上是在 Δx 范围内单位长度上的平均伸长量, 仍与所取的 Δx 的长短有关, 取下列极限

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

称为 K 点处沿 x 方向的线应变。构件伸长时, 线应变为正值, 反之为负值。

(2) 切应变(shearing strain): 如图 1.13(c)所示, 棱边 Oa 和 Oc 间的夹角变形前为直角, 变形后该直角减小, 角度的改变量 γ , 称为切应变。夹角减小时, 切应变为正值, 反之为负值。

线应变 ϵ_x 和切应变 γ 是度量一点处变形程度的两个基本量。它们都是无限小量, 且均为无量纲的量。

小 结

1. 材料力学的研究对象主要是杆件

材料力学的研究对象主要是杆件。凡是长度方向尺寸远大于其他两个方向尺寸 [一般 $l \geq 5b$ 且 $l \geq 5h$ (或 t)] 的构件称为杆件。如建筑工程中的梁、柱以及机械的传动轴等均属于杆。

2. 变形固体的基本假设

在材料力学中对变形固体作出如下基本假设。

(1) 连续性假设; (2) 均匀性假设; (3) 各向同性假设。

3. 杆件的基本变形和组合变形

杆件上的外力作用方式各种各样, 因而杆件的变形形式也各不相同, 但杆件变形总可以归纳为拉、压、剪、扭、弯五种基本变形和几种基本变形同时产生的组合变形形式(如拉弯、压弯、拉扭、压扭、拉弯扭、压弯扭等)。

4. 材料力学的任务

材料力学是研究构件(主要是杆件)强度、刚度和稳定性的学科, 它的任务是在保证杆件既安全又经济的前提下, 为杆件选择合适的材料、确定合理的截面形状和尺寸, 提供必要的理论基础和计算方法。

5. 内力、截面法和应力的概念

因外力作用而引起的物体内部相互作用力的改变量, 称为“附加内力”, 简称内力。在材料力学中, 习惯把截面上分布内力系向截面形心简化后的结果——主矢与主矩, 统称为内力。

由于内力存在于杆件内部, 为了求出杆件某一截面上的内力, 就必用一假想平面, 沿此截面将杆件截开, 分成两部分, 这样内力就转化为外力而显示出来。任取一部分为研究对象, 可用静力平衡条件求内力的大小和方向。这种方法称为截面法。截面法是计算内力的基本方法。

单位面积所受的内力称为应力。应力能确切地描述内力在截面上的分布规律及某一点处的强度问题。应力又分为正应力和切应力。

6. 位移与应变的概念

位移是指位置的改变, 即构件发生变形后, 构件中各质点及各截面在空间位置上的改