

THE FRANK J. FABOZZI SERIES

[美] 弗兰克·J. 法博齐 著

俞卓菁 译

FIXED INCOME  
MATHEMATICS

Analytical & Statistical Techniques

固定收益数学

分析与统计技术

(第三版)

THE FRANK J. FABOZZI SERIES

〔美〕弗兰克·J. 法博齐 著

俞卓菁 译

FIXED INCOME  
MATHEMATICS

Analytical & Statistical Techniques

固定收益数学

分析与统计技术

(第三版)

上海人民出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

固定收益数学:分析与统计技术/(美)法博齐(Fabozzi, F. J.)著;  
俞卓菁译.

—上海:上海人民出版社,2005

书名原文: Fixed Income Mathematics Analytical-Statistical  
Techniques

ISBN 7-208-05542-4

I. 固... II. ①法...②俞... III. 证券投资—研究  
IV. F830.91

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 010065 号

责任编辑 顾兆敏

封面装帧 陈楠

固定收益数学

分析与统计技术  
(第三版)

[美]弗兰克·J.法博齐 著  
俞卓菁 译

世纪出版集团  
上海人民出版社出版

(200001 上海福建中路 193 号 www.ewen.cc)

世纪出版集团发行中心发行

上海华成印刷装帧有限公司印刷

开本 787×1092 1/16 印张 24 插页 3 字数 515,000  
2005 年 5 月第 1 版 2005 年 5 月第 1 次印刷  
印数 1-4,250

ISBN 7-208-05542-4/F·1245

定价 40.00 元

---

Frank J. Fabozzi 3rd ed.

**Fixed Income Mathematics**

**Analytical & Statistical Techniques**

ISBN 7-208-05542-4/F·1245

Copyright © 1997 by the McGraw-Hill Companies, Inc.

Original language published by The McGraw-Hill Companies, Inc. All Rights reserved. No part of this publication may be reproduced or distributed in any means, or stored in a database or retrieval system, without the prior written permission of the publisher.

Simplified Chinese translation edition jointly published by McGraw-Hill Education (Asia) Co. and Shanghai People's Publishing House.

本书中文简体字翻译版由上海人民出版社和美国麦格劳-希尔教育(亚洲)出版公司合作出版。未经出版者预先书面许可,不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分。

---

在 20 世纪 80 年代初以前,固定收益分析是一个清晰、简单的过程。之后,复杂固定收益证券的引进使人们需要用更复杂的分析评估这些证券的价格和价格波动率特征。例如,固定收益市场的参与者如今都普遍讨论有效久期和凸性、二叉树定价模型和蒙特卡洛定价模型、即期利率和远期利率、房产抵押贷款证券和资产支持证券的提前还款速度,以及收益率之波动率等测度。

在弗兰克·J.法博齐的里程碑著作《固定收益数学》的这个最新修订版本中,作者解释了固定收益市场的新概念,范围从金融数学的基本信条跨至评估含内嵌期权的证券、房产抵押贷款证券和多个已重塑当今的固定收益市场的其他类型的证券的新方法。书中讨论的许多基本主题包括:

- 一个有关测量历史收益率业绩的全新章节。
- 已经全面更新的房产抵押贷款证券分析。
- 经大量增补的对久期和收益曲线风险的讨论。
- 金钱的时间价值——所有固定收益分析的固有基础。
- 无期权债券的收益率测度。
- 含内嵌期权的债券的分析。
- 概率理论、回归分析和其他主要的统计和优化技术。

《固定收益数学》由全球知名的作者和金融分析家弗兰克·法博齐编写并修订,书中的许多部分都来自法博齐博士在耶鲁大学管理学院和 MIT 斯隆管理学院对学生的授课,以及其在全球多家金融机构对职业人士的演讲。该书是所有固定收益参与者的必读书籍之一。书中以法博齐著作特有的清晰易懂的风格对这个充满波动性的市场的最新发展进行了详尽的专业分析,它将使读者显著提高其利用固定收益分析、研究和策略的最新发展的能力。

### 作者简介

弗兰克·J.法博齐是耶鲁大学管理学院的金融学兼职教授和《投资组合管理杂志》的编辑。他是一位注册金融分析师和注册公共会计师。在担任耶鲁大学教授前,法博齐博士是 MIT 斯隆管理学院的教授。他是多本享有盛誉的固定收益证券和投资书籍的编者和作者,包括《固定收益期权手册》(Irwin 出版社,1996 年)、《固定收益证券手册》(Irwin 出版社,1995 年)、《固定收益证券和衍生工具的定价》(弗兰克·J.法博齐联合公司,1995 年)和多本其他书籍。

