

高等学校教材

材料力学

刘鸿文 主编

第三版·下册

高等教育出版社

高等学校教材

材料力学

(第三版)

下 册

刘鸿文 主编

高等教育出版社

(京)112号

图书在版编目(CIP)数据

材料力学 下册/刘鸿文主编.-3版(修订本).-北京:高等教育出版社,1992.9(1998重印)

高等学校教材

ISBN 7-04-003999-0

I. 材… 1. 刘… Ⅲ. 材料力学-高等学校-教材 N. T
B301

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (97) 第 09594 号

*

高等教育出版社出版

新华书店总店北京发行所发行

高等教育出版社印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 10 字数 240 000

1979年4月第1版 1992年9月第3版 1998年9月第7次印刷

印数 221 683-256 693

定价 9.80 元

C341-43
2-3

398061

内 容 提 要

本书是在获第一届国家优秀教材奖的第二版的基础上,根据国家教委审订的高等工业学校“材料力学课程教学基本要求”(100~110学时)修订而成。

与第二版相比较,第三版将“剪切”并入“拉伸与压缩”一章;把弯曲中的几个较深入的问题(非对称弯曲,开口薄壁杆件的剪应力、弯曲中心、用奇异函数求弯曲变形、有限差分法)另立一章,供选讲;对应力与应变的概念、能量方法、静不定结构等内容作了修改和补充。

第三版上册包括第一章到第九章和附录,计有:绪论,拉伸、压缩与剪切,扭转,弯曲内力,弯曲应力,弯曲变形,弯曲的几个补充问题,应力和应变分析,强度理论,组合变形,平面图形的几何性质。下册包括第十章到第十八章,计有:能量方法,静不定结构,动载荷,交变应力,压杆稳定,平面曲杆,厚壁圆筒和旋转圆盘,矩阵位移法,杆件的塑性变形。

与本书配套的有刘鸿文等编的《材料力学实验》。本书适用于高等工业学校机械类各专业,也可供其他专业及有关工程技术人员参考。

责任编辑: 吴向

下册目录

第十章 能量方法	1
§ 10.1 概述.....	1
§ 10.2 杆件变形能的计算.....	1
§ 10.3 变形能的普遍表达式.....	9
§ 10.4 互等定理.....	11
§ 10.5 卡氏定理.....	13
§ 10.6 虚功原理.....	20
§ 10.7 单位载荷法 莫尔积分.....	24
§ 10.8 计算莫尔积分的图乘法.....	33
习题.....	38
第十一章 静不定结构	50
§ 11.1 静不定结构概述.....	50
§ 11.2 用力法解静不定结构.....	53
§ 11.3 对称及反对称性质的利用.....	64
§ 11.4 连续梁及三弯矩方程.....	70
习题.....	76
第十二章 动载荷	83
§ 12.1 概述.....	83
§ 12.2 动静法的应用.....	83
* § 12.3 强迫振动的应力计算.....	88
§ 12.4 杆件受冲击时的应力和变形.....	95
§ 12.5 冲击韧性.....	103
习题.....	105
第十三章 交变应力	113
§ 13.1 交变应力与疲劳失效.....	113
§ 13.2 交变应力的循环特征、应力幅和平均应力.....	116
§ 13.3 持久极限.....	117

§ 13.4	影响持久极限的因素	119
§ 13.5	对称循环下构件的疲劳强度计算	126
§ 13.6	持久极限曲线	128
§ 13.7	不对称循环下构件的疲劳强度计算	131
§ 13.8	弯扭组合交变应力的强度计算	134
§ 13.9	变幅交变应力	137
§ 13.10	提高构件疲劳强度的措施	139
	习题	141
第十四章	压杆稳定	148
§ 14.1	压杆稳定的概念	148
§ 14.2	两端铰支细长压杆的临界压力	150
§ 14.3	其他支座条件下细长压杆的临界压力	155
§ 14.4	欧拉公式的适用范围 经验公式	160
§ 14.5	压杆的稳定校核	164
§ 14.6	提高压杆稳定性的措施	166
* § 14.7	纵横弯曲的概念	170
	习题	173
第十五章	平面曲杆	183
§ 15.1	概述	183
§ 15.2	曲杆纯弯曲时的正应力	183
§ 15.3	中性层曲率半径的确定	189
§ 15.4	曲杆的强度计算	198
§ 15.5	曲杆的变形计算	200
	习题	204
第十六章	厚壁圆筒和旋转圆盘	210
§ 16.1	概述	210
§ 16.2	厚壁圆筒	211
§ 16.3	组合厚壁圆筒	216
§ 16.4	等厚旋转圆盘	220
	习题	223
第十七章	矩阵位移法	225

