

# 名校名师课时作业本

## 数学

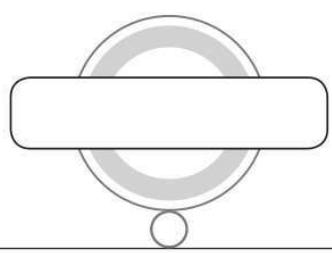
九年级（全一册）



四川民族出版社







# 目 录

<b>第二十一章</b>	<b>一元二次方程</b>	.....	(001)
第 1 课时	一元二次方程	.....	(001)
第 2 课时	直接开平方法	.....	(003)
第 3 课时	配方法	.....	(005)
第 4 课时	一元二次方程根的判别式	.....	(006)
第 5 课时	公式法	.....	(008)
第 6 课时	因式分解法	.....	(010)
第 7 课时	一元二次方程根与系数的关系	.....	(011)
第 8 课时	用一元二次方程解决传播问题	.....	(013)
第 9 课时	用一元二次方程解决增降率问题	.....	(015)
第 10 课时	用一元二次方程解决几何图形问题	.....	(016)
第 11 课时	用一元二次方程解决销售利润问题	.....	(018)
<b>第二十二章</b>	<b>二次函数</b>	.....	(020)
第 1 课时	二次函数	.....	(020)
第 2 课时	二次函数 $y = ax^2$ 的图象和性质	.....	(022)
第 3 课时	二次函数 $y = ax^2 + k$ 的图象和性质	.....	(024)
第 4 课时	二次函数 $y = a(x - h)^2$ 的图象和性质	.....	(026)
第 5 课时	二次函数 $y = a(x - h)^2 + k$ 的图象和性质	.....	(028)
第 6 课时	二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象和性质	.....	(030)
第 7 课时	用待定系数法求二次函数的解析式	.....	(032)
第 8 课时	二次函数与一元二次方程之间的关系	.....	(034)
第 9 课时	二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与字母系数的关系	.....	(035)
第 10 课时	实际问题与二次函数——几何问题中应用二次函数的最值	.....	(038)
第 11 课时	实际问题与二次函数——二次函数与商品利润	.....	(040)
第 12 课时	实际问题与二次函数——实物抛物线	.....	(042)
<b>第二十三章</b>	<b>旋 转</b>	.....	(044)
第 1 课时	图形的旋转——认识图形的旋转	.....	(044)
第 2 课时	图形的旋转——利用旋转性质作图	.....	(046)
第 3 课时	中心对称	.....	(048)
第 4 课时	中心对称图形	.....	(050)
第 5 课时	关于原点对称的点的坐标	.....	(052)
<b>第二十四章</b>	<b>圆</b>	.....	(055)
第 1 课时	圆的认识	.....	(055)
第 2 课时	垂直于弦的直径 (1)	.....	(057)
第 3 课时	垂直于弦的直径 (2)	.....	(059)
第 4 课时	弧、弦、圆心角	.....	(061)
第 5 课时	圆周角——圆周角定理及其推论	.....	(063)



