

高等学校教材

# 材 料 力 学

(第二版)

上 册

刘鸿文 主编

高等教育出版社

本教材第一版是浙江大学等九院校合编的《材料力学》，现在出版的第二版是由刘鸿文(主编)、林建兴、曹曼玲按一九八〇年审订的120学时材料力学教学大纲(草案)修订成的。第二版仍分上、下两册出版。

第二版中从第一章到第十四章和附录 I, 为教学大纲中的基本部分, 第十五章到第十八章是专题。专题和带有 \* 号的内容, 主要是教学大纲中列入的专题和大纲中标注 \* 号的部分, 供教师和读者根据需要取舍。

第二版上册包括第一章到第九章和附录, 计有: 绪论、拉伸与压缩、剪切、扭转、弯曲内力、弯曲强度、弯曲变形、应力状态及应变状态分析、强度理论、组合变形、平面图形的几何性质。下册包括第十章到第十八章, 计有: 能量法、静不定系统、动载荷、交变应力、压杆稳定、平面曲杆、厚壁圆筒和旋转圆盘、矩阵位移法、构件的塑性变形。

本教材适用于高等工业学校机械类各专业, 也可供其他专业和有关工程技术人员参考。

高等学校教材  
**材料力学**  
(第二版)

上册  
刘鸿文 主编

\*

高等教育出版社出版  
新华书店北京发行所发行  
北京印刷二厂印装

\*

开本 850×1168 1/32 印张 13.375 字数 320,000

1979年2月第1版 1982年10月第2版 1983年7月第7次印刷

印数 434,001-485,000

书号 15010·0118 定价 1.55 元

# 上册目录

<b>第一章 绪论</b> .....	1
§ 1-1 材料力学的任务 .....	1
§ 1-2 变形固体的基本假设 .....	3
§ 1-3 外力及其分类 .....	5
§ 1-4 内力、截面法和应力的概念 .....	6
§ 1-5 线应变与角应变 .....	10
§ 1-6 杆件变形的基本形式 .....	11
<b>第二章 拉伸与压缩</b> .....	15
§ 2-1 轴向拉伸与压缩的概念和实例 .....	15
§ 2-2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力 .....	16
§ 2-3 直杆轴向拉伸或压缩时斜截面上的应力 .....	22
§ 2-4 材料在拉伸时的机械性质 .....	24
§ 2-5 材料在压缩时的机械性质 .....	32
* § 2-6 温度和时间对材料机械性质的影响 .....	34
§ 2-7 许用应力和安全系数 轴向拉伸或压缩时的强度计算 .....	36
§ 2-8 轴向拉伸或压缩时的变形 .....	42
§ 2-9 直杆轴向拉伸或压缩时的变形能 .....	47
§ 2-10 拉伸、压缩静不定问题 .....	50
§ 2-11 温度应力和装配应力 .....	54
§ 2-12 应力集中的概念 .....	59
习题 .....	61
<b>第三章 剪切</b> .....	76
§ 3-1 剪切的概念和实用计算 .....	76
§ 3-2 挤压和挤压的实用计算 .....	80
§ 3-3 纯剪切 剪应力互等定理 剪切虎克定律 .....	84
§ 3-4 剪切变形能 .....	87
习题 .....	88

<b>第四章 扭转</b> .....	92
§ 4-1 扭转的概念和实例 .....	92
§ 4-2 外力偶矩的计算 扭矩和扭矩图 .....	93
§ 4-3 圆轴扭转时的应力和强度条件 .....	97
§ 4-4 圆轴扭转时的变形和刚度条件 .....	105
§ 4-5 圆柱形密圈螺旋弹簧的应力和变形 .....	110
§ 4-6 非圆截面杆扭转的概念 .....	115
* § 4-7 薄壁杆件的自由扭转 .....	119
习题 .....	126
<b>第五章 弯曲内力</b> .....	137
§ 5-1 平面弯曲的概念和实例 .....	137
§ 5-2 受弯杆件的简化 .....	138
§ 5-3 剪力和弯矩 .....	142
§ 5-4 剪力方程和弯矩方程 剪力图和弯矩图 .....	146
§ 5-5 载荷集度、剪力和弯矩间的关系 .....	153
§ 5-6 用叠加法作弯矩图 .....	157
§ 5-7 平面曲杆的弯曲内力 .....	159
习题 .....	160
<b>第六章 弯曲强度</b> .....	170
§ 6-1 概述 .....	170
§ 6-2 纯弯曲时梁横截面上的正应力 .....	171
* § 6-3 非对称梁的纯弯曲 .....	177
§ 6-4 横力弯曲时的正应力 正应力强度条件 .....	180
§ 6-5 弯曲剪应力 .....	185
§ 6-6 弯曲剪应力的强度校核 .....	194
* § 6-7 开口薄壁杆件的弯曲剪应力 弯曲中心 .....	197
§ 6-8 提高弯曲强度的一些措施 .....	205
习题 .....	213
<b>第七章 弯曲变形</b> .....	224
§ 7-1 工程实际中的弯曲变形问题 .....	224
§ 7-2 挠曲线的微分方程 刚度条件 .....	225