## 固定收益专家一致赞赏 弗兰克·法博齐的《固定收益数学》!

“数学和分析已成为债券市场主流的一个不可分割的部分。尽管如此,大多数关于这个主题的书籍都过于复杂和零碎。这是第一本提供了对“债券数学”的全面和简单易懂的讨论并将这些主题应用于债券市场策略的著作。”

——Frank J. Jones, 博士, 美国保护者人寿保险公司执行副总裁和投资总监

“弗兰克·法博齐的《固定收益数学》是固定收益投资组合经理不可或缺的工具。”

——Ben Rinkey, 旅行者资产管理公司执行副总裁和投资组合经理

“我将《固定收益数学》与法博齐的《固定收益证券手册》一起放在我的桌上。我总是将它放在随手可及的地方。”

——Edward Murphy, Jr., 商户共同保险公司投资副总裁和资产负债委员会主席

“初涉市场和资深的债券投资组合经理的必读书本。”

——David T. Yuen, 注册金融分析师, 结构性资本管理公司研究主管

## 译者序

在中国,人们一提起金融市场,就立刻会联想到股票市场。的确,中国的股票市场比债券市场更为发达。然而在美国,尽管股票市场也十分庞大,但无论是从发行量还是从交易量来看,债券市场的规模都远远超过了股票市场。

尽管从表面上看,债券具有固定的息票率和确定的到期本息还款,因此其定价似乎应该十分简单。而相比之下,股票的未来趋势变化不定,价格更加高深莫测,因此定价应该更为复杂。然而在金融理论中,情况则截然相反。

一般而言,股票是用自由现金流的贴现价值模型定价的。这牵涉到对上市公司未来数年内的财务报表进行预估,以及估计一个恰当的贴现率。然而,股票定价模型中的数学并不复杂,定价的关键因素是对未来形成正确的预期。尽管我们可以从贴现现金流模型中得出精确至小数点后两位的股票价格,但股票定价在很大程度上仍是一门艺术,而缺乏严密的数学推理。

债券的定价则不同。尽管债券的本息还款是固定的,但由于市场利率的波动,债券价格也会发生波动。如果我们不持有债券至期满,那么还是有可能导致投资收益的上升或下降。由于债券现金流是确定的,导致价格波动的惟一因素是市场利率(贴现率)的变化,因此我们可以通过分析债券价格对市场利率的敏感度(如久期和凸性),对债券的定价特征获得准确的认识。此外,由于我们可以利用两种或两种以上的债券复制另一种债券的现金流,因此基于无套利原理,不同债券之间具有严格的定价关系。对于含内嵌期权的债券而言,债券定价更是牵涉到二叉树模型或更为复杂的由随机微分方程推导出来的定价公式。换言之,债券的定价是具有严格的金融理论和数学推理基础的。这也正是债券定价理论的魅力所在。

在我国,由于债券品种的单一和市场流动性的缺乏,债券市场还存在一定的无效性。然而,对债券定价的数学基础获得深刻的了解是在债券市场取得成功的必备条件。只有在充分掌握债券的定价和投资理论后,投资者才可能在实战中对价格的涨跌原因进行正确分析,并采取相应的投资策略。

弗兰克·J·法博齐的《固定收益数学》从金融数学的基本原理开始,详尽介绍了债券的定价基础、收益率测度、收益曲线、投资收益和利率敏感度等概念,并提供了对美国规模最大的债券市场工具——房产抵押贷款证券——的现金流和定价分析。该书无论对初涉债

## 2·译者序

券市场的投资者、具有一定实战经验的交易员或对债券金融学感兴趣的读者而言,都是一本颇有裨益的债券数学教科书。

我感谢我以前的同事陈鑫联系了此书的版权事项,并向我推荐此书。我很高兴能够为中国读者翻译这本教材,翻译不当之处,敬请读者指正。最后,愿此书能够为读者带来莫大帮助和收获,无论是在金钱投资还是学术智力上。

译者

2004年9月



# 前 言

在过去十年中,固定收益市场的参与者已接触了有关评估固定收益证券的新的分析框架和新的固定收益投资组合策略的介绍。我们在讨论固定收益证券和策略时,通常听到诸如久期、有效久期、凸性、负凸性、期权调整利差、总收益率、PSA、CPR、即期利率、远期利率、收益率之波动率、二叉树模型、涉险价值和德尔塔之类的术语。这些概念的意义是什么?为什么这些概念对固定收益分析是有用的?利用这些概念的危险是什么?