第 6 课时	圆周角——圆内接四边形	(065)
第 7 课时	点和圆的位置关系	(067)
第 8 课时	直线和圆的位置关系	(069)
第 9 课时	直线和圆的位置关系——切线的判定与性质	(071)
第 10 课时	直线和圆的位置关系——切线长定理	(073)
第 11 课时	正多边形和圆	(075)
第 12 课时	弧长和扇形面积	(077)
第 13 课时	圆锥的侧面积和全面积	(080)
<b>第二十五章</b>	<b>概率初步</b>	(082)
第 1 课时	随机事件	(082)
第 2 课时	概率的意义	(083)
第 3 课时	列表法求概率	(085)
第 4 课时	树状图法求概率	(087)
第 5 课时	运用列表法与树状图法求概率	(089)
第 6 课时	用频率估计概率(1)	(091)
第 7 课时	用频率估计概率(2)	(093)
<b>第二十六章</b>	<b>反比例函数</b>	(095)
第 1 课时	反比例函数	(095)
第 2 课时	反比例函数的图象和性质	(097)
第 3 课时	反比例函数的图象和性质—— $k$ 的几何意义	(098)
第 4 课时	实际问题与反比例函数(一)	(100)
第 5 课时	实际问题与反比例函数(二)	(102)
<b>第二十七章</b>	<b>相 似</b>	(105)
第 1 课时	图形的相似	(105)
第 2 课时	相似多边形	(106)
第 3 课时	平行线分线段成比例	(108)
第 4 课时	相似三角形的判定定理 1, 2	(110)
第 5 课时	相似三角形的判定定理 3	(112)
第 6 课时	相似三角形的性质	(114)
第 7 课时	相似三角形应用举例	(116)
第 8 课时	位似——位似图形的概念及画法	(118)
第 9 课时	位似——平面直角坐标系中的位似	(120)
<b>第二十八章</b>	<b>锐角三角函数</b>	(123)
第 1 课时	正 弦	(123)
第 2 课时	锐角三角函数	(125)
第 3 课时	特殊角的锐角三角函数	(127)
第 4 课时	解直角三角形	(129)
第 5 课时	解直角三角形及其应用——与视角有关的解直角三角形应用题	(131)
第 6 课时	解直角三角形及其应用——与方向角、坡角有关的解直角三角形应用题	(133)
<b>第二十九章</b>	<b>投影与视图</b>	(135)
第 1 课时	投 影	(135)
第 2 课时	正投影	(137)
第 3 课时	几何体的三视图	(138)
第 4 课时	由三视图确定几何体	(141)
第 5 课时	由三视图确定几何体的表面积或体积	(143)



第二十一章

# 一元二次方程

## 第 1 课时 一元二次方程



### 知识感知

- 一元二次方程的定义：  
等号两边都是 整式，只含有 一个 未知数，并且未知数的最高次数是 2 的方程。
- 一元二次方程的一般形式：  
 $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ )，其中二次项是  $ax^2$ ，二次项系数是  $a$ ，一次项是  $bx$ ，一次项系数是  $b$ ，常数项是  $c$ 。
- 一元二次方程的解：  
使一元二次方程 左右两边 相等的 未知数 的值，也叫做一元二次方程的根。



### A 双基训练

基础知识 + 基本技能

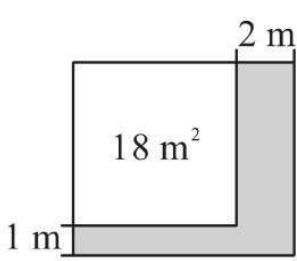
- 下列方程是一元二次方程的是( D )  
A.  $ax^2 + bx + c = 0$   
B.  $2x^2 - 3x = 2(x^2 - 2)$   
C.  $x^3 - 2x + 7 = 0$   
D.  $(x - 2)^2 - 4 = 0$
- 若方程  $(m - 1)x^{|m| + 1} - 2x = 3$  是关于  $x$  的一元二次方程，则( B )  
A.  $m = 1$                       B.  $m = -1$   
C.  $m = \pm 1$                     D.  $m \neq \pm 1$
- 把方程  $x(x + 2) = 5(x - 2)$  化成一般形式，则  $a, b, c$  的值分别是( A )  
A. 1, -3, 10                    B. 1, 7, -10  
C. 1, -5, 12                    D. 1, 3, 2
- 方程  $x^2 + x - 12 = 0$  的两个根为( D )  
A.  $x_1 = -2, x_2 = 6$   
B.  $x_1 = -6, x_2 = 2$   
C.  $x_1 = -3, x_2 = 4$   
D.  $x_1 = -4, x_2 = 3$
- 某广场准备修建一个面积为 200 平方米的矩形草坪，它的长比宽多 10 米，设草坪的宽为  $x$  米，则可列方程为( D )  
A.  $x(x - 10) = 200$   
B.  $2x + 2(x - 10) = 200$   
C.  $2x + 2(x + 10) = 200$   
D.  $x(x + 10) = 200$
- 方程  $mx^2 + 5x + n = 0$  一定是( C )  
A. 一元二次方程  
B. 一元一次方程  
C. 整式方程  
D. 关于  $x$  的一元二次方程
- 下列方程：①  $2x^2 - \frac{1}{3x} = 1$ ；②  $2x^2 - 5xy + y^2 = 0$ ；③  $7x^2 + 1 = 0$ ；④  $\frac{y^2}{2} = 0$ 。其中一元二次方程是( C )  
A. ①和②                          B. ②和③  
C. ③和④                          D. ①和③
- 关于  $x$  的方程  $(m + 1)x^2 + 2mx - 3 = 0$  是一元二次方程，则  $m$  的取值范围是( B )  
A. 任意实数                      B.  $m \neq -1$   
C.  $m > 1$                           D.  $m > 0$
- 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 5x + p^2 - 2p + 5 = 0$  的一个根为 1，则实数  $p$  的值是( C )  
A. 4                                  B. 0 或 2  
C. 1                                  D. -1
- 一个三角形的两边长为 3 和 6，第三边的边长是方程  $(x - 2)(x - 4) = 0$  的根，则这个三角形的周长是( B )  
A. 11                                B. 13  
C. 11 或 13                        D. 都不对
- 关于  $x$  的方程  $(m - 1)x^{m^2 + 1} + mx = 4$ ，当  $m = \underline{-1}$  时，是一元二次方程；当  $m = \underline{0 \text{ 或 } 1}$  时，是一元一次方程。