§ 17.1	概述	225
§ 17.2	轴向拉伸(压缩)杆件的刚度方程	226
§ 17.3	受扭杆件的刚度方程	232
§ 17.4	受弯杆件的刚度方程	235
§ 17.5	梁单元的中间载荷	243
§ 17.6	组合变形杆件的刚度方程	247
§ 17.7	受拉(压)杆件的坐标变换	252
§ 17.8	受弯杆件的坐标变换	261
	习题	267
第十八章	杆件的塑性变形	274
§ 18.1	概述	274
§ 18.2	金属材料的塑性性质	274
§ 18.3	拉伸和压缩杆系的塑性分析	277
§ 18.4	圆轴的塑性扭转	280
§ 18.5	塑性弯曲和塑性铰	283
§ 18.6	梁的塑性分析	288
§ 18.7	残余应力的概念	292
§ 18.8	厚壁圆筒的塑性变形	294
	习题	300
	下册习题答案	303

第十章 能量方法

§ 10.1 概 述

固体力学中,把与功和能有关的一些定理统称为能量原理。对构件的变形计算及静不定结构的求解,能量原理都有重要作用。近年来计算力学的兴起,使能量原理更受重视。

讨论拉伸(压缩)和扭转时,都曾使用过杆件变形能等于外力做功的概念。其实,这一概念可以推广到任意变形固体。即,固体在外力作用下变形,引起力作用点沿力作用方向位移,外力因此而做功;另一方面,弹性固体因变形而具备了做功的能力,表明储存了变形能。若外力从零开始缓慢地增加到最终值,变形中的每一瞬间固体都处于平衡状态,动能和其他能量的变化皆可不计,则由功能原理可知,固体的变形能 U 在数值上等于外力所作的功 W ,亦即

$$U = W \quad (10.1)$$

弹性固体的变形能是可逆的,即当外力逐渐解除时,它又可在恢复变形中,释放出全部变形能而做功。超过弹性范围,塑性变形将耗散一部分能量,变形能不能全部再转变为功。

§ 10.2 杆件变形能的计算

现将杆件变形能的计算综述如下:

1. 轴向拉伸或压缩 线弹性范围内,杆件在轴向拉伸或压缩时的变形能,曾于§ 2.9中求出为

$$U = W = \frac{1}{2} P \Delta l \quad (a)$$

或者由 $\Delta l = \frac{Pl}{EA}$, 将上式改写成

$$U = W = \frac{P^2 l}{2EA} \quad (10.2)$$

当沿杆件轴线轴力 N 为变量时, 可利用上式先求出长为 dx 的微段内的变形能为

$$dU = \frac{N^2(x) dx}{2EA}$$

积分求出整个杆件的变形能

$$U = \int_1 \frac{N^2(x) dx}{2EA} \quad (10.3)$$

拉伸时单位体积的变形能(比能)是

$$u = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{1}{2} \sigma \epsilon \quad (10.4)$$

2. 纯剪切 线弹性范围内, 纯剪切的比能曾于 § 3.3 中求出为

$$u = \frac{\tau^2}{2G} = \frac{1}{2} \tau \gamma \quad (10.5)$$

3. 扭转 若作用于圆轴上的扭转力偶矩(图 10.1a) 从零开始缓慢增加到最终值。在线弹性范围内, 扭转角 ϕ 与扭转力偶矩 m 间的关系是一条斜直线(图 10.1b), 且

