

浙江省著名品牌教辅



跟我学 数学

SHUXUE

八年级下
新课标浙江版



浙江教育出版社

45

义务教育课程标准配套用书

跟我学 数学

SHUXUE

八年级下册

新课标浙教版

总审定 邹一心(华东师范大学教授)
本册主编 卢佩华 王建英



NLIC2970189548

黄山书社



·跟我学·

傅长安 主编

★

黄山书社出版发行

(合肥市金寨路 381 号)

新华书店经销 杭州长命印刷有限公司印刷

开本: 880 × 1230 印张: 96 字数: 1480 千字

2006 年 1 月第 1 版 2006 年 1 月第 1 次印刷

印数: 0001 - 5000

ISBN 7-80707-109-5

定价: 120.00 元(共 12 册)

前 言

《跟我学》丛书经过名优教师的辛勤努力,已与广大师生见面了。它与同类辅导读物相比,更具实用性,工具性,启发性,是一把打开中考之门的金钥匙。

当前在实施素质教育的过程中,要求学生重基础,讲技巧,费时少,见效快,化知识为能力。此读本正是抓住了“知识点”,进行了精辟的分析,在分析过程中解决了其中的“重点”和“难点”,这样,读者就可以学习到掌握知识的本领,使学习者切实体会到怎样从“知识型”向“能力型”转变,从而在学习和尝试过程中切实有效地提高全面的素质。

该书与现行教材同步配套,紧跟现行教材内容及其编排的变动;做到既与现行教材同步,又跳出教材,内容上适当延伸,以培养学生的综合能力,特别是应试能力。同时该书还强化能力训练,所有题目不断更新,保持新颖。还特别注意解题的规范性,从严训练学生的基本功。

此书使用以后,我们衷心地希望能听到更多的反馈意见,使此书臻于完善,能在绿荫丛中呈现出一道怡人风景,并祝使用此书者能进入理想的高一级学校。



周乃山

第一章 二次根式	
1.1 二次根式	1
1.2 二次根式的性质	8
1.3 二次根式的运算	16
第二章 一元二次方程	
2.1 一元二次方程	25
2.2 一元二次方程的解法	34
2.3 一元二次方程的应用	43
第三章 频数及其分布	
3.1 频数与频率	51
3.2~3.3 频数分布直方图、频数分布折线图(一)	56
3.2~3.3 频数分布直方图、频数分布折线图(二)	61
第四章 命题与证明	
4.1 定义与命题	65
4.2 证明	72
4.3 证明的思路	84
4.4 反例与证明	93
4.5 反证法	103



第五章 平行四边形

5.1 多边形(一)	109
5.1 多边形(二)	118
5.2 平行四边形	130
5.3 平行四边形的性质(一)	139
5.3 平行四边形的性质(二)	146
5.4 中心对称	153
5.5 平行四边形的判定(一)	164
5.5 平行四边形的判定(二)	174
5.6 三角形的中位线	185
5.7 逆命题和逆定理	194

第六章 特殊平行四边形与梯形

6.1 矩 形	204
6.2 菱 形	214
6.3 正 方 形	223
6.4 梯 形	232
参 考 答 案	240



第一章 二次根式

1.1 二次根式



重点难点突破

【知识要点】

1. 了解二次根式的概念.
2. 了解二次根式中字母的取值范围.

【学法引导】

1. 形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫二次根式. 算术平方根也叫做二次根式.
2. 在 $\sqrt{a}$ 中, 字母 a 必须满足 $a \geq 0$, 即二次根式的被开方数具有非负性.
3. $\sqrt{a}$ 本身具有非负性.



范 例

例 1 要使下列式子有意义, 字母 x 的取值范围应满足什么条件?

(1) $\sqrt{x-4}$;

(2) $\sqrt{4-2x}$;

(3) $\sqrt{\frac{-1}{x+1}}$;

(4) $\sqrt{-x}$;

(5) $\sqrt{(x-2)^2}$;

(6) $\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}$.

分析: 二次根式 $\sqrt{a}$ 有意义的条件是 $a \geq 0$, 最后都是转化为解不等式或不等式组,

其中第(3)题中 $x \neq -1$, 第(4)、(5)题也要引起注意.

解: (1) 由 $x-4 \geq 0$, 得 $x \geq 4$.

(2) 由 $4-2x \geq 0$, 得 $4 \geq 2x$, 所以 $x \leq 2$.