**B 能力提升**

问题解决+思维提升

12. 下列方程中,一元二次方程有( B )  
 ① $3x^2+x=20$ ; ② $2x^2-3xy+4=0$ ;  
 ③ $x^2-\frac{1}{x}=4$ ; ④ $x^2=1$ ;  
 ⑤ $x^2-\frac{x}{3}+3=0$ .  
 A. 2 个                      B. 3 个  
 C. 4 个                      D. 5 个
13. 若关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2+bx+5=0$  ( $a \neq 0$ ) 的其中一个解是  $x=1$ , 则  $2017-a-b$  的值是( A )  
 A. 2022                      B. 2012  
 C. 2019                      D. 2013
14. 若关于  $x$  的一元二次方程  $(a+1)x^2-ax+a^2-1=0$  的一个根为 0, 则  $a=$  1.
15. 若关于  $x$  的一元二次方程  $(a-2)x^2-(a^2-4)x+8=0$  不含一次项, 则  $a=$  -2.
16. 公园有一块正方形的空地, 后来从这块空地上划出部分区域栽种鲜花(如图), 原空地一边减少了 1 m, 另一边减少了 2 m, 剩余空地的面积为  $18 \text{ m}^2$ , 求原正方形空地的边长. 设原正方形的空地的边长为  $x \text{ m}$ , 则可列方程为( C )  
 A.  $(x+1)(x+2)=18$   
 B.  $x^2-3x+16=0$   
 C.  $(x-1)(x-2)=18$   
 D.  $x^2+3x+16=0$
- 
17. 若一元二次方程  $2x^2+(k+8)x-(2k-3)=0$  的二次项系数、一次项系数、常数项之和为 5, 则  $k=$  8.
18. 方程  $3x+1=0$  的解也是关于  $x$  的方程  $3x^2+mx+2=0$  的一个解, 则  $m$  的值为 7.
19. 若方程  $(m-2)x^2+\sqrt{m}x=1$  是关于  $x$  的一元二次方程, 则  $m$  的取值范围是  $m \geq 0$  且  $m \neq 2$ .
20. 若关于  $x$  的方程  $(m+3)x^{m^2-7}+(m-5)x+5=0$  是一元二次方程, 试求  $m$  的值, 并计算这个方程的各项系数之和.  
 解: 依题意得  $m^2-7=2$  且  $m+3 \neq 0$ , 解得  $m=3$ .  
 原方程可化为  $6x^2-2x+5=0$ ,  
 故二次项系数为 6, 一次项系数为 -2, 常数项

为 5.

所以各项系数之和为  $6+(-2)+5=9$ .

