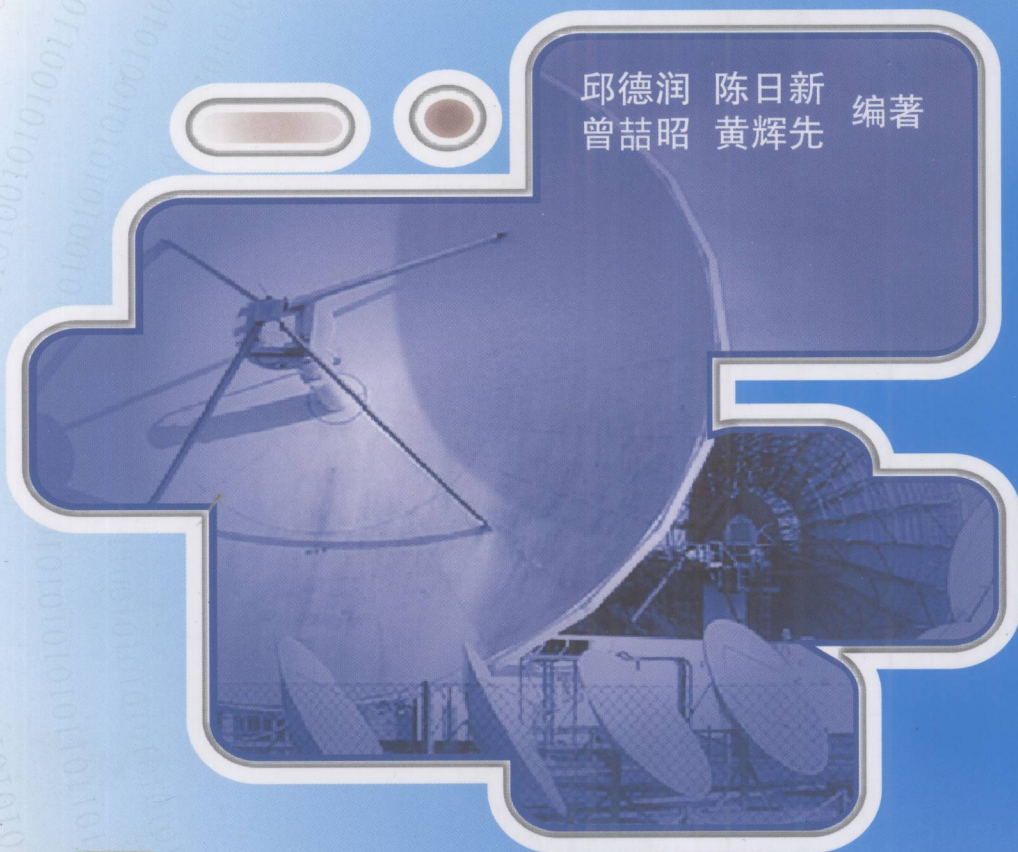




21世纪全国本科院校电气信息类**创新型**应用人才培养规划教材

信号、系统与控制理论 [上册]

邱德润 陈日新 编著
曾喆昭 黄辉先



赠送
电子课件

赠送
教学参考
资料



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书在现有“信号与系统”和“自动控制原理”类教材的基础上,把“信号”、“系统”与“控制理论”有机地结合起来,突出了知识结构的系统性、完整性和科学性,注重理论叙述的深入浅出与通俗易懂,既能节省理论课时,又有利于教学质量的提高。

本书分为上、中、下三篇。上篇(1~4章)介绍信号、系统和控制的基础知识;中篇(5~9章)介绍信号与系统控制的时域、频域和复频域分析法——先讲连续与离散信号的分析,再讲连续与离散系统的分析,以增强条理性、连续性并避免重复;下篇(10、11章)突出了状态空间分析法的重点和系统的综合问题。全书为读者准备了选择学习的足够空间,考虑到不同专业对“信号分析”和“系统分析”两方面要求的差异,主讲教师可按不同专业的实际需求与课时限制,少讲或不讲本书的某些章节。

本书分上、下两册出版,上册包括1~7章,下册包括8~11章。本书可同时作为“信号与系统”和“自动控制原理”课程的教材或参考书,总参考学时为120~140学时,可供普通高等院校电子电气类的自动化、电气工程及其自动化、通信工程、电子信息工程、测控技术与仪器、机械、动力、冶金等专业使用,也可供从事电子电气类专业工作的工程技术人员自学参考。

图书在版编目(CIP)数据

信号、系统与控制理论/邱德润等编著. —北京:北京大学出版社, 2009. 8

(21世纪全国本科院校电气信息类创新型应用人才培养规划教材)

ISBN 978-7-301-15458-8

I. 信… II. 邱… III. ①信号系统—高等学校—教材②自动控制理论—高等学校—教材 IV. TN911.6
TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 116488 号

书 名: 信号、系统与控制理论(上、下册)

著作责任者: 邱德润 陈日新 曾喆昭 黄辉先 编著

策 划 编 辑: 李 虎 李娉婷

责 任 编 辑: 李 虎

标 准 书 号: ISBN 978-7-301-15458-8/TP·1028

出 版 者: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> <http://www.pup6.com>