§ 7-3 用积分法求弯曲变形	228
§ 7-4 用叠加法求弯曲变形	235
§ 7-5 有限差分法	244
§ 7-6 提高弯曲刚度的一些措施	249
习题	251
<b>第八章 应力状态及应变状态分析 强度理论</b>	<b>265</b>
§ 8-1 应力状态的概念	265
§ 8-2 二向应力状态和三向应力状态的实例	267
§ 8-3 二向应力状态分析——解析法	271
§ 8-4 二向应力状态分析——图解法	277
§ 8-5 三向应力状态	283
§ 8-6 平面应变状态分析	287
§ 8-7 广义虎克定律	293
* § 8-8 各向同性材料弹性常数间的关系	298
§ 8-9 复杂应力状态下的变形比能	300
§ 8-10 强度理论的概念	302
§ 8-11 常用的四种强度理论	304
* § 8-12 塑性曲面的概念	311
* § 8-13 莫尔强度理论	313
习题	317
<b>第九章 组合变形</b>	<b>326</b>
§ 9-1 组合变形的概念和实例	326
§ 9-2 斜弯曲	328
§ 9-3 拉伸(压缩)与弯曲的组合变形	335
§ 9-4 扭转与弯曲的组合变形	342
* § 9-5 组合变形的普遍情况	351
习题	353
<b>附录 I 平面图形的几何性质</b>	<b>362</b>
§ I-1 静矩和形心	362
§ I-2 惯性矩和惯性半径	366
§ I-3 惯性积	371

---

§ I-4 平行移轴公式·····	372
§ I-5 转轴公式 主惯性轴·····	376
习题·····	381
<b>附录 II 型钢表</b> ·····	<b>384</b>
<b>附录 III 单位换算</b> ·····	<b>402</b>
<b>附录 IV 上册习题答案</b> ·····	<b>404</b>

# 第一章 绪 论

## § 1-1 材料力学的任务

机械或工程结构的每一组成部分称为构件。当机械或工程结构工作时,任一构件都将受到载荷的作用。例如,车床切削时,主轴受到齿轮啮合力、切削力等载荷的作用。为保证机械或工程结构的安全,每一构件都应有足够的力量,担负起所应承受的载荷。这种承载能力主要由以下三方面来衡量:

一、构件应有足够的强度。例如,冲床的曲轴,在工作冲击力作用下不应折断。又如,储气罐或氧气瓶,在规定压力下不应爆破。可见,所谓强度是指构件在载荷作用下抵抗破坏的能力。

二、构件应有足够的刚度。在载荷作用下,构件的形状和尺寸必将发生变化,称为变形。但某些构件的变形,不能超过正常工作允许的限度。以机床的主轴为例,即使它有足够的强度,若变形过大,仍会影响工件的加工精度。又如当齿轮轴的变形过大时(图 1-1, a),将使轴上的齿轮啮合不良,并引起轴承的不均匀磨损(图 1-1, b)。因而,所谓刚度是指构件在外力作用下抵抗变形的能力。