21. 若  $m$  是一元二次方程  $x^{|a|-1}-x-2=0$  的一个实数根.  
 (1) 求  $a$  的值;  
 (2) 不解方程, 求代数式  $(m^2-m)(m-\frac{2}{m}+1)$  的值.
- 解: (1) 由题意得  $|a|-1=2$ , 解得  $a=\pm 3$ .  
 (2) 由 (1) 知, 该方程为  $x^2-x-2=0$ , 把  $x=m$  代入, 得  $m^2-m=2$ ,  
 $\therefore \frac{m^2}{m}-\frac{m}{m}=\frac{2}{m}$ , 则  $m-\frac{2}{m}=1$ ②,  
 $\therefore (m^2-m)(m-\frac{2}{m}+1)=4$ .



**C 创新应用**

综合应用+拓广探索

22. 求证: 关于  $x$  的方程  $(m^2-8m+17)x^2+2mx+1=0$ , 不论  $m$  取何值, 该方程都是一元二次方程.  
 证明:  $m^2-8m+17=(m^2-8m+16)-16+17=(m-4)^2+1$ .  
 $\therefore (m-4)^2 \geq 0$ ,  
 $\therefore (m-4)^2+1 \neq 0$ ,  
 $\therefore$  无论  $m$  取何实数关于  $x$  的方程  $(m^2-8m+17)x^2+2mx+1=0$  都是一元二次方程.
23. 已知  $k$  是方程  $x^2-101x+1=0$  的一个不为 0 的根, 不解方程, 你能求出  $k^2-100k+\frac{101}{k^2+1}$  的值吗? 如果能, 请写出解答过程; 如果不能, 请说明理由.  
 解:  $\because k^2-101k+1=0$ ,  
 $\therefore k^2-100k=k-1, k^2+1=101k$ ,  
 $\therefore$  原式  $=k-1+\frac{1}{k}=\frac{k^2+1}{k}-1$   
 $=\frac{101k}{k}-1=100$ .



第2课时 直接开平方法



知识感知

- 方程  $x^2 = p$  的根的情况：
  - 当  $p > 0$  时，方程有 两个不相等 的实数根， $x_1 = \underline{\sqrt{p}}$ ， $x_2 = \underline{-\sqrt{p}}$ 。
  - 当  $p = 0$  时，方程有 两个相等 的实数根， $x_1 = x_2 = \underline{0}$ 。
  - 当  $p < 0$  时，方程 无实数根。
- 解一元二次方程，就是通过 降次 把一元二次方程转化为两个 一元一次 方程。



A 双基训练

基础知识+基础技能

- 方程  $x^2 - 3 = 0$  的根是  $\pm\sqrt{3}$ 。
- 对于方程  $x^2 = m - 1$ 。
  - 若方程有两个不相等的实数根，则  $m$   $> 1$ ；
  - 若方程有两个相等的实数根，则  $m$   $= 1$ ；
  - 若方程无实数根，则  $m$   $< 1$ 。
- 下列方程中，没有实数根的是( D )
 

A. $2x + 3 = 0$	B. $x^2 - 1 = 0$
C. $\frac{1}{x+1} = 1$	D. $x^2 + x + 1 = 0$
- 已知  $b < 0$ ，关于  $x$  的一元二次方程  $(x - 1)^2 = b$  的根的情况是( C )
  - 有两个不相等的实数根
  - 有两个相等的实数根
  - 没有实数根
  - 有两个实数根
- 一元二次方程  $(x + 6)^2 = 16$  可化为两个一元一次方程，其中一个一元一次方程是  $x + 6 = 4$ ，则另一个一元一次方程是( D )
 

A. $x - 6 = 4$	B. $x - 6 = -4$
C. $x + 6 = 4$	D. $x + 6 = -4$
- 一元二次方程  $(x - 2)^2 = 1$  的根是( C )
 

A. $x = 3$
B. $x_1 = 3, x_2 = -3$
C. $x_1 = 3, x_2 = 1$
D. $x_1 = 1, x_2 = -3$
- 方程  $3x^2 + 9 = 0$  的根为( D )
 

A. 3	B. -3
C. $\pm 3$	D. 无实数根

- 若  $x^2 - 4x + p = (x + q)^2$ ，那么  $p, q$  的值分别是( B )
 

A. $p = 4, q = 2$
B. $p = 4, q = -2$
C. $p = -4, q = 2$
D. $p = -4, q = -2$
- 用直接开平方法解下列方程：
 

(1) $x^2 - 25 = 0$ ;	(2) $4x^2 = 1$ ;
解: $x = \pm 5$ .	解: $x = \pm \frac{1}{2}$ .