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62750667 出版部 62754962

电 子 邮 箱: pup_6@163.com

印 刷 者: 世界知识印刷厂

发 行 者: 北京大学出版社

经 销 者: 新华书店

787 毫米×1092 毫米 16 开本 44.5 印张 1039 千字

2009 年 8 月第 1 版 2009 年 8 月第 1 次印刷

定 价: 70.00 元(上、下册)

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话: 010-62752024

电子邮箱: fd@pup.pku.edu.cn

前言

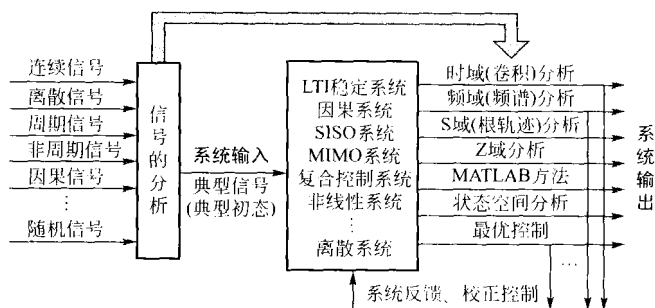
“信号与系统”和“自动控制原理”同属本科电子电气(EE)类各专业的重要基础理论课。在当前“厚基础、薄专业”的教育改革趋势下,教育部已把这两门课程同时列为自动化、电气工程及其自动化、通信工程、测控技术与仪器、电子信息工程等专业的主干课程。

由于历史的原因,此前“信号与系统”和“自动控制原理”这两门密切相关的课程一直处于割裂状态,各按各的课程体系授课,因此极易造成“单科学时不够、整体学时浪费、知识重复、教学效果不理想”的状况。我们在多年教学实践中,深深感受到这种割裂状态带来的许多弊端。

除系统校正和非线性部分外,“自动控制原理”现行教材中的大部分内容与“信号与系统”相似。因此,只有将“自动控制原理”纳入“信号与系统”系列课的范畴,并且按这种观点组织这两门课程的教学,才能符合系统工程的实际需求。由于以往没有这样处理,致使“自动控制原理”课程在基本概念的介绍上给人以不系统、不全面、不准确和脱离实际的冗繁感觉,并且缺少对非因果系统、卷积以及频谱的研究,虽然这些内容可以在“信号与系统”课程中得以补充和纠正,但两门课程对相同概念的介绍存在差异,尤其是“自动控制原理”课程的教师往往对“信号与系统”中的相同概念(如频率特性、传递函数、Z变换、序列的频谱、滤波等)缺乏了解,这就势必导致两门课程在讲授时出现差异,从而引起学生的困惑。

在“信号与系统”课程的现行教材中,侧重点是几种变换域的分析与数学运算,而对于系统动态性能的分析则介绍很少,欠缺工程应用的思想,不注重系统结构图、Bode图的介绍,缺少反馈控制和非线性系统等内容,给人以不完整的感觉,使学生获得的“信号”、“系统”与“控制理论”知识体系不够完善。如果将“信号与系统”和“自动控制原理”课程合并,必然会加强信号、系统与实际的联系,有利于培养学生的实际工程观念。

编著本书的初衷,便是为了克服以往“信号与系统”和“自动控制原理”两门课程分开授课的弊端,尽量避免知识重复的现象,达到节省理论课时、充实学生自主学习空间、增强教学效果、明显提高教学质量的目的。本书的基本知识结构如下图所示:



在本书的编著过程中,作者详细比较和认真整理了国内外现行各种“信号与系统”和“自动控制原理”类的教材,把“信号分析”与“系统控制理论”两大部分有机地结合起来,突出理论知识的系统性、完整性和科学性,加强理论与实际的紧密结合,同时注重理论叙述的深入浅出与通俗易懂。全书分为上、中、下三篇。



上篇主要介绍信号、系统和控制的基础知识，同时还包括系统数学模型的建立等内容，使学生一开始学习，就能牢固建立对“信号、系统与amp;控制理论”的基本认识，知道自己正在学什么、将要学什么、学了有什么用。

中篇的重点则主要包括：时域分析法的特点、时域解的结构、连续与离散信号的时域分析、连续与离散系统的时域分析；频域分析法的特点、连续与离散信号的频域分析、连续与离散系统的频域分析；复域分析法的特点、连续与离散信号的复域分析、连续与离散系统的复域分析；控制系统的校正与设计、非线性控制系统的分析等。

下篇突出了状态空间分析法的重点和系统的综合问题，增强了基本例题的力度，注入了趣味性，能够引发学生对理论课的学习热情。对于最优控制问题，则允许随专业的不同要求来确定是否学习。

本书按照先信号、后系统，先连续、后离散的顺序编写。在每种分析方法的介绍中，先讲连续信号与离散信号的分析，再讲连续系统与离散系统的分析。这样做的目的旨在增强课程内容的条理性、连续性、减少不必要的重复，尽量符合学生的认知规律，易于被学生接受。

本书对 MATLAB 的介绍，是作为初学者的上机指导来写的。对 MATLAB 的深入学习，将留在后续“计算机仿真”课程中进行。

本书为读者准备了选择学习的足够空间：不仅能满足“以够用为度”的起码要求，而且能满足不同专业的拓展要求，能够有效弥补现行“信号与系统”和“自动控制原理”课程在这些方面的不足。考虑不同专业对“信号分析”和“系统分析”两个方面的要求存在差异，在教学实施时，允许主讲教师根据不同专业的实际需求与教学计划的课时限制，少讲甚至不讲本书某些章节的知识内容。