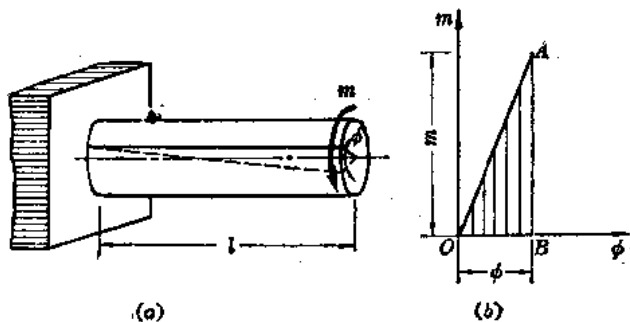


图 10.1

$$\phi = \frac{ml}{GI_p}$$

与拉伸相似, 扭转力偶矩 m 所作的功为

$$W = \frac{1}{2} m \phi = \frac{m^2 l}{2GI_p}$$

由公式(10.1), 扭转变形能为

$$U = W = \frac{1}{2} m \phi \quad (b)$$

或者

$$U = W = \frac{m^2 l}{2GI_p} \quad (10.6)$$

当扭矩 T 沿轴线为变量时, 可利用上式先求出微段 dx 内的变形能, 然后经积分得出

$$U = \int_0^l \frac{T^2 dx}{2GI_p} \quad (10.7)$$

4. 弯曲 图 10.2a 所示为一纯弯梁。用第六章求弯曲变形的办法, 可以求出 A 和 B 两个端截面的相对转角为

$$\theta = \frac{ml}{EI}$$

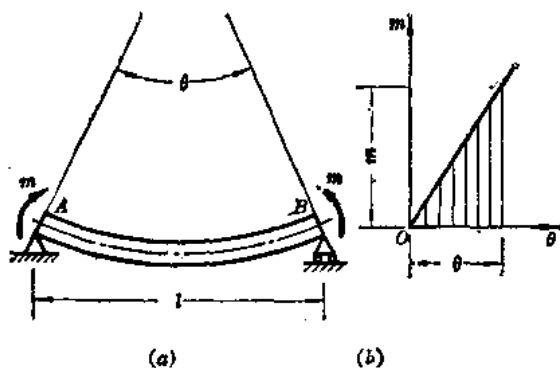


图 10.2

可见在线弹性范围内, 若弯曲力偶矩 m 由零逐渐增加到最终值, 则

m 与 θ 的关系也是斜直线(图 10.2b)。弯曲力偶矩所作的功也是 $m-\theta$ 图中斜直线下方的面积,即

$$W = \frac{1}{2} m \theta$$

由公式(10.1),纯弯曲的变形能为

$$U = W = \frac{1}{2} m \theta \quad (c)$$

或者写成

$$U = W = \frac{m^2 l}{2EI} \quad (d)$$

横力弯曲时(图 10.3a),梁横截面上同时有弯矩和剪力,且弯矩和剪力都随截面位置而变化,都是 x 的函数。这时应分别计算

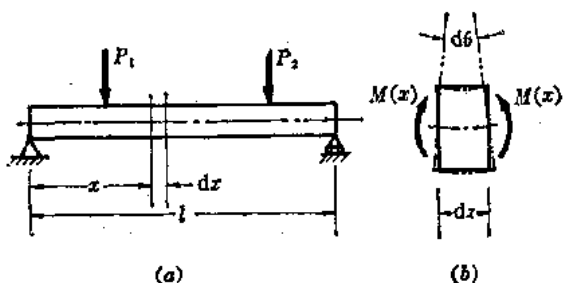


图 10.3

与弯曲和剪切相对应的变形能。但在细长梁的情况下,对应于剪切的变形能与弯曲变形能相比,一般很小,可以不计,所以只需要计算弯曲变形能。从梁内取出长为 dx 的微段(图 10.3b),其左、右两截面上的弯矩应分别是 $M(x)$ 和 $M(x)+dM(x)$ 。计算变形能时,省略增量 $dM(x)$,便可把微段看作是纯弯曲的情况。应用(d)式算出微段的变形能

$$dU = \frac{M^2(x) dx}{2EI}$$

积分上式求得全梁的变形能

$$U = \int_l \frac{M^2(x) dx}{2EI} \quad (10.8)$$

如 $M(x)$ 在梁的各段内分别由不同的函数表示, 上列积分应分段进行, 然后求其总和。

综合 (a)、(b)、(c) 诸式, 可统一写成

$$U = W = \frac{1}{2} P \delta \quad (10.9)$$

式中 P 在拉伸时代表拉力, 在扭转或弯曲时代表力偶矩, 所以称为广义力。 δ 是与 P 对应的位移, 称为广义位移。例如, 在拉伸时它是与拉力对应的线位移 Δl ; 在扭转时它是与扭转力偶矩对应的角位移 ϕ 。在线弹性的情况下, 广义力与广义位移之间是线性关系。