(3)  $3(x + 1)^2 = \frac{1}{3}$ ;  
 解:  $x_1 = -\frac{2}{3}, x_2 = -\frac{4}{3}$ .

(4)  $(3x + 2)^2 = 25$ .  
 解:  $x_1 = 1, x_2 = -\frac{7}{3}$ .



B 能力提升

问题解决+思维提升

- 若  $8x^2 - 16 = 0$ ，则  $x$  的值是  $\pm\sqrt{2}$ 。
- 如果方程  $2(x - 3)^2 = 72$ ，那么，这个一元二次方程的两根是 9 或 -3。
- 如果  $a, b$  为实数，满足  $\sqrt{3a + 4} + b^2 - 12b + 36 = 0$ ，那么  $ab$  的值是 -8。
- 下列方程能用直接开平方法求解的是( C )
 

A. $5x^2 + 2 = 0$
B. $4x^2 - 2x + 1 = 0$
C. $(x - 2)^2 = 4$
D. $3x^2 + 4 = 2$
- 一元二次方程  $x^2 - 4 = 0$  的解是( B )
 

A. $x = 2$
------------



B.  $x_1 = 2, x_2 = -2$

C.  $x = -2$

D.  $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}$

15. 方程  $2x^2 - 8 = 0$  的根为( C )

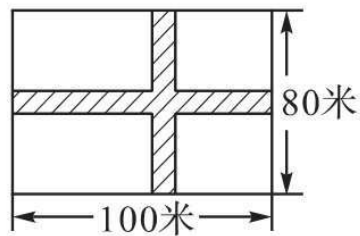
A. 2

B. -2

C.  $\pm 2$

D. 没有实数根

16. 如图, 在长为 100 米, 宽为 80 米的矩形场地上修建两条宽度相等且互相垂直的道路, 剩余部分进行绿化, 要使绿化面积为 7 644 平方米, 则道路的宽应为多少米? 设道路的宽为  $x$  米, 则可列方程为



( C )

A.  $100 \times 80 - 100x - 180x = 7\ 644$

B.  $(100 - x)(80 - x) + x^2 = 7\ 644$

C.  $(100 - x)(80 - x) = 7\ 644$

D.  $100x + 80x = 356$

17. 若  $x^2 + 2(m - 3)x + 49$  是完全平方式, 则  $m$  的值等于 10 或 -4.

18. 若  $(x^2 + y^2 - 1)^2 = 4$ , 则  $x^2 + y^2 =$  3.

19. 用直接开平方法解方程:

(1)  $(2x - 3)^2 - \frac{1}{4} = 0$ ;

解: 移项, 得  $(2x - 3)^2 = \frac{1}{4}$ .

$\therefore 2x - 3 = \pm \frac{1}{2}$ ,

$\therefore x_1 = \frac{7}{4}, x_2 = \frac{5}{4}$ .

(2)  $4(x - 2)^2 - 36 = 0$ ;

解: 移项, 得  $4(x - 2)^2 = 36$ ,

$\therefore (x - 2)^2 = 9$ ,

$\therefore x - 2 = \pm 3$ ,

$\therefore x_1 = 5, x_2 = -1$ .

(3)  $x^2 + 6x + 9 = 7$ ;

解: 整理, 得  $(x + 3)^2 = 7$ ,

$\therefore x + 3 = \pm \sqrt{7}$ ,

$\therefore x_1 = -3 + \sqrt{7}, x_2 = -3 - \sqrt{7}$ .

(4)  $9x^2 + 5 = 1$ .

解: 移项, 得  $9x^2 = -4$ .

$\therefore x^2 = -\frac{4}{9}$ .