需要说明的是，遵照取长补短、求同存异、统一规范的原则，本书对现行“信号与系统”和“自动控制原理”类教材中的有关符号做了如下调整：输入信号(包括连续与离散)用 $f(\cdot)$ 表示；输出信号(包括连续与离散)用 $y(\cdot)$ 表示；冲激响应用 $g(\cdot)$ 表示；阶跃响应用 $h(\cdot)$ 表示；经典理论中的系统函数或传递函数，一般用 $G(\cdot)$ 表示，闭环传递函数则用 $\Phi(\cdot)$ 表示，反馈通道传递函数则用 $H(\cdot)$ 表示。

本书分上、下两册出版，上册包括 1~7 章，下册包括 8~11 章。总参考学时为 120~140 学时，可以一个学期学完，也可以分两个学期学完。

本书初稿曾在湖南文理学院自动化专业 2004 级的教改试验班中试用，收到了节省理论课时(20 课时)、明显提高教学质量的实际效果。同时，教改试验班的韩艳春、曾岳衡、谢卫科、刘伟、何礼庭、何晨生等十多位同学，积极参与了本书初稿的校稿工作，提出了不少具体意见，在此特致诚挚的谢意。本书作为 2005 年湖南省普通高等学校教学改革研究项目([2005] 280)系列成果的主要部分，于 2009 年 6 月被评为湖南省教育教学改革发展优秀成果奖一等奖。

本书由邱德润、陈日新、曾喆昭、黄辉先编著。第 1~9 章由邱德润教授执笔，第 10、11 章由陈日新副教授执笔，第 8 章中的 MATLAB 内容由讲师敖章洪与叶华执笔，曾喆昭教授、黄辉先教授为本书提供了大量素材与指导性意见，讲师叶华、侯清莲以及硕士王志达为本书习题提供参考答案做了大量工作，全书由邱德润教授修改定稿。

由于作者水平有限，书中纰漏在所难免，恳请广大读者批评指正。

作 者

2009 年 4 月

目 录

上 册

上篇 基本认识

第 1 章 对信号的基本认识	2
章节知识框架	2
教学目的与要求	2
导入案例	3
1.1 信号的描述与分类	3
1.1.1 什么是信号	3
1.1.2 信号的分类	4
1.2 信号的基本特性与运算	8
1.2.1 信号的基本特性	8
1.2.2 信号的基本运算	8
1.2.3 信号的分解与合成	13
1.3 奇异信号	15
1.3.1 连续时间阶跃信号	15
1.3.2 连续时间冲激(脉冲) 信号	17
1.3.3 关于广义函数	18
1.3.4 阶跃序列和脉冲序列	19
1.4 正弦信号	20
本章小结	21
习题 1	22
第 2 章 对系统的基本认识	24
章节知识框架	24
教学目的与要求	24
导入案例	25
2.1 什么是系统	25
2.1.1 系统及其基本问题	25
2.1.2 系统的模型与表示	25
2.2 系统的特性与分类	26

2.2.1 系统的特性	26
2.2.2 系统的分类	28
2.3 系统的校正	30
2.3.1 系统的校正及其作用	31
2.3.2 系统校正的基本方法	32
本章小结	32
习题 2	33

第 3 章 对控制的基本认识	36
章节知识框架	36
教学目的与要求	36
导入案例	37
3.1 控制的主要目的	37
3.2 控制的基本方式	38
3.2.1 开环控制	38
3.2.2 闭环控制	40
3.3 控制的基本要求	42
3.3.1 典型输入信号与典型 初始状态	42
3.3.2 控制的基本要求	43
本章小结	45
习题 3	46

第 4 章 系统数学模型的建立	48
章节知识框架	48
教学目的与要求	49
导入案例	49
4.1 由系统原理图画功能图	49
4.2 建立系统微分方程的一般 方法	50
4.2.1 基本方法	51
4.2.2 动态结构图的等效变换	63

4.2.3 信号流图与 Mason 公式	69
4.3 系统的传递函数(系统函数)	73
4.3.1 系统的开环传递函数	73
4.3.2 系统的闭环传递函数	73
4.3.3 系统的误差传递函数	74
4.4 系统数学模型的试验测定	75
4.4.1 试验测定数学模型的主要方法	75
4.4.2 时域测定法	76
4.5 系统的模拟	80
4.5.1 连续系统的模拟	80
4.5.2 离散系统的模拟	83
本章小结	84
习题 4	84

中篇 经典分析方法

第 5 章 信号与系统控制的时域

分析法

章节知识框架	90
教学目的与要求	90
导入案例	91
5.1 时域分析法及其特点	91
5.1.1 什么是时域分析法(时域指标)	91
5.1.2 时域分析法的主要特点	93
5.2 系统时域解的结构	93
5.2.1 自由响应与强迫响应	93
5.2.2 零输入响应与零状态响应	94
5.2.3 瞬态响应与稳态响应	96
5.3 连续信号与系统控制的时域分析	96
5.3.1 连续时间信号的时域分析	96
5.3.2 用卷积积分法求零状态响应	105
5.3.3 一、二阶系统的时域分析	114