例 10.1 轴线为半圆形的平面曲杆如图 10.4 a 所示, 作用于 A 端的集中力 P 垂直于轴线所在的平面。试求 P 力作用点的垂直位移。

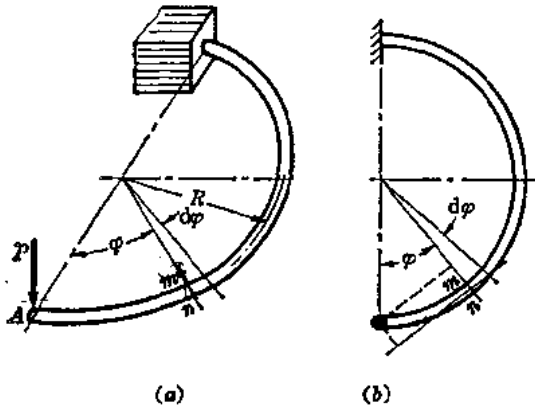


图 10.4

解: 设任意横截面 mn 的位置由圆心角 φ 来确定。由曲杆的俯视图 (图 10.4 b) 可以看出, 截面 mn 上的弯矩和扭矩分别为

$$M = PR \sin \varphi$$

$$T = PR(1 - \cos \varphi)$$

对横截面尺寸远小于半径 R 的曲杆, 变形能计算可借用直杆公式。这样, 微段 $Rd\varphi$ 内的变形能是

$$\begin{aligned} dU &= \frac{M^2 R d\varphi}{2EI} + \frac{T^2 R d\varphi}{2GI_p} \\ &= \frac{P^2 R^3 \sin^2 \varphi d\varphi}{2EI} + \frac{P^2 R^3 (1 - \cos \varphi)^2 d\varphi}{2GI_p} \end{aligned}$$

积分求得整个曲杆的变形能为

$$\begin{aligned} U &= \int_0^\pi \frac{P^2 R^3 \sin^2 \varphi d\varphi}{2EI} + \int_0^\pi \frac{P^2 R^3 (1 - \cos \varphi)^2 d\varphi}{2GI_p} \\ &= \frac{P^2 R^3 \pi}{4EI} + \frac{3P^2 R^3 \pi}{4GI_p} \end{aligned}$$

若 P 力作用点沿 P 的方向的位移为 δ_A , 在变形过程中, 集中力 P 所作的功应为

$$W = \frac{1}{2} P \delta_A$$

由 $U=W$, 得

$$\frac{1}{2} P \delta_A = \frac{P^2 R^3 \pi}{4EI} + \frac{3P^2 R^3 \pi}{4GI_p}$$

所以

$$\delta_A = \frac{PR^3 \pi}{2EI} + \frac{3PR^3 \pi}{2GI_p}$$

例 10.2 试由比能计算公式(10.4)和(10.5)导出横力弯曲的弯曲变形能和剪切变形能。

解: 在图 10.5 中, 梁横截面 mn 上的弯矩和剪力分别为 $M(x)$ 和 $Q(x)$, 截面上距中性轴为 y 处的应力是

$$\sigma = \frac{M(x)y}{I}, \quad \tau = \frac{Q(x)S_y^*}{Ib}$$

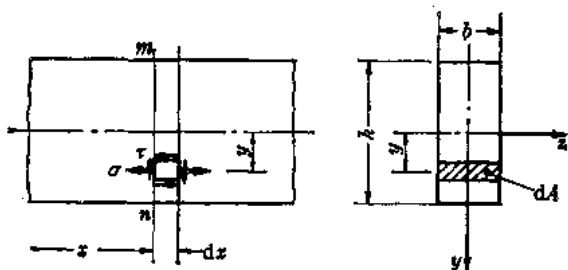


图 10.5

若以 u_1 和 u_2 分别表示弯曲和剪切变形比能, 由公式(10.4)和(10.5)得

$$u_1 = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{M^2(x)y^2}{2EI^2}, \quad u_2 = \frac{\tau^2}{2G} = \frac{Q^2(x)(S_y^*)^2}{2GI^2b^2}$$

在距中性轴为 y 处取体积为 $dV = dA \cdot dx$ 的单元体, 其弯曲和剪切变形能分别是

$$u_1 dV = \frac{M^2(x)y^2}{2EI^2} dA dx, \quad u_2 dV = \frac{Q^2(x)(S_y^*)^2}{2GI^2b^2} dA dx$$

通过积分求出整个梁的弯曲变形能 U_1 和剪切变形能 U_2 为

$$U_1 = \int_1 \left[\frac{M^2(x)}{2EI^2} \int_A y^2 dA \right] dx, \quad U_2 = \int_1 \left[\frac{Q^2(x)}{2GI^2} \int_A \frac{(S_y^*)^2}{b^2} dA \right] dx \quad (e)$$