$\therefore$  方程无实数解.



C 创新应用

综合应用+拓广探索

20. 已知  $x^2 + 4x + y^2 - 6y + 13 = 0$ , 则  $\frac{x - 2y}{x^2 + y^2}$  的

值为  $-\frac{8}{13}$ .

21. 将 4 个数  $a, b, c, d$  排成 2 行、2 列, 两边各

加一条竖直线记成  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ , 规定  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} =$

$ad - bc$ , 上述记法就叫做二阶行列式. 若

$\begin{vmatrix} x+1 & x-1 \\ 1-x & x+1 \end{vmatrix} = 6$ , 则  $x$  的值为  $\pm\sqrt{2}$ .

22. 如果  $x^2 - 4x + y^2 + 6y + \sqrt{z+2} + 13 = 0$ , 求  $(xy)^z$  的值.

解:  $\because (x - 2)^2 + (y + 3)^2 + \sqrt{z + 2} = 0$ ,

$\therefore x - 2 = 0, y + 3 = 0, z + 2 = 0$ ,

解得  $x = 2, y = -3, z = -2$ ,

$\therefore (xy)^z = (-6)^{-2} = \frac{1}{36}$ .

23. 若  $2(x^2 + 3)$  的值与  $3(1 - x^2)$  的值互为相反数, 求  $\frac{3+x}{x^2}$  的值.

解: 由题意可得  $2(x^2 + 3) + 3(1 - x^2) = 0$ ,

$\therefore x^2 = 9, \therefore x_1 = 3, x_2 = -3$ ,

$\therefore \frac{3+x}{x^2}$  的值为  $\frac{2}{3}$  或 0.



第3课时 配方法



知识感知

- 方程  $(x+n)^2=p$  的根的情况：
  - 当  $p>0$  时，方程有 两个不相等 的实数根， $x_1 = \underline{-n + \sqrt{p}}$ ， $x_2 = \underline{-n - \sqrt{p}}$ 。
  - 当  $p=0$  时，方程有 两个相等 的实数根， $x_1 = x_2 = \underline{-n}$ 。
  - 当  $p<0$  时，方程 无实数根。
- 解一元二次方程时，配方是为了 降次，把一元二次方程转化为两个 一元一次 方程。
- 配方法解一元二次方程的一般步骤：
 

一移：将 常数项 移到方程等号的右边。

二除：如果二次项系数不是 1，将方程两边同时除以 二次项系数，将其化为 1。

三配：方程两边都加上 一次项系数一半的平方，将方程左边配成完全平方的形式。

四开：如果方程的右边是一个非负数，就可以直接降次解方程；如果是一个负数，则原方程无实数根。



A 双基训练

基础知识+基础技能

- 填空：
  - $x^2 + 10x + \underline{25} = (x + \underline{5})^2$ ;
  - $x^2 - 12x + \underline{36} = (x - \underline{6})^2$ ;
  - $x^2 + 5x + \underline{\frac{25}{4}} = (x + \underline{\frac{5}{2}})^2$ ;
  - $x^2 - \frac{2}{3}x + \underline{\frac{1}{9}} = (x - \underline{\frac{1}{3}})^2$ 。
- 将代数式  $a^2 + 4a - 5$  变形，结果正确的是 ( D )
 

A.  $(a+2)^2 - 1$       B.  $(a+2)^2 - 5$   
C.  $(a+2)^2 + 4$       D.  $(a+2)^2 - 9$
- 对于任意实数  $x$ ，多项式  $x^2 - 2x + 3$  的值一定是 ( B )
 

A. 非负数      B. 正数  
C. 负数      D. 无法确定
- 若  $x^2 + 6x + m^2$  是一个完全平方式，则  $m$  的值是 ( C )
 

A. 3      B. -3  
C.  $\pm 3$       D. 以上都不对
- 用配方法解下列方程，其中应在方程左右两边

同时加上 4 的是 ( A )

- A.  $x^2 + 4x = 5$       B.  $2x^2 - 4x = 5$   
C.  $x^2 - 2x = 5$       D.  $x^2 + 2x = 5$
- 一元二次方程  $x^2 - 6x - 5 = 0$  配方后可变形为 ( A )
 