5.3.4 高阶系统的时域分析	124
5.3.5 连续系统的稳定性分析	126
5.3.6 连续系统的稳态误差分析	133
5.4 离散信号与系统的时域分析	143
5.4.1 离散时间基本信号	143
5.4.2 离散时间系统的差分方程及其求解	159
5.4.3 用卷积和求零状态响应	161
本章小结	163
习题 5	164

第 6 章 信号与系统控制的

频域分析法

章节知识框架	172
教学目的与要求	172
导入案例	173
6.1 频域分析法及其特点	173
6.1.1 什么是频域分析法	173
6.1.2 频域分析法的特点	174
6.2 连续信号与系统控制的频域分析	174
6.2.1 信号的正交分解	174
6.2.2 周期信号的傅里叶级数	176
6.2.3 周期信号的频谱	182
6.2.4 非周期信号的傅里叶变换	187
6.2.5 傅里叶变换的性质	194
6.2.6 周期信号的傅里叶变换	201
6.2.7 抽样定理	203
6.2.8 连续系统的频域分析	210
6.2.9 连续系统的频率特性与实验测定	219
6.2.10 Nyquist 稳定判据与对数频率稳定判据	243
6.2.11 系统 Bode 图的三频段分析与闭环特性	254

6.2.12 系统频域指标与时域 指标之间的关系	262
6.3 离散信号与系统控制的频域 分析	264
6.3.1 周期信号的离散时间 傅里叶级数(DTFS)	265
6.3.2 非周期信号的离散时间 傅里叶变换(DTFT)	269
6.3.3 周期序列的离散时间傅里 叶变换	276
6.3.4 离散时间傅里叶变换的 性质	278
6.3.5 离散傅里叶变换 (DFT)	285
6.3.6 快速傅里叶变换(FFT) 简介	293
6.3.7 离散系统的频域分析 ..	295
本章小结	302
习题6	304

第7章 信号与系统控制的复频域 分析法

章节知识框架	318
教学目的与要求	318
导入案例	319
7.1 复频域分析法及其特点	319
7.1.1 什么是复频域分析法 ..	319

7.1.2 复频域分析法的 主要特点	320
7.2 连续信号与系统的 复频域分析	320
7.2.1 拉普拉斯变换	320
7.2.2 用拉普拉斯变换法求解 微分方程	332
7.2.3 RLC 系统的复频域 分析	335
7.2.4 闭环系统的根轨迹	339
7.2.5 利用根轨迹分析系统的 性能	353
7.3 离散信号与系统控制的复频域 分析	361
7.3.1 Z 变换	361
7.3.2 用 Z 变换解差分方程 ..	384
7.3.3 信号的采样与恢复	389
7.3.4 离散系统的脉冲传递 函数	392
7.3.5 离散系统的表示和 模拟	399
7.3.6 离散系统的频率响应 ..	405
7.3.7 离散系统的性能分析 ..	409
本章小结	422
习题7	425

1~7 章部分习题参考答案

下 册

第8章 系统的校正与设计

章节知识框架	457
教学目的与要求	457
导入案例	458
8.1 系统校正与设计概述	458
8.1.1 系统校正与设计的 基本步骤	458
8.1.2 系统校正与设计的 性能指标	459

8.1.3 系统校正的方式、方法和 控制规律	460
8.2 常用校正装置及其特性	463
8.2.1 无源校正装置	463
8.2.2 有源校正装置	467
8.3 串联校正装置的频域设计	468
8.3.1 超前校正的设计	469
8.3.2 滞后校正的设计	470
8.3.3 滞后—超前校正的 设计	472