以 $\int_A y^2 dA = I$ 代入上式, 并引用记号

$$k = \frac{A}{I^2} \int_A \frac{(S_y^*)^2}{b^2} dA \quad (10.10)$$

(e)式化为

$$U_1 = \int_1 \frac{M^2(x) dx}{2EI}, \quad U_2 = \int_1 \frac{kQ^2(x) dx}{2GA} \quad (f)$$

U_1 也就是公式(10.8)。 U_1 和 U_2 之和就是横力弯曲的变形能 U , 即

$$U = \int_1 \frac{M^2(x) dx}{2EI} + \int_1 \frac{kQ^2(x) dx}{2GA}$$

公式(10.10)中的 k 是一个无量纲系数, 它只与截面的形状有关。在梁的截面为矩形时,

$$k = \frac{A}{I^2} \int_A \frac{(S_y^*)^2}{b^2} dA = \frac{144}{bh^5} \int_{-h/2}^{h/2} \frac{1}{4} (h^2 - y^2)^2 b dy = \frac{6}{5} \quad (g)$$

对其他形状的截面也可求得相应的系数 k 。例如当截面为圆形时, $k = \frac{10}{9}$ 。梁为薄壁圆管时, $k = 2$ 。

例 10.3 以图 10.6 所示简支梁为例, 比较弯曲和剪切两种变形能。设梁的截面为矩形。

解: 以 $M(x) = \frac{P}{2}x$ 和 $Q(x) = \frac{P}{2}$ 代入(f)式, 求出

$$U_1 = 2 \int_0^{l/2} \frac{1}{2EI} \left(\frac{P}{2}x \right)^2 dx = \frac{P^2 l^3}{96EI}$$

$$U_2 = 2 \int_0^{l/2} \frac{k}{2GA} \left(\frac{P}{2} \right)^2 dx = \frac{kP^2 l}{8GA}$$

梁的变形能为

$$U = U_1 + U_2 = \frac{P^2 l^3}{96 EI} + \frac{k P^2 l}{8 GA}$$

两种变形能之比为

$$U_2 : U_1 = \frac{12 E I k}{G A l^2}$$

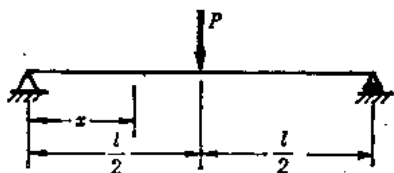


图 10.6

对矩形截面梁,

$$k = \frac{6}{5}, \quad \frac{l}{A} = \frac{h^3}{12}$$

此外, 由公式(3.5), $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$, 故有

$$U_2 : U_1 = \frac{12}{5}(1+\mu) \left(\frac{h}{l}\right)^3$$

取 $\mu = 0.3$, 当 $\frac{h}{l} = \frac{1}{5}$ 时, 以上比值为 0.125; 当 $\frac{h}{l} = \frac{1}{10}$, 为 0.0312。可见, 只有对短梁才应考虑剪切变形能, 对长梁则可忽略不计。

以上讨论的都是线弹性的情况。对非线性弹性固体, 变形能在数值上仍然等于外力做功, 但力与位移的关系以及应力和应变的关系都不是线性的(图 10.7)。仿照线弹性的情况, 变形能和变形比能分别是

$$U = W = \int_0^{\delta_1} P d\delta, \quad u = \int_0^{\epsilon_1} \sigma d\epsilon \quad (10.11)$$

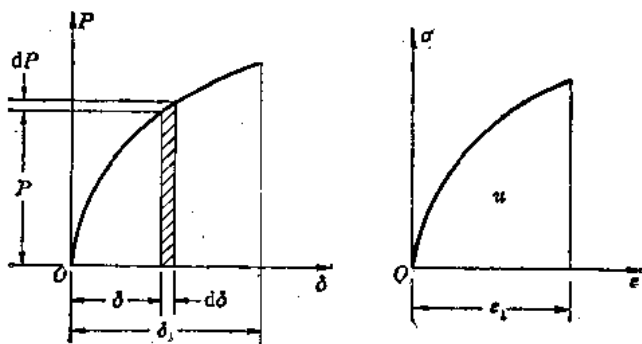


图 10.7

由于 $P-\delta$ 和 $\sigma-\epsilon$ 的关系都不是斜直线, 所以以上积分不能得到公式(10.2)~(10.9)中的系数 $\frac{1}{2}$.