(3) 由 $\frac{-1}{x+1} \geq 0$, 得 $x+1 < 0$, 所以 $x < -1$.

(4) 由 $-x \geq 0$, 得 $x \leq 0$.

(5) 由于平方具有非负性, 故 x 为全体实数.

(6) 由 $x+1 \geq 0$, 且 $3-x \geq 0$, 得不等式组:

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 & \text{①} \\ 3-x \geq 0 & \text{②} \end{cases}$$

由①得 $x \geq -1$

由②得 $x \leq 3$

所以不等式组解集为 $-1 \leq x \leq 3$

所以 x 的取值范围是 $-1 \leq x \leq 3$

例2 当 a 为任意实数时,下列各式中哪些是二次根式?

$$\sqrt{a}, \sqrt{-a}, \sqrt{a+100}, \sqrt{|a|}, \sqrt{a^2}, \sqrt{a^2+4}, \sqrt{a^2-4}, \sqrt{(a-4)^2}, \sqrt[3]{a}$$

分析:判断一个根式是否是二次根式,必须满足2个条件:(1)被开方数是非负数;

(2)根指数是2.

解:因为 $|a| \geq 0, a^2 \geq 0, a^2+4 > 0, (a-4)^2 \geq 0$,

所以 $\sqrt{|a|}, \sqrt{a^2}, \sqrt{a^2+4}, \sqrt{(a-4)^2}$ 四个是二次根式.

因为 a 是任意实数时, $a, -a, a+100, a^2-4$ 不能保证是非负数.

即 $a, -a, a+100, a^2-4$ 可以是负数.(如当 $a < -100$ 时, $a+100 < 0$, 又如当 $-2 < a < 2$ 时, $a^2-4 < 0$)

所以 $\sqrt{a}, \sqrt{-a}, \sqrt{a+100}, \sqrt{a^2-4}$ 四个不是二次根式.

因为 $\sqrt[3]{a}$ 是 a 的三次方根,所以 $\sqrt[3]{a}$ 不是二次根式.

例3 已知 $\sqrt{x^2-4} + \sqrt{2x+y} = 0$, 求 $x-y$ 的值.

分析:已知条件 $\sqrt{x^2-4} + \sqrt{2x+y} = 0$, 隐含着 $\sqrt{x^2-4}$ 和 $\sqrt{2x+y}$ 都有意义,即它

们都应该是二次根式.根据二次根式的非负性可知: $\sqrt{x^2-4} \geq 0, \sqrt{2x+y} \geq 0$,

又因为这两个非负数的和等于0,所以每个非负数都等于0,从而得到 x^2

$-4=0, 2x+y=0$, 进而求出 x, y 的值,再求出 $x-y$ 的值.

解:因为 $\sqrt{x^2-4} + \sqrt{2x+y} = 0$,

所以 $\sqrt{x^2-4} \geq 0, \sqrt{2x+y} \geq 0$,

所以 $\sqrt{x^2-4} = 0$ 且 $\sqrt{2x+y} = 0$.

$$\begin{cases} x^2-4=0 & \text{①} \\ 2x+y=0 & \text{②} \end{cases}$$

由①得 $x = \pm 2$.

当 $x=2$ 时,代入②得 $y = -4$



所以 $x - y = 2 - (-4) = 2 + 4 = 6$

当 $x = -2$ 时, 代入②得 $y = 4$

所以 $x - y = -2 - 4 = -6$

所以 $x - y$ 的值为 6 或 -6.

例 4 已知 a 满足 $|1992 - a| + \sqrt{a - 1993} = a$, 则 $a - 1992^2$ 的值是 ()

A. 1991

B. 1992

C. 1993

D. 1994

分析: 本题主要考查二次根式中被开方式的非负性.

解: 由二次根式的意义可知: $a - 1993 \geq 0$, 即 $a \geq 1993$.

所以 $a > 1992$.

所以 $|1992 - a| = a - 1992$.

因为 $|1992 - a| + \sqrt{a - 1993} = a$

所以 $a - 1992 + \sqrt{a - 1993} = a$.

所以 $\sqrt{a - 1993} = 1992$.

所以 $a - 1993 = 1992^2$.

所以 $a - 1992^2 = 1993$.