《固定收益数学:分析与统计技术》不仅解释了这些概念,而且还说明了为理解它们所需要的基础、它们的计算、局限性,以及在固定收益投资组合管理中的应用。它从金融数学的基础概念(金钱的时间价值)开始,系统性地发展了这些概念,带领读者学习评估含内嵌期权的固定收益证券的最新方法,如可赎回债券和房产抵押贷款证券(房产抵押贷款过手证券、分级偿还房产抵押贷款证券和本息拆离房产抵押贷款证券)。书中用数例和图形说明了这些概念。这些内容自成一体,仅要求读者具备对基础代数的基本知识的理解。

本书的许多章节都取自我在耶鲁大学管理学院和 MIT 斯隆管理学院的固定收益讲座上的讲课、我的教学材料,以及我在美国、欧洲和日本的多家金融机构的演讲。

## 鸣谢

数位人士在本书此版和前两版中给予了我各种帮助。安德鲁·凯勒提联合公司(Adrew Kalotay Associates)的 Andrew Kalotay 和 George Williams 帮助我准备了第十七章的部分内容。第二十章的部分内容从我与米勒·安德森·谢热德公司(Miller, Anderson & Sherrerd)的 Scott Richard 合著的论文改编而来。埃特斯投资管理公司(Aeltus Investment Management)的 David Canuel 提供了第二十二章中有关现实模拟的信息。所罗门兄弟公司(Salomon Brothers)的 Ardavan Nozari 提供了第二十三章中的一个回归例子的数据。

TIPS 的 Charles Basner 提供了许多我在为数十个例子编写更有效的电子制表软件程序时利用的具有帮助意义的指导。他的建议使我节约了许多编程天数。

TIPS 的 Jan Mayle 和 Dragomir Krgin 向我提供了有关第五章讨论的日计数惯例的信息。我感谢 Dragomir 允许我重印第五章中的一张表格,该表显示了全球主要债券市场的市场惯例。

我从以下单位获得了有关本书部分内容的评论:Scott Brody(信息管理网络公司)、John Carlson(富达基金管理公司)、Ravi Dattatreya(住友银行资本市场公司)、Mark Dunetz(保护者人寿保险公司)、Joseph Guagliardo, Jr. (FNX)、Eliot Jacobowitz(信息管理网络公司)、Frank Jones(保护者人寿保险公司)、Todd Middlebrook(信息管理网络公司)、Mark Pitts(白橡资本管理公司)、Edward Murphy(商户共同保险公司)、Chuck Ramsy(结构性资本管理公司)、Frank Ramirez(结构性资本管理公司)、Scott Richard(米勒·安德森·谢热德公司)、Ken Spindel(贝尔斯登公司)、David Yuen(结构性资本管理公司)和 Paul Zhao(TIAA)。

弗兰克·J. 法博齐

致我美丽的妻子 Donna Marie

和

我的儿子 Francesco Alfonso

## 目 录

译者序	1
前 言	1
鸣 谢	1
第 一 章 引 言	1
第一部分 金钱的时间价值	5
第二章 未来价值	7
第三章 现时价值	18
第四章 收益率(内部收益率)	32
第二部分 无期权债券的定价和收益率测度	41
第五章 债券的价格	43
第六章 债券的传统收益率测度	66
第七章 收益曲线、即期利率曲线和远期利率	82
第三部分 投资收益分析	101
第八章 潜在的美元收益来源	103
第九章 总收益率	115
第十章 测量历史业绩	133
第四部分 无期权债券的价格波动率	143
第十一章 无期权债券的价格波动率特性	145
第十二章 价格波动率测度:PVBP 和价格变化的 YV	154
第十三章 价格波动率测度:久期	162
第十四章 价格波动率测度:凸性	185
第十五章 久期与收益曲线	201

## 2 · 目 录

<b>第五部分 分析含内嵌期权的债券</b> .....	211
第十六章 买权:投资特征和价格特征 .....	213
第十七章 含内嵌期权的债券的定价和价格波动率.....	228
<b>第六部分 分析房产抵押贷款证券</b> .....	251
第十八章 房产抵押贷款的现金流特征.....	253
第十九章 房产抵押贷款证券的现金流特征.....	264
第二十章 房产抵押贷款证券的分析.....	289
<b>第七部分 统计和优化技术</b> .....	305
第二十一章 概率理论.....	307
第二十二章 模拟.....	328
第二十三章 回归分析.....	340
第二十四章 优化模型.....	353
<b>索 引</b> .....	360