§ 10.3 变形能的普遍表达式

以上讨论了杆件在几种基本变形下变形能的计算。现在推广到一般情况。设作用于物体上的外力为 P_1, P_2, P_3, \dots , 且设物体的约束条件使它除因变形而引起位移外, 不可能有刚性位移(图 10.8)。用 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots$ 分别表示外力作用点沿外力方向的位移。这里的外力和位移是指广义力和广义位移。在 § 8.9 中曾经指出,

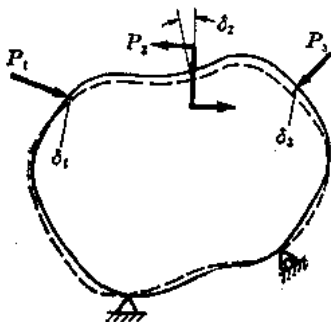


图 10.8

弹性体在变形过程中储存的变形能, 只决定于外力和位移的最终值, 与加力的次序无关。这样, 在计算变形能时, 就可假设 P_1, P_2, P_3, \dots 按相同的比例, 从零开始逐渐增加到最终值。若变形很小, 材料是线弹性的, 且弹性位移与外力之间的关系也是线性的, 则位移 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots$ 也将与外力按相同的比例增加。为了表明外力按相同的比例增加, 引进一个在 0 到 1 之间变化的参数 β 。加力过程中, 各外力的中间值可表示为 $\beta P_1, \beta P_2, \beta P_3, \dots$ 。由于外力和位移之间是线性关系, 所以相应的位移是 $\beta \delta_1, \beta \delta_2, \beta \delta_3, \dots$ 。外力从零开始缓慢地增加到最终值, β 从 0 变到 1。如给 β 一个增量 $d\beta$, 位移 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots$ 的相应增量分别为

$$\delta_1 d\beta, \quad \delta_2 d\beta, \quad \delta_3 d\beta, \dots$$

外力 $\beta P_1, \beta P_2, \beta P_3, \dots$ 在以上位移增量上作的功为①

① 在位移 $\delta_i d\beta$ 中, 省略外力相应的增量 $P_i d\beta$, 认为 βP_i 不变, 故 βP_i 作的功为 $\beta P_i \cdot \delta_i d\beta$ 。这相当于在计算外力作功时, 省略了含有二阶微量 $(d\beta)^2$ 的项。

$$\begin{aligned} dW &= \beta P_1 \cdot \delta_1 d\beta + \beta P_2 \cdot \delta_2 d\beta + \beta P_3 \cdot \delta_3 d\beta + \dots \\ &= (P_1 \delta_1 + P_2 \delta_2 + P_3 \delta_3 + \dots) \beta d\beta \end{aligned} \quad (a)$$

积分上式，得

$$\begin{aligned} W &= (P_1 \delta_1 + P_2 \delta_2 + P_3 \delta_3 + \dots) \int_0^1 \beta d\beta \\ &= \frac{1}{2} P_1 \delta_1 + \frac{1}{2} P_2 \delta_2 + \frac{1}{2} P_3 \delta_3 + \dots \end{aligned}$$

物体的变形能应为

$$U = W = \frac{1}{2} P_1 \delta_1 + \frac{1}{2} P_2 \delta_2 + \frac{1}{2} P_3 \delta_3 + \dots \quad (10.12)$$

这表示，线弹性体的变形能等于每一外力与其相应位移乘积的二分之一的总和。这一结论也称为克拉贝依隆原理。

因为位移 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots$ 与外力 P_1, P_2, P_3, \dots 之间是线性关系，所以如把公式(10.12)中的位移用外力来代替，变形能就成为外力的二次齐次函数。同理，如把外力用位移来代替，变形能就成为位移的二次齐次函数。

现将上述原理应用于杆件的组合变形。设于杆件中取出长为 dx 的微段(图 10.9)，其两端横截面上有弯矩 $M(x)$ 、扭矩 $T(x)$ 和轴力 $N(x)$ 。对所分析的微段来说，这些都是外力。设两个端截面的相对轴向位移为 $d(\Delta l)$ ，相对扭转角为 $d\phi$ ，相对转角为 $d\theta$ ，由公式(10.12)，微段内的变形能为

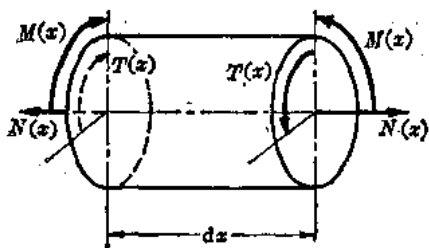


图 10.9