所以选 C.

$$\begin{aligned} \sqrt{a-1993} &= 1992 \\ a-1993 &= 1992^2 \\ a &= 1992^2 + 1993 \end{aligned}$$

综合应用创新

例 1 已知 $y = \sqrt{2x-1} + \sqrt{1-2x} + 8x$, 则 $\sqrt{4x+5y-6}$ 的平方根是多少?

分析: 由二次根式的被开方数具有非负性, 得 $2x-1 \geq 0$ 且 $1-2x \geq 0$, 所以 $x \geq \frac{1}{2}$

且 $x \leq \frac{1}{2}$, 所以 x 只能取 $\frac{1}{2}$, 这样 y 的值也就可知了.

解: 因为 $2x-1 \geq 0$, 且 $1-2x \geq 0$,

所以 $x = \frac{1}{2}$.

所以 $y = 8 \times \frac{1}{2} = 4$.

所以 $4x+5y-6 = 4 \times \frac{1}{2} + 5 \times 4 - 6 = 16$.

所以 $4x+5y-6$ 的平方根是 ± 4 .

点评: 二次根式一定要注意自变量的取值范围, 即寻找题目中的隐含条件, 从而得

到解题的钥匙.另外要注意一个正数的平方根有两个,它们是互为相反数.

例2 请你观察,思考下列计算过程:

因为 $11^2 = 121$,

所以 $\sqrt{121} = 11$.

同样因为 $111^2 = 12321$,

所以 $\sqrt{12321} = 111$.

由此猜想: $\sqrt{12345678987654321} =$ _____.

分析: $\sqrt{121} = 11$, 中间为 2 时, 结果是 2 个 1, 即 11.

$\sqrt{12321} = 111$, 中间为 3 时, 结果是 3 个 1, 即 111.

由此猜想: $\sqrt{12345678987654321}$ 中间为 9 时, 结果是 9 个 1, 即 111111111.

解: $\sqrt{12345678987654321} = 111111111$.

点评: 阅读理解题是新教材较为提倡的题型, 同学们要善于观察挖掘题中内涵, 大胆猜想, 找出规律.

基础能力平台

一、填空题

1. 形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫二次根式.

2. 若 $\sqrt{3-x}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 $x \leq 3$.

3. 若 $\sqrt{2x-5} + \sqrt{5-2x}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 $x=2.5$.

4. 代数式 $\frac{\sqrt{3-x}}{x-1}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 $x \leq 3$ 且 $x \neq 1$.

5. 在式子 $\sqrt{2}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{a}, \sqrt{-2^2}, \sqrt{a^2}$ 中, 是二次根式的有 $\sqrt{2}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{a^2}$.

6. 若 $\sqrt{2a-3} = 3-2a$, 则 $a = 1.5$.

7. 若 $\sqrt{a-1} + |b+3| = 0$, 则 $a^b = 1$.

8. 若 $(x-2)^2 + \sqrt{y+2} = 0$, 则 $y^x = 4$.

9. 二次根式 $\sqrt{-(x-1)^2}$ 中, x 的取值为 1.

10. 计算: $(\sqrt{6} + \sqrt{5})^{2005} \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{6})^{2005} = -1$.

二、选择题

1. 下列各式一定有意义的是

(C)

A. $\sqrt{-x^2}$

B. $\sqrt{x^2-1}$

C. $\sqrt{x^2+1}$

D. $\sqrt{\frac{1}{x^2}}$

2. 对于 $\sqrt{-a^2}$, 下列说法正确的是

(D)

A. 一定无意义

B. 一定有意义

C. 当 $a < 0$ 时有意义D. 当 $a = 0$ 时有意义3. 若 a 是有理数, 则一定有平方根的是

(C)

A. $a+1$

B. a^2-1

C. $|a|+1$

D. $\frac{a}{3}+100$

4. 要使式子 $\sqrt{2-x} + \sqrt{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是

(D)

A. $x \leq 2$

B. $x \geq 1$

C. $x \leq 2$ 或 $x \geq 1$

D. $1 \leq x \leq 2$

5. 使式子 $\sqrt{4-x}$ 有意义且取得最小值的 x 的取值是

(B)

A. 0

B. 4

C. 2

D. 不存在

6. 当 $x = \sqrt{2}-1$ 时, 则 x^2+2x+1 等于

(C)

A. $\sqrt{2}$

B. $2+\sqrt{2}$

C. 2

D. $\sqrt{2}+1$

三、解答题

1. 要使下列式子有意义, 字母 x 的取值范围必须满足什么条件?