# 第一章 引言

1

在 20 世纪 80 年代以前,固定收益证券的分析相对较为简单。在利率相对稳定的经济环境中,投资者购买了固定收益证券,并打算持有它们直至期满。到期收益率可被用作其相对价值的替代测度。风险是用信用评级测量的。当固定收益证券可被赎回时,第二个测度——赎回收益率——被用以评估其相对价值。对可赎回债券而言,保守投资者长久以来的经验法则是选择到期收益率和赎回收益率两者中的较低者作为潜在收益率。

这些日子已一去不复返了。在当今的环境中,利率呈现大幅波动,收益曲线的形状变化得更为频繁。数个因素已使这个传统的固定收益分析方法变得价值有限。

首先,要求在到期前出售固定收益证券的交易和投资组合策略意味着诸如到期收益率之类的测度是毫无意义的。赎回收益率也同样如此。此外,假如固定收益证券未被持有至期满,那么我们还需要某种——反映其在利率变化时的价格波动率的——风险测度。

其次,投资者认识到实现与到期收益率相等的收益率的惟一方法是对息票付款进行再投资。更具体地说,投资者为了实现他们认为自己已通过购买固定收益证券锁定的到期收益率,必须以与到期收益率相等的利率对息票付款进行再投资。以低于到期收益率的利率对息票付款进行再投资所实际导致的预期收益率的降低不可忽略不计。赎回收益率也同样如此。

第三,随着投资银行继续设计工具以降低客户的债务成本,普通债券正在被更为复杂的固定收益证券所代替。房产抵押贷款的证券化引进了不能用传统方法分析的全新工具——房产抵押贷款过手证券、类型广泛的分级偿还房产抵押贷款债券以及本息拆离房产抵押贷款证券。许多这些新的固定收益证券都含有内嵌期权。随着期权理论的发展,分析这些含内嵌期权的证券的框架也出现了。

在其如今已成为经典著作的《研究收益率簿册》(Inside the Yield Book)中, Sidney Homer 与 Martin Leibowitz 是最先清晰地表明传统收益率测度(到期收益率和赎回收益率)之局限性的研究者。<sup>①</sup>他们还记载了当利率变化时,影响债券之价格波动率的特征。

<sup>①</sup> Sidney Homer 与 Martin L. Leibowitz,《研究收益率簿册》(安吉伍德克里夫斯,新泽西州:Prentice-Hall 出版社/纽约金融学会,1972年),第 164—167 页。

一个被普遍称为久期的债券价格波动率测度是由 Frederick Macaulay<sup>①</sup> (早在 1938 年)、Paul Samuelson<sup>②</sup> (1945 年)、Sir John Hicks<sup>③</sup> (1946 年)和 F. M. Redington<sup>④</sup> (1952 年)分别独立开发的。然而,直到 1973 年,Michael Hopewell 和 George Kaufman 才将久期与价格波动率联系起来。<sup>⑤</sup> Lawrence Fisher 与 Roman Weil 的一项 1971 年的研究说明了久期对投资组合策略的重要性。<sup>⑥</sup>

1984 年,Stanley Diller(他当时任职于高盛公司,Goldman Sachs)在其金融策略小组工作人员(尤其是 Ravi Dattatreya)的帮助下撰写的一篇文章对我们就固定收益证券之价格表现的理解作出了两个重要贡献。<sup>⑦</sup> 首先,Diller 说明了单是收益率和久期并不足以评估固定收益证券的表现;我们还需要第三个测度——凸性。其次,他将期权理论与固定收益分析联系起来,并显示了固定收益证券的内嵌期权将如何影响证券的表现。自此之后,数篇融合并延伸了 Diller 所发展的概念的论文已得以发表。

人们还更加认识到通过用单个收益率贴现所有现金流来评估固定收益证券的价格是不恰当的。相反,固定收益证券应被看作一组现金流;每笔现金流实际上都是一个零息票工具。例如,一种 10 年期财政息票债券应被看作是 20 笔现金流——19 笔半年度的息票和 1 笔相当于最后一笔息票加本金的付款。接着,我们应当将这 20 笔现金流看作是 20 个零息票工具——前 19 个工具的到期值等于半年度的息票付款,最后 1 个工具的到期值等于息票付款加本金。每个零息票工具的价值都应通过用得自财政债券收益曲线(更具体地说,是理论财政债券即期利率曲线)的贴现率贴现到期值确定。

3 最后,交易商在财政债券市场中拆离息票的过程(这种做法始于 1982 年)已迫使财政证券的价格趋同于其理论价值。因此,理解财政债券收益曲线对固定收益证券的定价至关重要。

## 本书概观

第一部分的三个章节提供了金融数学的基础。第二章解释了如何计算投资的未来价值。第三章说明了如何计算在未来获得(或支付)的现金流的现时价值。任何金融资产的价格都是其预期现金流的现时价值,因此我们必须对现时价值及其特征拥有扎实的理解。