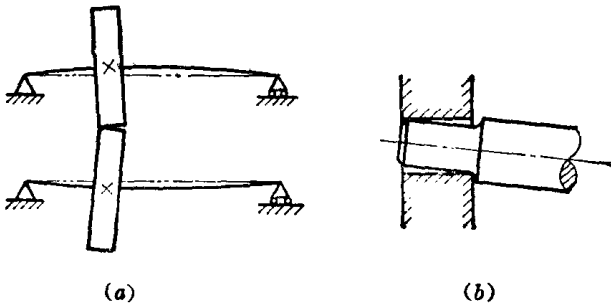


图 1-1

三、构件应有足够的稳定性。有些细长直杆，如内燃机中的挺杆、千斤顶中的螺杆等(图 1-2, a 和 b)，在压力作用下便有被压弯的可能。为了保证其正常工作，要求这类杆件始终保持直线形式，亦即要求原有的直线平衡形态保持不变。所以，所谓稳定性是指构件保持其原有平衡形态的能力。

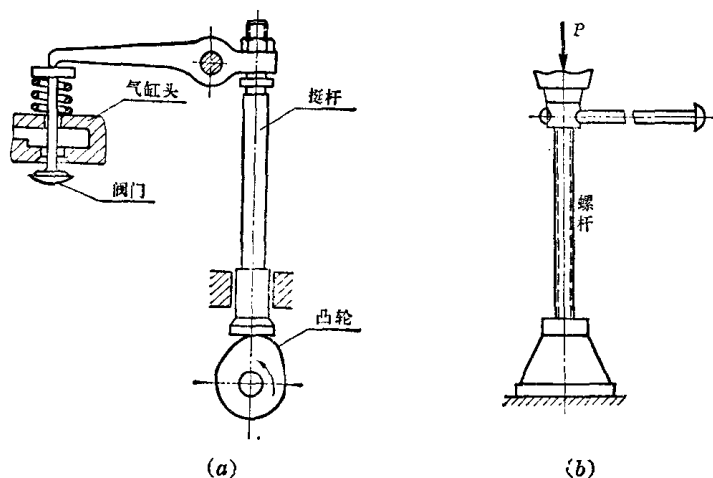


图 1-2

若构件的截面尺寸过小，或截面形状不合理，或材料选用不当，在外力作用下将不能满足上述要求，从而影响机械或工程结构的正常工作。反之，如构件尺寸过大，材料质量太高，虽满足了上述要求，但构件的承载能力难以充分发挥。这样，既浪费了材料，且增加了成本和重量。材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性的要求下，以最经济的代价，为构件确定合理的形状和尺寸，选择适宜的材料；为构件设计提供必要的理论基础和计算方法。

实际工程问题中，一般说，构件都应有足够的强度、刚度和稳定性。但就一个具体构件而言，对上述三项要求往往有所侧重。例如，氧气瓶以强度要求为主，车床主轴以刚度要求为主，而挺杆则



以稳定性要求为主。此外,对某些特殊构件,还往往有相反的要求。例如,为保证机器不致超载,当载荷到达某一极限值时,要求安全销立即破坏。又如车辆中的缓冲弹簧,在保证强度的要求下,又力求有较大的变形,以发挥其缓冲作用。

构件的强度、刚度和稳定性与材料的机械性质<sup>①</sup>(又称为力学性质或力学性能)有关,而材料的机械性质要由实验来测定。此外,许多理论分析结果,是在某些假设条件下得到的,是否可靠,有待实验的验证。还有些问题现在尚无理论分析结果,须借助于实验方法来解决。所以,实验分析和理论研究同样是材料力学解决问题的手段。

## § 1-2 变形固体的基本假设

各种构件一般均由固体材料制成。在外力作用下,固体将发生变形,故称为变形固体或可变形固体。变形固体的性质是多方面的,从不同的角度研究问题,侧重面也不一样。研究构件的强度、刚度和稳定性时,常根据与问题有关的一些主要因素,省略一些关系不大的次要因素,对变形固体作某些假设,把它抽象成理想模型。材料力学中对变形固体所采取的假设有:

1. **连续性假设** 认为组成固体的物质毫无空隙地充满了固体的几何空间。从物质结构来说,组成固体的粒子之间实际上并不连续。但它们之间所存在的空隙与构件的尺寸相比,极其微小,可以忽略不计。这样就可认为固体在其整个几何空间内是连续的。

2. **均匀性假设** 认为在固体的体积内,各处的机械性质完全相同。就工程上使用最多的金属来说,其各个晶粒的机械性质,并不完全相同。但因在构件或构件的某一部分中,包含的晶粒为