(1) $\sqrt{3x-7}$;

(2) $\sqrt{4-8x}$;

(3) $\frac{\sqrt{x+4}}{x-1}$.

$x > \frac{7}{3}$

$x \leq \frac{1}{2}$

$x > -4$ 且 $x \neq 1$

2. 下列根式中, 哪些是二次根式, 哪些不是二次根式?

(1) $\sqrt{2}$;

(2) $\sqrt{-2}$;

(3) $\sqrt{(-2)^2}$;

(4) $\sqrt[3]{4}$;

(5) $\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}$;

(6) $\sqrt{1-a} (a \leq 1)$;

(7) $\sqrt{-x} (x > 0)$;

(8) $\sqrt{x^2}$;

(9) $\sqrt{-a^2-1}$;

(10) $\sqrt{\frac{a}{b}} (ab < 0)$.

3. 已知 $(a-3)^2 + \sqrt{b+2} = 0$, 求 $2a-5b$ 的平方根.

$$a-3=0 \quad 2a-5b$$

$$a=3 \quad =6+10$$

$$b+2=0 \quad =16$$

$$b=-2$$

4. 已知 $|x-3| + \sqrt{x+y-1} = 0$, 求 $(\sqrt{x-y})^2 + y^x$ 的值.

$$x-3=0$$

$$x=3$$

$$x+y-1=0$$

$$y=-2$$

$$(\sqrt{x-y})^2 + y^x$$

$$= 5 + (-2)^3$$

$$= 5 - 8$$

$$= -3$$

5. 已知 $|x+y-2\sqrt{3}|$ 与 $\sqrt{xy-1}$ 互为相反数, 求 x^2+y^2 的值.

$$|x+y-2\sqrt{3}| \geq 0$$

$$\sqrt{xy-1} \geq 0$$

$$\therefore x+y=2\sqrt{3}$$

$$xy=1$$

$$x^2+y^2$$

$$= (x+y)^2 - 2xy$$

$$= 12 - 2$$

$$= 10$$

拓展延伸训练

1. 已知 $\sqrt{a+2b}=3$, $\sqrt{4a-2b}=4$, 求 $a-b$ 的值.

$$\begin{cases} a+2b=9 \\ 4a-2b=16 \end{cases}$$

$$a=5, b=2$$

$$a-b=3$$

☆☆☆☆☆☆



2. 已知 $y = \sqrt{1-2x} + \sqrt{2x-1} + \sqrt{(x-1)^2}$, 求 $(x+y)^{2005}$ 的值.

$$1-2x \geq 0$$

$$2x-1 \geq 0$$

$$\therefore x \leq \frac{1}{2}, x \geq \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}$$

$$(0 \leq a)$$

$$(0 \geq a)$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}$$

$$(0 \leq a, 0 \leq a)$$

$$(x+y)^{2005}$$

$$= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)^{2005}$$

【要点联想】

$$= 1$$

$$(0 < a, 0 \leq a) \frac{a}{b} \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{a}{b} \sqrt{\frac{a}{b}}$$

自主探究提高

已知 $\sqrt{m-1}$ 与 $|n-2|$ 互为相反数, 求 $\frac{1}{mn} + \frac{1}{(m+1)(n+1)} + \frac{1}{(m+2)(n+2)} + \dots$

求 $\frac{1}{(m+2005)(n+2005)}$ 的值.

$$\sqrt{m-1} \geq 0$$

$$|n-2| \geq 0$$

$$\therefore m = 1$$

$$n = 2$$

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2007} \\ &= 1 - \frac{1}{2007} \end{aligned}$$

新课标浙教版八年级(下)数学

1.2 二次根式的性质



重点难点突破

【知识要点】

1. 理解二次根式的 $\sqrt{a} (a \geq 0)$ 是表示非负数 a 的算术平方根的代数式, 掌握二次根式公式 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$.
2. 掌握并能灵活运用二次根式的另一个重要性质 $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a \leq 0) \end{cases}$.
3. 掌握二次根式的运算法则(也称乘除法公式): ① $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} (a \geq 0, b \geq 0)$
② $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} (a \geq 0, b > 0)$.
4. 能灵活运用四个性质简化实数的运算, 以及对结果是二次根式的式子进行化简.