- 
- ① Frederick R. Macaulay,《1865 年以来的美国利率、债券收益率和股价的变化所提出的一些理论性问题》(纽约:全国经济研究署,1938 年)。
  - ② Paul A. Samuelson,《利率上升对银行业系统的影响》,《美国经济评论》(1945 年 3 月),第 16—27 页。
  - ③ John R. Hicks,《价值与资本》(牛津,英国:Clarendon 出版社,1946 年)。
  - ④ F. M. Redington,《人寿保险定价原理的考察》,《精算学会杂志》(1952 年),第 286—340 页。
  - ⑤ Michael Hopewell 与 George G. Kaufman,《债券的价格波动率与距到期日的年数》,《美国经济评论》(1973 年 9 月)。
  - ⑥ Lawrence Fisher 与 Roman Weil,《在幼稚的最优策略中处理利率波动的风险和债券持有者的收益率》,《商业杂志》(1971 年 10 月),第 408—431 页。
  - ⑦ Stanley Diller,《固定收益证券的参数分析》(纽约:高盛公司金融策略小组,1984 年 6 月)。该论文再版为 Ravi E. Dattatreya(编)的《固定收益分析》(芝加哥:Probus 出版社,1991 年)的第二章。

第四章解释了所有投资的收益率。

债券定价和收益率测度是第二部分的主题。第五章将现时价值的概念延伸至债券的传统分析,并说明了其价值是如何确定的。第六章解释了传统的收益率测度——到期收益率和赎回收益率——它们不过是第四章所考察的收益率测度的应用。第七章将财政债券收益曲线引入固定收益证券的分析。该章解释了财政债券收益曲线,并讨论了即期利率和远期利率的概念,以及如何确定这些利率。它解释了如何利用即期利率为固定收益证券定价。

第三部分讨论了投资收益分析。第八章解释了债券投资的潜在金钱收益来源。接着,该章严格评估了第六章所讨论的传统收益率测度是否恰当地解释了每种收益来源。第九章在突出表明了传统收益率测度的缺陷后,描述了一个更佳的潜在收益测度——总收益率。它考虑了所有潜在的美元收益来源,即使是在债券预计将于到期日前出售的情况下。第十章说明了如何计算投资组合的历史收益率。

第四部分讨论了无期权债券(即不含内嵌期权的债券)的价格波动率。第十一章说明了债券的价格波动率特性,以及影响价格波动率的债券特征。第十二章解释了两个债券价格波动率的测度——一个基点的价格值和价格变化的收益率值。最常用的价格波动率测度——久期——是第十三章的主题。第十四章说明了凸性对解释债券之潜在价格表现的重要性,以及如何计算凸性。第十五章解释了如何融合收益曲线的变化对投资组合久期的影响。

第五部分解释了如何分析含内嵌期权的债券。这牵涉到确定其公允价值(或理论价值)和价格波动率。由于含内嵌期权的债券的价值和价格波动率将取决于内嵌期权的价值,因此我们必须理解期权的投资特征。第十六章讨论了这些内容。接着,第十七章解释了如何为含内嵌期权的债券定价。所用的定价模型为二叉树模型。定价模型的一个产物是期权调整利差。第十七章解释了这个概念。第十七章介绍的概念还有有效久期和有效凸性。

含内嵌期权的固定收益证券的例子为房产抵押贷款证券(房产抵押贷款过手证券、分级偿还房产抵押贷款证券和本息拆离房产抵押贷款证券)。第六部分将第五部分中的框架应用于这些证券的定价。第十八章解释了房产抵押贷款的现金流的确定和提前还款风险的概念。第十九章提供了对房产抵押贷款证券的简要回顾,并接着说明了如何利用当前市场惯例——PSA 基准——构建房产抵押贷款过手证券的月现金流估计。该章还解释了住宅产权贷款的提前还款惯例。第二十章解释了两个为房产抵押贷款证券定价的模型——静态现金流模型和蒙特卡洛模拟模型。该章还解释了期权调整利差、有效久期和有效凸性的概念在房产抵押贷款证券中的应用。

第七部分的四个章节解释了在固定收益投资组合管理中常用的统计和管理科学技术。第二十一章回顾了基础概率理论及其应用。该章解释的概念包括期望值、标准差(方差)和正态分布。该章还说明了市场参与者测量利率波动率的各种方法。蒙特卡洛模拟是第二十二章的主题。第二十三章讨论了回归分析——一种估计变量关系的统计技术。最后一章——第二十四章——描述了优化技术。