---

<sup>①</sup> 关于材料机械性质的讨论,详见 § 2-4。

数极多,而且是无规则地排列的,其机械性质是所有各晶粒的性质的统计平均值,所以可以认为构件内各部分的性质是均匀的。

材料力学并不根据物质的粒子结构来研究物体内的受力和变形,因此可以把变形固体抽象为均匀连续的模型,从而得出满足工程要求的实用理论。但对发生于晶粒或分子那样大小范围内的现象,再用均匀连续假设就难以得到合理的结果。

**3. 各向同性假设** 认为固体在各个方向上的机械性质完全相同。具备这种属性的材料称为各向同性材料。就金属的单一晶粒来说,在不同方向上,其机械性质并不一样。但金属物体包含着数量极多的晶粒,而且各晶粒又是杂乱无章地排列的,这样其在各个方向上的性质就接近相同了。铸钢、铸铜和玻璃等都可认为是各向同性材料。在今后的讨论中,一般都把固体假设为各向同性的。

在各个方向上具有不同机械性质的材料,称为各向异性材料,如胶合板、纤维织品和木材等。

**4. 小变形条件** 固体因外力作用而引起的变形,按不同情况,可能很小也可能相当大。但材料力学所研究的问题,限于变形的大小远小于构件原始尺寸的情况。这样,在研究构件的平衡和运动时,就可忽略构件的变形,而按变形前的原始尺寸进行分析计算。例如在图 1-3 中,简易吊车的各杆因受力而变形,引起支架几何形状和外力位置的变化。但由于  $\delta_1$  和  $\delta_2$  都远小于吊车的其他

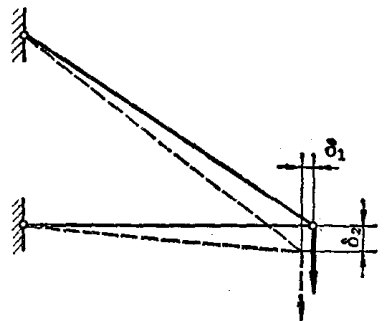


图 1-3

尺寸,所以在计算各杆受力时,仍然可用吊车变形前的几何形状和尺寸。今后将经常使用小变形的概念以简化分析计算。至于构件

变形过大,超出小变形条件,一般不在材料力学中讨论。

试验结果表明,如外力不超过一定限度,绝大多数材料在外力作用下发生变形,在外力解除后又可恢复原状。但如外力过大,超过一定限度,则外力解除后只能部分复原,而遗留下一部分不能消失的变形。随外力解除而消失的变形称为弹性变形;外力解除后不能消失的变形称为塑性变形,也称为残余变形或永久变形。一般情况下,要求构件只发生弹性变形,而不希望发生塑性变形。

### § 1-3 外力及其分类

作用于构件上的外力(包括载荷和支反力),按其作用方式可分为表面力和体积力。表面力是作用于物体表面上的力,又可分为分布力和集中力。连续作用于物体表面面积上的力即为分布力,例如作用于油缸内壁上的油压力,作用于船体上的水压力等。有些分布力是沿杆件的轴线作用的,如楼板对屋梁的作用力就是沿梁轴线分布的。若外力分布面积远小于物体的表面尺寸,或沿构件轴线分布范围远小于轴线长度,就可看作是作用于一点的集中力。如火车轮对钢轨的压力,滚珠轴承对轴的反作用力等。体积力是连续分布于物体内部各点上的力,例如物体的自重和惯性力等。体积力有时也可简化成分布力或集中力,例如杆件的自重就可看作是沿轴线的分布力。

载荷按随时间变化的情况,又可分成静载荷和动载荷。若载荷缓慢地由零增加到某一定值,以后即保持不变,或变动很不显著,即为静载荷。例如,当把机器缓慢地置放在基础上时,机器的重量对基础的作用便是静载荷。若载荷随时间而变化,则为动载荷。按其随时间变化的方式,动载荷又可分为交变载荷和冲击载荷。交变载荷是随时间作周期性变化的载荷,例如当齿轮转动时,

作用于每一个齿上的力都是随时间按周期性变化的。冲击载荷则是物体运动在瞬时内发生突然变化所引起的载荷,例如,急刹车时飞轮的轮轴,锻造时汽锤的锤杆等都受到冲击载荷的作用。