A.  $(x-3)^2 = 14$       B.  $(x-3)^2 = 4$   
C.  $(x+3)^2 = 14$       D.  $(x+3)^2 = 4$
  - 下列用配方法解方程  $2x^2 - x - 6 = 0$ ，开始出现错误的步骤是 ( C )
 

$2x^2 - x = 6$ ,      ①  
 $x^2 - \frac{1}{2}x = 3$ ,      ②  
 $x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = 3 + \frac{1}{4}$ ,      ③  
 $(x - \frac{1}{2})^2 = \frac{13}{4}$ .      ④

A. ①      B. ②  
C. ③      D. ④
  - 用配方法解下列方程：
 

(1)  $x^2 - 2x - 1 = 0$ ;  
解:  $x = 1 \pm \sqrt{2}$ .

(2)  $x^2 - 4x - 2 = 0$ ;  
解:  $x = 2 \pm \sqrt{6}$ .

(3)  $2x^2 - 4x - 6 = 0$ ;  
解:  $x_1 = 3, x_2 = -1$ .

(4)  $\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x - 2 = 0$ .  
解:  $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -2$ .
  - 若方程  $4x^2 - (m-2)x + 1 = 0$  的左边是一个完全平方式，则  $m$  等于 ( B )
 

A. -2      B. -2 或 6  
C. -2 或 -6      D. 2 或 -6



B 能力提升

问题解决+思维提升

- 若方程  $4x^2 - (m-2)x + 1 = 0$  的左边是一个完全平方式，则  $m$  等于 ( B )
 

A. -2      B. -2 或 6  
C. -2 或 -6      D. 2 或 -6



10. 用配方法解方程  $x^2 - \frac{2}{3}x + 1 = 0$ , 正确的是 ( D )

A.  $(x - \frac{2}{3})^2 = 1, x_1 = \frac{5}{3}, x_2 = -\frac{1}{3}$

B.  $(x - \frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}, x = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$

C.  $(x - \frac{3}{2})^2 = -\frac{8}{9}$ , 原方程无实数解

D.  $(x - \frac{1}{3})^2 = -\frac{8}{9}$ , 原方程无实数解

11. 已知  $M = \frac{2}{9}a - 1, N = a^2 - \frac{7}{9}a$  ( $a$  为任意实数), 则  $M, N$  的大小关系为 ( A )

A.  $M < N$

B.  $M = N$

C.  $M > N$

D. 不能确定

12. 用配方法解下列方程:

(1)  $x^2 - 2x - 24 = 0$ ;

解:  $x_1 = 6, x_2 = -4$ .

(2)  $2x^2 + 8x - 4 = 0$ ;

解:  $x_1 = \sqrt{6} - 2, x_2 = -\sqrt{6} - 2$ .

(3)  $x^2 - 3x - 6 = x - 11$ ;

解: 无实数根.

(4)  $x(x+4) = 6x+3$ .

解:  $x_1 = 3, x_2 = -1$ .

13. 三角形两边的长是 3 和 4, 第三边的长是方程  $x^2 - 12x + 35 = 0$  的根, 则该三角形的周长为 ( B )

A. 14

B. 12

C. 12 或 14

D. 以上都不对

14. 用配方法解下列方程, 配方正确的是 ( D )

A.  $2y^2 - 4y - 4 = 0$  可化为  $(y-1)^2 = 4$

B.  $x^2 - 2x - 9 = 0$  可化为  $(x-1)^2 = 8$

C.  $x^2 + 8x - 9 = 0$  可化为  $(x+4)^2 = 16$

D.  $x^2 - 4x = 0$  可化为  $(x-2)^2 = 4$



### C 创新应用

综合应用+拓广探索

15. 不论  $x, y$  为什么实数, 代数式  $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 7$  的值 ( A )

A. 总不小于 2

B. 总不小于 7

C. 可为任何实数

D. 可能为负数

16. 当  $x = -4$  时, 代数式  $x^2 + 8x + 17$  取最小值为 1, 当  $x = 1$  时, 代数式  $2x - x^2 - 3$  取最大值为 -2.