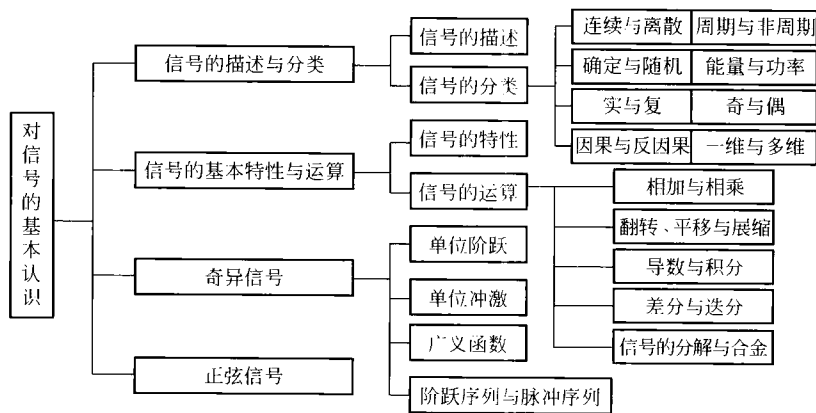
8.4 反馈校正	474	本章小结	528
8.4.1 反馈校正的主要作用	474	习题 9	530
8.4.2 反馈校正设计举例	477		
8.5 复合校正	478	下篇 现代分析方法	
8.5.1 按输入补偿的复合校正	479	第 10 章 状态空间分析法	534
8.5.2 按干扰补偿的复合校正	481	章节知识框架	534
8.6 根轨迹法在系统校正中的应用	482	教学目的与要求	535
8.6.1 用根轨迹法设计超前校正	482	导入案例	535
8.6.2 用根轨迹法设计滞后校正	484	10.1 系统的状态空间描述	535
8.7 MATLAB 在系统校正设计中的应用	487	10.1.1 系统的状态空间表达式	535
8.7.1 MATLAB 概述	487	10.1.2 状态空间表达式的建立	538
8.7.2 MATLAB 相关函数介绍	487	10.2 系统状态方程的求解	553
8.7.3 MATLAB 在根轨迹校正设计中的应用	489	10.2.1 连续时间系统状态方程的求解	553
8.7.4 MATLAB 在频率响应校正设计中的应用	492	10.2.2 离散时间系统状态方程的求解	563
本章小结	496	10.2.3 线性连续时间系统的离散化	567
习题 8	498	10.2.4 基于 MATLAB 环境下的控制系统仿真	569
第 9 章 非线性控制系统的分析	500	10.3 线性控制系统的能控性和能观性	571
章节知识框架	500	10.3.1 能控性及其判定	571
教学目的与要求	500	10.3.2 能观性及其判定	575
导入案例	501	10.3.3 能控性与能观性的对偶关系	578
9.1 典型非线性特性及其对系统性能的影响	501	10.3.4 能控标准型与能观标准型	579
9.2 非线性控制系统的分析方法	504	10.3.5 线性系统的结构分解	585
9.2.1 相平面法	505	10.3.6 能控性和能观性与传递函数矩阵之间的关系	594
9.2.2 非线性控制系统的相平面分析	512	10.3.7 传递函数矩阵的实现	596
9.2.3 描述函数法	517	10.3.8 MATLAB 环境下的能控性与能观性分析	604
9.2.4 用描述函数法分析非线性系统	523	10.4 稳定性与李亚普诺夫方法	605

第1章

对信号的基本认识



章节知识框架



教学目的与要求

- ✓ 掌握信号的基本运算，包括相加、相乘、翻转、平移、展缩、微分、积分、差分、迭分等；
- ✓ 掌握信号的分解与合成；
- ✓ 熟悉信号的几种常用分类；
- ✓ 熟悉常见的奇异信号，包括：斜坡、阶跃、冲激和冲激偶等；
- ✓ 了解消息、信息与信号的定义及三者之间的关系，了解信号的处理与传输过程；
- ✓ 了解信号的基本特性包括时间、频率、能量和信息特性；
- ✓ 初步了解正弦信号。

上篇 基本认识

“信号、系统与控制理论”是电气信息类专业十分重要的基础理论课程。要真正学好“信号、系统与控制理论”，首先要建立对它的基本认识，要清楚“什么是信号”、“什么是系统”、“什么是控制”，要明确“信号、系统与控制理论”的基本概念、专业术语、重要意义，带着问题主动学习、达到“思定然后动”的效果，为后面的“经典”与“现代”分析方法等理论学习作好充分的准备。



导入案例

人类社会的发展，离不开信号的传递。

案例一：

我国古代利用烽火传送边疆警报——光信号的传输，是最原始的光通信系统。

案例二：

古代利用击鼓鸣金报送时刻或传达命令——声信号的传输，是原始的声通信系统。

其他如旗语、驿站、信鸽等古老的信息传送方法，在传送距离、速度、可靠性与有效性等方面都远不如现代的通信方式。

案例三：

当房间温度达到设定值时，空调就会自动停止制冷或制热工作，这是空调内的感温器件把房间温度转变为反馈电信号后与设定值比较而产生的控制结果。

可见，信号不仅与现代通信密切相关，而且也自动控制密切相关。

下面，学习关于信号的基本知识。

1.1 信号的描述与分类

1.1.1 什么是信号

众所周知，人类是通过各种声、光、电等物理量或物理现象来相互传送所需要的消息或者信息的。由此，定义：

- (1) 消息：具有一定意义的语言、文字、图像、数据等。
- (2) 信息：语言、文字、图像、数据等消息给予受信者的新知识，信息寓于消息之中。
- (3) 信号：是传送消息(信息)的某种形式(如声、光、电、磁)，是传送消息(信息)的载体。

一般而言，信号是随时间变化的，信号的数学形式可用时间 t 的一维函数 $f(t)$ 表示；也可以用时间 t 和空间的多维函数 $f(t, x)$ 表示，例如工业熔炉内的温度信号不仅随时间变化，而且与位置有关；在电子信息系统中，常用的电压、电流、电荷或磁通等电信号可以视为时间 t 或其他变量的函数，等等。

信号可以通过解析式、图形、测量数据或统计数据等进行描述，通常具有能量和量纲。

(4) 信号处理：通过编码、压缩等加工或者变换的方法，削弱信号中的冗余内容、滤除噪声与干扰，使信号容易分析与识别或提高抗扰性与保密性的过程。

(5) 信号传输：信号以某种形式在某种信道中传送的过程即信号传输，信号传输与信号处理密切相关又相互独立。

人类相互传送消息的过程如图 1.1-1 所示。

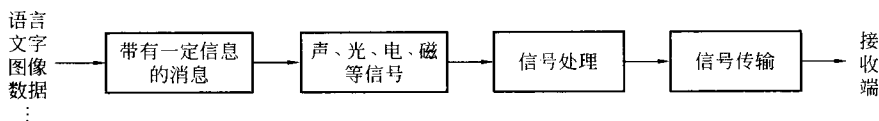


图 1.1-1 消息传送过程的示意图

1.1.2 信号的分类

信号的形式有多种，可以从不同的角度进行分类。常用的几种分类为：①连续时间信号和离散时间信号；②周期信号和非周期信号；③确定性信号和随机性信号；④实信号和复信号；⑤功率有限信号和能量信号；⑥奇信号和偶信号；⑦因果信号和反因果信号；⑧一维信号与多维信号。