【学法引导】

1. 注意 $\sqrt{a^2} = |a|$ 与 $(\sqrt{a^2}) = a (a \geq 0)$ 的区别. $\sqrt{a^2} = |a|$ 中的 a 的取值范围是任何实数, 是一个数平方的算术平方根, 结果是这个数的绝对值. 而 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$ 中 a 的取值范围是 $a \geq 0$ (具有非负性), 是指一个数的算术平方根的平方, 结果是等于这个数.
2. 注意二次根式乘除法公式中被开方数的取值范围的区别.
3. 运算结果中含有的二次根式要化简成: ①分母不带根号; ②根号内不含分母.



范 例

例1 计算下列各式:

$$(1) (\sqrt{15})^2 \quad (2) \sqrt{\left(-\frac{1}{5}\right)^2} \quad (3) (2\sqrt{x})^2$$

分析: (1) 由 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$ 直接可得.

(2) 要注意应先计算 $\left(-\frac{1}{5}\right)^2$, 然后求算术平方根, 也可用公式 $\sqrt{a^2} = |a|$.

$$\sqrt{\left(-\frac{1}{5}\right)^2} = \left| -\frac{1}{5} \right| = \frac{1}{5}.$$

(3) 根据积的乘法法则, 这里 2 也要平方.

解: (1) $(\sqrt{15})^2 = 15$

(2) $\sqrt{\left(-\frac{1}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}$

(3) $(2\sqrt{x})^2 = 2^2 \times (\sqrt{x})^2 = 4x$

△例 2 化简:

(1) $\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(3-a)^2} (a > 3) = |a-2| - |3-a| = a-2 - (3-a) = 2a-5$

(2) $\sqrt{4x^2 - 12x + 9} - \sqrt{4x^2 - 20x + 25} \left(\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}\right)$

分析: 第(1)题可直接运用公式 $\sqrt{a^2} = |a|$ 化简, 化简关键是判断 $a-2$ 与 $3-a$ 的符号. 第(2)题需要先把被开方数因式分解, 化成完全平方的形式, 再运用公式 $\sqrt{a^2} = |a|$ 进行化简.

解: (1) 因为 $a > 3$

所以 $3-a < 0, a-2 > 0$

所以原式 $= |a-2| - |3-a| = a-2 - (a-3) = 1$

(2) 因为 $\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$

所以 $2x-3 \geq 0, 2x-5 \leq 0$

所以原式 $= \sqrt{(2x-3)^2} - \sqrt{(2x-5)^2}$

$$= |2x-3| - |2x-5|$$

$$= 2x-3 - [-(2x-5)]$$

$$= 2x-3+2x-5$$

$$= 4x-8$$

△例 3 当 $a < 0$ 时, $\sqrt[3]{a^3} + \sqrt{a^2-2a+1}$ 可化简为_____.

分析: 不管 a 取何值, $\sqrt[3]{a^3}$ 始终等于 a , 而当 $a < 0$ 时, $a-1 < 0$, 所以 $\sqrt{a^2-2a+1} = \sqrt{(a-1)^2} = |a-1| = 1-a$, 故原式 $= a+1-a=1$.

解: 1

例 4 计算下列各式:

(1) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{15}$

(2) $6\sqrt{27} \cdot (-2\sqrt{3})$

(3) $\sqrt{\frac{3y}{x}} \sqrt{\frac{3x^2}{y}} (x > 0, y > 0)$

(4) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{15}$

分析:第(1)、(3)、(4)题直接利用二次根式乘法法则 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0)$ 计算,第(2)题要利用乘法交换律和结合律,将两个系数和两个二次根式分别相乘,同时注意确定积的符号.

$$\text{解: (1)} \sqrt{5} \cdot \sqrt{15} = \sqrt{5 \times 15} = \sqrt{5^2 \times 3} = 5\sqrt{3}$$

$$(2) 6\sqrt{27} \cdot (-2\sqrt{3}) = 6 \times (-2) \cdot \sqrt{3^3} \cdot \sqrt{3} = -12\sqrt{3^4} = -108$$

$$(3) \sqrt{\frac{3y}{x}} \cdot \sqrt{\frac{3x^2}{y}} = \sqrt{\frac{3y}{x} \cdot \frac{3x^2}{y}} = \sqrt{3^2 x} = 3\sqrt{x}$$

$$(4) \sqrt{6} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{15} = \sqrt{2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 3 \times 5} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5^2} = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

$$\Delta \text{例 5 化简: (1)} \sqrt{5 \frac{4}{9}} \quad (2) \sqrt{\frac{y}{x}} \quad (3) \sqrt{\frac{x+y}{x^3 y^2}}$$