材料在静载荷下和在动载荷下的性能颇不相同,分析方法也颇有差异。因为静载荷问题相对的说比较简单,且在静载荷下建立的理论和分析方法,又可作为解决动载荷问题的基础,所以我们首先研究静载荷问题。

### § 1-4 内力、截面法和应力的概念

物体因受外力而变形,其内部各部分之间因相对位置改变而引起的相互作用就是内力。我们知道,即使不受外力,物体的各质点之间,依然存在着相互作用的力。材料力学中的内力,是指外力作用下,上述相互作用力的变化量,所以是物体内部各部分之间因外力而引起的附加相互作用力,即“附加内力”。这样的内力随外力的增加而加大,到达某一限度时就会引起构件破坏,因而它与构件的强度是密切相关的。

为了显示出构件在外力作用下  $m-m$  截面上的内力,用平面假想地把构件分成  $I$ 、 $II$  两部分(图 1-4,  $a$ )。任取其中一部分,例如  $II$ , 作为研究对象。在部分  $II$  上作用的外力有  $P_3$  和  $P_4$ 。欲使  $II$  保持平衡,则  $I$  必然有力作用于  $II$  的  $m-m$  截面上, 以与  $II$  所受外力平衡,如图 1-4,  $b$  所示。根据作用与反作用定律可知,  $II$  必然也以大小相等、方向相反的力作用于  $I$  上。上述  $I$  与  $II$  之间相互作用的力就是构件在  $m-m$  截面上的内力。按照连续性假设,在  $m-m$  截面上各处都有内力作用,所以内力是分布于截面上的一个分布力系。今后把这个分布内力系向截面上某一点简化后得到的主矢和主矩,称为截面上的内力。

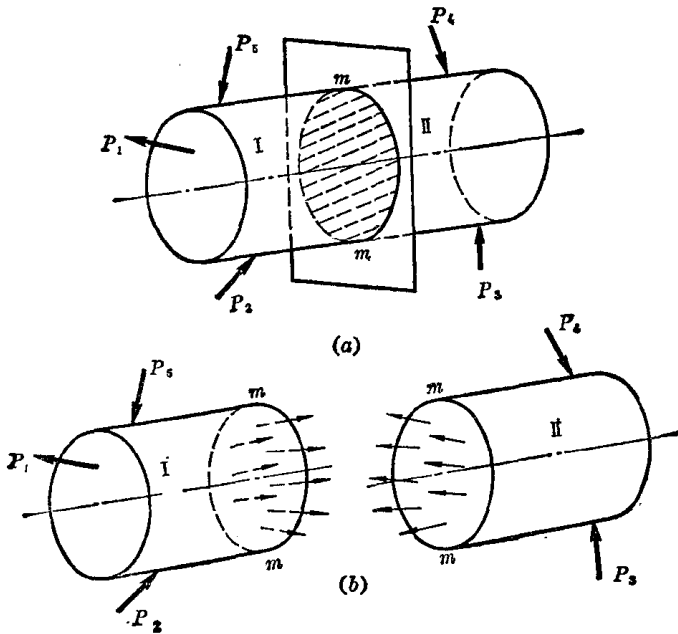


图 1-4

对我们所研究的部分  $II$  来说, 外力  $P_3$ 、 $P_4$  和  $m-m$  截面上的内力保持平衡, 根据平衡条件就可以确定  $m-m$  截面上的内力。

上述用截面假想地把构件分成两部分, 以显示并确定内力的方法称为截面法。可将其归纳为以下三个步骤:

(1) 欲求某一截面上的内力时, 就沿该截面假想地把构件分成两部分, 任意地留下一部分作为研究对象, 并弃去另一部分。

(2) 用作用于截面上的内力代替弃去部分对留下部分的作用。

(3) 建立留下部分的平衡条件, 确定未知的内力。

**例 1-1** 钻床如图 1-5,  $a$  所示, 在载荷  $P$  作用下, 试确定  $m-m$  截面上的内力。

**解:** 1. 沿  $m-m$  截面假想地将钻床分成两部分。取  $m-m$  截面以上部分

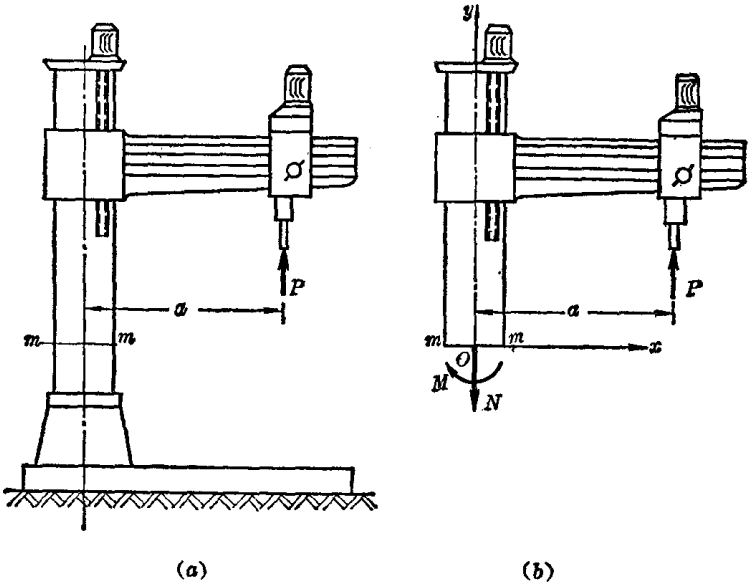


图 1-5

进行研究(图 1-5, b), 并以截面的形心  $O$  为原点, 选取坐标系如图所示。

2. 外力  $P$  将使  $m-m$  截面以上部分沿  $y$  轴方向位移, 并绕  $O$  点转动,  $m-m$  截面以下部分必然以内力  $N$  及  $M$  作用于截面上, 以保持上部的平衡。这里  $N$  为通过  $O$  点的力,  $M$  为对  $O$  点的力偶矩。

3. 由平衡条件

$$\begin{aligned}\sum Y=0, & \quad P-N=0 \\ \sum M_O=0, & \quad Pa-M=0\end{aligned}$$

由此求得内力  $N$  和  $M$  为

$$N=P, \quad M=Pa$$

在例 1-1 中, 内力  $N$  和  $M$  是  $m-m$  截面上分布内力系向  $O$  点简化后的结果。用它们可以说明  $m-m$  截面以上部分的内力和外力的平衡关系, 但不能说明分布内力系在截面内某一点处的强弱程度。为此, 我们引入内力集度的概念。设在图 1-4 所示受力构件的  $m-m$  截面上, 围绕  $C$  点取微小面积  $\Delta A$  (图 1-6, a),  $\Delta A$  上内力的合力为  $\Delta P$ 。这样, 在  $\Delta A$  上内力的平均集度应为

$$p_m = \frac{\Delta P}{\Delta A} \quad (a)$$

$p_m$  称为  $\Delta A$  上的平均应力。一般说,  $m-m$  截面上的内力并不是均匀分布的, 因此平均应力  $p_m$  随所取  $\Delta A$  的大小而不同。所以它并不能真实地表明内力在  $C$  点的强弱程度。随着  $\Delta A$  的逐渐缩小, 分布于  $\Delta A$  内的力也逐渐均匀。当  $\Delta A$  趋近于零时, 极限值

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dP}{dA} \quad (1-1)$$

即为  $C$  点处的内力集度, 称为  $C$  点处的总应力。  $P$  是一个矢量, 一般说既不与截面垂直, 也不与截面相切。通常把应力  $P$  分解成垂直于截面的分量  $\sigma$  和切于截面内的分量  $\tau$  (图 1-6, b)。  $\sigma$  称为正应力,  $\tau$  称为剪应力。

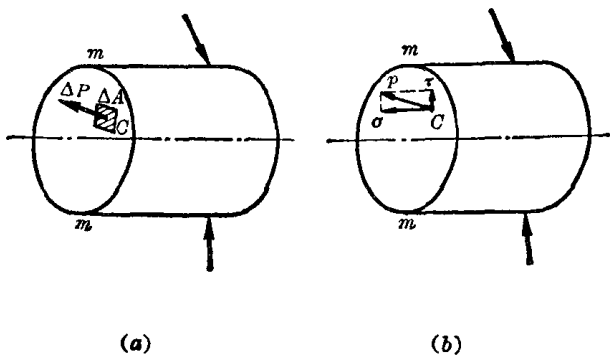


图 1-6

在国际制单位中, 应力的单位是牛/米<sup>2</sup>( $N/m^2$ ), 称为帕斯卡或简称为帕(Pa)。由于这个单位太小, 使用不便, 通常使用兆牛/米<sup>2</sup> =  $10^6$  牛/米<sup>2</sup>, 记为  $MN/m^2$  或  $MPa$ 。当前我国实际工程中经常使用的应力单位是公斤力/厘米<sup>2</sup>, 记为  $kgf/cm^2$  或  $kg/cm^2$ 。关于国际制单位、厘米克秒制单位和英制单位之间的换算关系, 已列入附录 III 中。