1. 连续信号与离散信号

(1) 连续时间信号：一个信号，如果在某个时间区间内除有限个间断点外都有定义，就称该信号在此区间内为连续时间信号，简称连续信号。

所谓“连续”是指在定义域内(除开有限个间断点外)信号变量是连续可变的，而信号的取值，则在值域内可以是连续的，也可以是跳变的。图 1.1-2 为几种常见的连续信号。

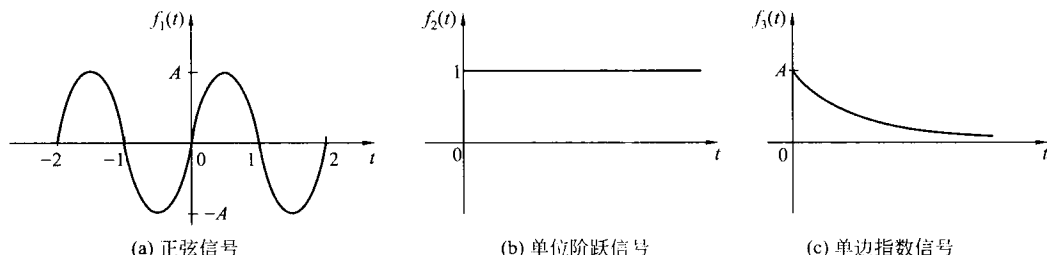


图 1.1-2 几种常见的连续信号

(2) 离散时间信号：仅在离散时刻点上有定义的信号称为离散时间信号，简称离散信号或序列，通常记为 $f(k)$ ，其中 k 为序号。

“离散”只表示自变量取离散的数值，而相邻离散时刻点的间隔则可以相等，也可以不相等；在这些离散时刻点以外，信号无定义；信号的值域可以是连续的，也可以是不连续的。

图 1.1-3 为几种离散信号的波形。

(3) 数字信号：不仅在时间上是离散的，而且在幅度上是经过量化的离散时间信号，即为数字信号；数字信号是离散信号的特例。

在工程应用中，常把幅值可连续取值的连续信号称为模拟信号，如图 1.1-2(a)所示；把幅值可连续取值的离散信号称为抽样信号，如图 1.1-3(a)所示；而把幅值只能取某些规定数值的离散信号称为数字信号，如图 1.1-3(c)所示。

为方便起见，有时将信号 $f(t)$ 或 $f(k)$ 的自变量省略，简记为 $f(\cdot)$ ，表示信号变量允许取连续变量或者离散变量，即用 $f(\cdot)$ 统一表示连续信号和离散信号。