分析:此题直接用商的算术平方根的性质化简后,分母中仍含有根号,这时还必须化去分母中的根号,即分母有理化.要注意:当被开方数是带分数时,应先把它化成假分数.

$$\text{解: (1)} \sqrt{5 \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{9}} = \frac{7}{3}$$

$$(2) \sqrt{\frac{y}{x}} = \sqrt{\frac{y \cdot x}{x \cdot x}} = \frac{1}{x} \sqrt{xy}$$

$$(3) \sqrt{\frac{x+y}{x^3 y^2}} = \sqrt{\frac{(x+y) \cdot x}{x^3 \cdot y^2 \cdot x}} = \frac{1}{x^2 y} \sqrt{x^2 + xy}$$

$$\Delta \text{例 6 当 } x=9, y=4 \text{ 时,求代数式 } \sqrt{x^3 + x^2 y + \frac{1}{4} xy^2} + \sqrt{\frac{1}{4} x^2 y + xy^2 + y^3} \text{ 的值.}$$

分析:分别将二次根式化成最简二次根式,然后再代入求值.

$$\text{解: 原式} = \sqrt{\frac{1}{4} x(4x^2 + 4xy + y^2)} + \sqrt{\frac{1}{4} y(x^2 + 4xy + 4y^2)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4} x(2x+y)^2} + \sqrt{\frac{1}{4} y(x+2y)^2}$$

$$= \frac{1}{2} |2x+y| \sqrt{x} + \frac{1}{2} |x+2y| \sqrt{y}$$

$$\text{当 } x=9, y=4 \text{ 时}$$

$$\text{原式} = \frac{1}{2} |2 \times 9 + 4| \times \sqrt{9} + \frac{1}{2} |9 + 2 \times 4| \times \sqrt{4} = 33 + 17 = 50$$





综合应用创新

例1 阅读下列文字后,回答问题:

小明和小芳解答题目:“先化简,再求值: $a + \sqrt{1-2a+a^2}$,其中 $a=9$ ”时,得出两种不同的答案:

小明的解答是:原式 $= a + \sqrt{(1-a)^2} = a + (1-a) = 1$

小芳的解答是:原式 $= a + \sqrt{(1-a)^2} = a + |1-a| = a + (a-1) = 2a-1 = 2 \times 9 - 1 = 17$

(1)_____的解答是错误的.

(2)错误的解答错在未能正确运用二次根式的_____性质.

分析:这是考查二次根式性质公式 $\sqrt{a^2} = |a|$ 的运用.在化简 $\sqrt{(1-a)^2} = |1-a|$ 时,应考虑 a 的取值,当 $a=9$ 时, $|1-a| = a-1$.

解:(1)小明 (2) $\sqrt{a^2} = |a|$

点评:这是一道阅读理解题,解题的关键是要正确运用二次根式的有关性质.

例2 观察下列各式及验证过程:

$$2\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{2 + \frac{2}{3}} \quad \text{验证:}$$

$$2\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{2^3}{3}} = \sqrt{\frac{(2^3-2)+2}{3}} = \sqrt{\frac{2(2^2-1)+2}{2^2-1}} = \sqrt{2 + \frac{2}{3}}$$

$$3\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{3 + \frac{3}{8}} \quad \text{验证:}$$

$$3\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{3^3}{8}} = \sqrt{\frac{(3^3-3)+3}{8}} = \sqrt{\frac{3(3^2-1)+3}{3^2-1}} = \sqrt{3 + \frac{3}{8}}$$

(1)按照上述两等式及验证过程的基本思路,猜想 $4\sqrt{\frac{4}{15}}$ 的变形结果并进行验证.

(2)针对上述各式反映的规律,写出用 n (n 为任意自然数,且 $n \geq 2$)表示的等式,并证明.

分析:以已有的等式变形为依据,从中探索规律,写出一一般性结论.

解:(1) $4\sqrt{\frac{4}{15}} = \sqrt{4 + \frac{4}{15}} \quad \text{验证:}$



★★★★★