## § 1-5 线应变与角应变

为了研究构件截面上内力分布规律，必须对构件内一点处的变形作深入研究。设想把构件分割成无数微小的正六面体，在外力作用下这些微小正六面体的边长必将发生变化。例如图1-7,  $a$  表示从受力构件的某一点  $C$  的周围取出的一个正六面体，其与  $x$  轴平行的棱边  $ab$  的原长为  $\Delta x$ 。变形后  $ab$  边的长度变为  $(\Delta x + \Delta u)$ ， $\Delta u$  称为  $ab$  的绝对变形 (图 1-7,  $b$ )。由于  $\Delta u$  的大小与原长度  $\Delta x$  的长短有关，不能完全表明  $ab$  的变形程度。如在  $ab$  内各点处的变形程度相同，则比值

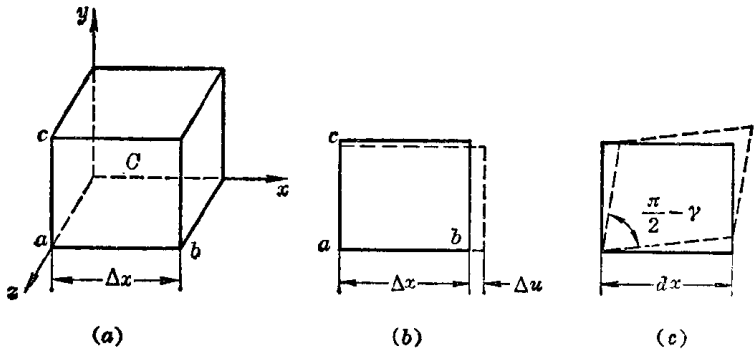


图 1-7

$$\epsilon = \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (1-2)$$

表示  $ab$  上每单位长度的伸长或缩短，称为线应变或相对变形，有时就简称为应变。如在  $ab$  内各点处的变形程度并不相同，则以上比值只是  $ab$  内的平均线应变。这时使微小正六面体的边长无限缩小，当  $\Delta x$  趋近于零时，极限值

$$\epsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (1-3)$$



即为  $C$  点处沿  $x$  轴方向的线应变。只有线应变才能表明，一点处沿某一方向长度改变的程度。在小变形的物体中， $\varepsilon$  是一个极其微小的量。

上述微小正六面体在各边缩小为无穷小时，称为单元体。在单元体的同一棱边上，各点处的线应变可以认为是相同的。有时在我们所取单元体的三个棱边中，有两个是无穷小的，而另外一个却是有限长的（参看图 3-9,  $d$ ）。

物体变形后，其任一单元体非但棱边的长度改变，而且原来相互垂直的两根棱边的直角夹角也将发生变化（图 1-7,  $c$ ），其改变量  $\gamma$  称为角应变或剪应变。 $\gamma$  也是一个极其微小的量，用弧度来度量。

线应变  $\varepsilon$  和角应变  $\gamma$  是度量构件内一点处变形程度的两个基本量。它们都是没有量纲的量。以后还会知道， $\varepsilon$  和  $\gamma$  分别与正应力  $\sigma$  和剪应力  $\tau$  相联系，所以在确定构件的应力分布规律时，一般要研究线应变和角应变的变化规律。

若设想把构件分割成无数单元体，就每一个单元体来说，只可能有上述长度和角度这两种基本变形。把这些变形后的单元体组合起来，就形成变形后的构件形状，反映出构件的整体变形。至于构件的整体变形，则有下列列举的各种不同形式。

## § 1-6 杆件变形的基本形式

实际构件有各种不同的形状，通常把构件的形状进行某些简化，然后按构件的几何形状分类研究。材料力学中所研究的构件的长度远大于横截面尺寸，这类构件称为杆件，或简称为杆。轴线（横截面形心连线）为直线的杆称为直杆。横截面大小和形状不变