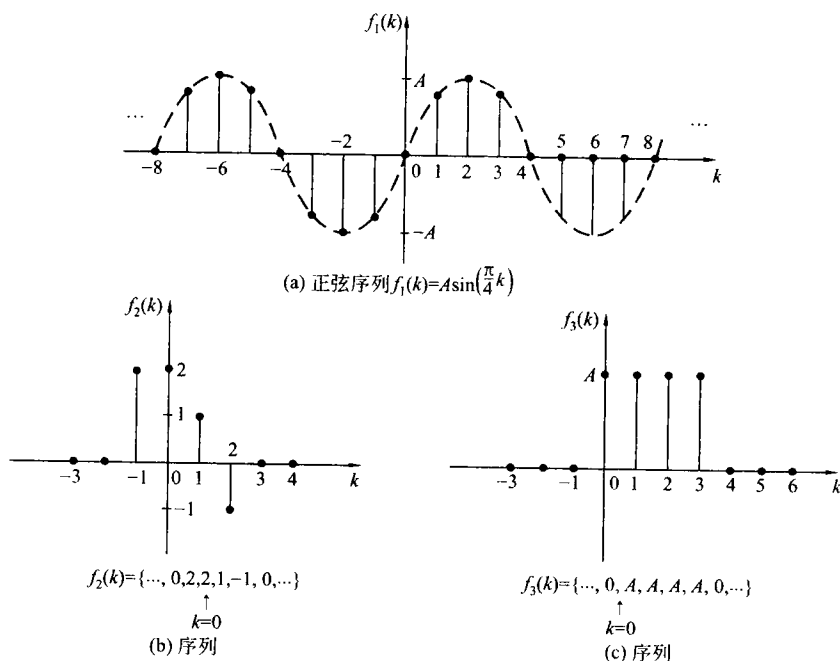


图 1.1-3 几种离散信号序列

2. 周期信号与非周期信号

1) 连续时间周期信号

一个连续信号 $f(t)$ ，若对所有的 t 均有

$$f(t) = f(t + mT), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.1-1)$$

则称 $f(t)$ 为连续时间周期信号，满足式(1.1-1)的最小 T 值称为 $f(t)$ 的周期。

2) 离散时间周期信号

一个离散信号 $f(k)$ ，若对所有的 k 均有

$$f(k) = f(k + mN), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.1-2)$$

则称 $f(k)$ 为离散时间周期信号或序列，满足式(1.1-2)的最小 N 值称为 $f(k)$ 的周期。

图 1.1-4 为上述两种周期信号的波形。

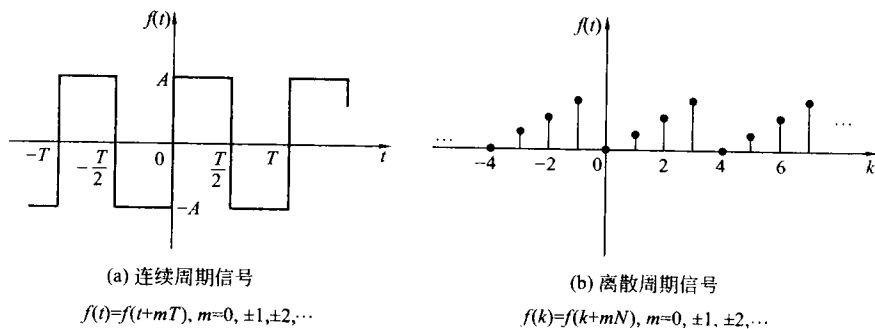


图 1.1-4 两种周期信号的波形



3) 非周期信号

凡是不满足式(1.1-1)或式(1.1-2)的信号称为非周期信号。非周期信号的幅值在时间上不具有周而复始变化的特性,它不具有周期,或者认为它的周期趋向无穷大。

注:如果两个周期信号 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的周期具有公倍数,则它们的和信号 $f(t)=x(t)+y(t)$ 仍然是一个周期信号,其周期是 $x(t)$ 和 $y(t)$ 周期的最小公倍数。

例 1.1-1 试判断下列信号是否为周期信号,若是,则确定其周期。

$$\textcircled{1} f_1(t) = \sin 2t + \cos 3t \quad \textcircled{2} f_2(t) = \cos 2t + \sin \pi t$$

解: 对于 $\textcircled{1}$, 假设 $f_1(t)$ 的最小周期为 T , 则有 $f_1(t) = f_1(t+kT)$, $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

即

$$\begin{aligned} \sin 2t + \cos 3t &= \sin 2(t+kT) + \cos 3(t+kT) \\ &= \sin(2t+2kT) + \cos(3t+3kT) \end{aligned}$$

为使上式成立, 有 $2kT=2\pi p$ 及 $3kT=2\pi q$, 即 $T=\frac{\pi}{k}p=\frac{2\pi}{3k}q$ 。

当 $p=2$ 、 $q=3$ 时, $f_1(t)$ 有最小周期 $T=\frac{2\pi}{k}$, 取 $k=1$, 有 $T=2\pi$, 所以 $f_1(t)$ 是以 $2\pi(s)$ 为周期的周期信号。

对于 $\textcircled{2}$, 假设 $f_2(t)$ 的最小周期为 T , 则有 $f_2(t) = f_2(t+kT)$, $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

即

$$\begin{aligned} \cos 2t + \sin \pi t &= \cos 2(t+kT) + \sin \pi(t+kT) \\ &= \cos(2t+2kT) + \sin(\pi t + k\pi T) \end{aligned}$$

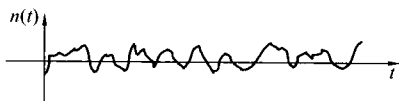
为使上式成立, 有 $2kT=2\pi p$ 及 $k\pi T=2\pi q$, 即 $T=\frac{\pi}{k}p=\frac{2}{k}q$, 使 p 、 q 取任何整数时, $T=\frac{\pi}{k}p=\frac{2}{k}q$ 都不能成立, 所以 $f_2(t)$ 不是周期信号。

3. 确定信号与随机信号

(1) 确定信号: 任一由确定时间函数描述的信号, 称为确定信号或规则信号。对于这种信号, 给定某一时刻后, 就能确定一个相应的信号值, 可以表示为时间的函数或序列。

(2) 随机信号: 如果信号是时间的随机函数, 事先将无法预知它的变化规律, 则这种信号被称为不确定信号或随机信号。对随机信号的研究主要运用概率统计方法。

通常, 实际系统工作时, 总会受到系统内部或周围环境的各种噪声与干扰的影响, 使实际系统的输出信号具有不确定性。图 1.1-5 为噪声与干扰的波形示意。



(a) 噪声的波形



(b) 干扰的波形

图 1.1-5 噪声与干扰的波形示意



在系统的分析与设计中,对确定信号的研究不仅十分重要,同时是进一步研究随机信号的基础。

4. 能量信号与功率信号

若设信号 $f(t)$ 为电压或电流,则加载在单位电阻负载上产生的(归一化)瞬时功率为 $|f(t)|^2$, 在一定的时间区间 $(-\frac{\tau}{2}, \frac{\tau}{2})$ 内, $f(t)$ 会消耗一定的能量,对该能量在时间区间 $(-\frac{\tau}{2}, \frac{\tau}{2})$ 内取平均值,即得 $f(t)$ 信号在此区间内的平均功率。由此可定义:

连续信号 $f(t)$ 的能量 E 为

$$E = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} |f(t)|^2 dt \quad (1.1-3)$$

连续信号 $f(t)$ 的功率 P 为

$$P = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} |f(t)|^2 dt \quad (1.1-4)$$

离散信号 $f(t)$ 的能量 E 为

$$E = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |f(k)|^2 \quad (1.1-5)$$

(1) 能量有限信号:如果在无限大时间区间内,信号 $f(t)$ 的能量 E 为有限值 ($0 < E < \infty$), 而 $f(t)$ 的平均功率 $P=0$, 则称该信号为能量有限信号,简称能量信号。

(2) 功率有限信号:如果在无限大时间区间内,信号 $f(t)$ 的能量 $E=\infty$, 而 $f(t)$ 的平均功率 P 满足 $0 < P < \infty$, 仅为有限值,则称此信号为功率有限信号,简称功率信号。

5. 实信号与复信号

(1) 实信号:物理可实现的信号称为实信号,实信号在各时刻的取值是实数。

例如 $f(t)=A\sin t$ 、 $f(t)=Ae^{-at}$ 、 $f(k)=B\cos(2k)$ 等。

(2) 复信号:取值为复数而实际并不存在的信号为复信号,复信号仅在理论分析时被使用。

例如 $f(t)=e^{j\Omega t}$ 、 $f(k)=e^{j\omega k}$ 等。

6. 奇信号与偶信号

(1) 奇信号:一个信号 $f(t)$ 或 $f(k)$, 若其波形关于坐标原点对称,即满足 $f(t)=-f(-t)$ 或 $f(k)=-f(-k)$, 则称 $f(t)$ 或 $f(k)$ 为奇信号。

(2) 偶信号:一个信号 $f(t)$ 或 $f(k)$, 若其波形关于纵坐标轴对称,即满足 $f(t)=f(-t)$ 或 $f(k)=f(-k)$, 则称 $f(t)$ 或 $f(k)$ 为偶信号。

凡不具备上述奇偶特性的信号称为非奇非偶信号。

7. 因果信号与反因果信号

(1) 因果信号:若 $t < t_0$ (t_0 为实常数) 时, $f(t)=0$; $t \geq t_0$ 时, $f(t) \neq 0$, 则称 $f(t)$ 为因果信号。通常取 $t_0=0$, 因果信号可用 $f(t)\epsilon(t)$ 表示, 其中 $\epsilon(t)$ 为单位阶跃信号。

(2) 反因果信号:若 $t \geq t_0$ (t_0 为实常数) 时, $f(t)=0$; $t < t_0$ 时, $f(t) \neq 0$, 则称 $f(t)$ 为

反因果信号。通常取 $t_0=0$ ，反因果信号可用 $f(t)\epsilon(-t)$ 表示。

8. 一维信号与多维信号

(1) 一维信号：若信号的数学形式可用时间 t 的一维函数 $f(t)$ 表示，则称为一维信号。

(2) 多维信号：若信号的数学形式是时间 t 和空间或者纯粹是空间的多维函数，需用多维函数表示，则称为多维信号。

注：本书主要研究一维信号。

1.2 信号的基本特性与运算

1.2.1 信号的基本特性

信号的基本特性包括时间特性、频率特性、能量特性和信息特性。

1. 信号的时间特性

确定信号是一个确定的时间函数，其解析式或波形图都集中体现了信号的时间特性。

例如，确定信号的变化速率的快慢、幅值的大小、持续时间的长短以及随时间改变所呈现的变化规律等，都反映了确定信号的时间特性。

2. 信号的频率特性

在一定条件下，一个复杂信号可以分解成许多不同频率成分的正弦分量的线性组合，其中每个分量都具有各自的振幅和相位。研究表明，信号各正弦分量的振幅随频率增大而逐渐减小，使信号的能量主要集中在低频分量上，集中信号主要能量的一定频率范围称为信号的频率宽度。频谱是信号在频率域的一种表示形式，集中体现了信号的频率特性，包括信号的频带宽度和各正弦分量的振幅、相位随频率变化的分布情况等。

3. 信号的能量特性与功率特性

任何信号通过系统时都伴随着一定能量或功率的传输，这表明信号具有能量或功率特性。前面，已经在时域上定义了信号的能量和功率，实际上信号的能量和功率也可以在频域上定义。信号的能量和功率随频率分布的关系称为信号的能量谱和功率谱。

4. 信号的信息特性

无论确定信号还是随机信号都可以携带或者含有一定的信息。人们利用各种系统对信号进行处理、加工和传输的目的就是为了获取其中的有用信息。例如，在电报传输系统中，持续时间长短不一的脉冲序列信号代表不同的电报数码，分组数码则表示不同的报文信息；又如，收音机天线回路接收到的无线电广播信号中，高频信号的幅度或频率的变化就携带了有用的广播节目信息，等等。

注：本书只讨论确定信号的时间特性和频率特性，不讨论随机信号的统计特性。

1.2.2 信号的基本运算

信号的基本运算包括信号的相加和相乘，信号的翻转、平移和展缩，连续信号的微