17. 求证: 不论  $x$  取何值, 代数式  $3x^2 - 6x + 5$  的值总不小于 2.

证明:  $3x^2 - 6x + 5 = 3(x-1)^2 + 2$ .

$\because (x-1)^2 \geq 0,$

$\therefore 3(x-1)^2 + 2 \geq 2,$

即代数式  $3x^2 - 6x + 5$  的值总不小于 2.

## 第 4 课时 一元二次方程根的判别式



### 知识感知

1. 一元二次方程根的判别式:

一般地, 式子  $b^2 - 4ac$  叫做一元二次方程根的判别式, 通常用希腊字母  $\Delta$  表示, 即  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

(1) 当  $\Delta > 0$  时, 方程有两个不相等的实数根, 即  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ .

(2) 当  $\Delta = 0$  时, 方程有两个相等的实数根, 即  $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ .

(3) 当  $\Delta < 0$  时, 方程没有实数根.



### A 双基训练

基础知识+基础技能

1. 方程  $4x^2 + x = 5$  化为一般形式  $ax^2 + bx + c = 0$  后,  $a, b, c$  的值为 ( C )

A.  $a = 4, b = 1, c = 5$

B.  $a = 1, b = 4, c = 5$

C.  $a = 4, b = 1, c = -5$

D.  $a = 4, b = -5, c = 1$

2. 已知方程  $2x^2 + mx + 1 = 0$  的判别式的值为 16, 则  $m$  的值为 ( C )

A.  $2\sqrt{6}$

B.  $-2\sqrt{6}$



C.  $\pm 2\sqrt{6}$                       D.  $\pm 3\sqrt{6}$

3. 一元二次方程  $x^2 - 4x + 4 = 0$  的根的情况是 ( B )

- A. 有两个不相等的实数根
- B. 有两个相等的实数根
- C. 无实数根
- D. 无法确定

4. 一元二次方程  $x^2 - 2x + 3 = 0$  的根的情况是 ( A )

- A. 没有实数根
- B. 有两个相等的实数根
- C. 有两个不相等的实数根
- D. 有两个实数根

5. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 4x + 5 - a = 0$  有实数根, 则  $a$  的取值范围是 ( A )

- A.  $a \geq 1$                       B.  $a > 1$
- C.  $a \leq 1$                       D.  $a < 1$

6. 下列一元二次方程中, 没有实数根的是 ( A )

- A.  $4x^2 - 5x + 2 = 0$
- B.  $x^2 - 6x + 9 = 0$
- C.  $5x^2 - 4x - 1 = 0$
- D.  $3x^2 - 4x + 1 = 0$

7. 关于  $x$  的一元二次方程  $2x^2 - 4x + m - 1 = 0$  有实数根, 则  $m \leq 3$ .

8. 如果关于  $x$  的一元二次方程  $k^2x^2 - (2k + 1)x + 1 = 0$  有两个不相等的实数根, 那么  $k$  的取值范围是 ( B )

- A.  $k > -\frac{1}{4}$
- B.  $k > -\frac{1}{4}$  且  $k \neq 0$
- C.  $k < -\frac{1}{4}$
- D.  $k \geq -\frac{1}{4}$  且  $k \neq 0$

9. 不解方程, 判定下列一元二次方程的根的情况:

(1)  $9x^2 + 6x + 1 = 0$ ;

解: 两个相等实根.

(2)  $3(x^2 - 1) - 5x = 0$ .

解: 两个不相等实根.

10. 求证: 关于  $x$  的方程  $x^2 + (2k + 1)x + k - 1 = 0$  有两个不相等的实数根.

证明:  $\because \Delta = b^2 - 4ac = (2k + 1)^2 - 4 \times 1 \times$

$(k - 1) = 4k^2 + 5 > 0,$

$\therefore$  方程有两个不相等的实数根.



**B 能力提升**

问题解决 + 思维提升

11. 已知  $a, b, c$  为常数, 且  $(a - c)^2 > a^2 + c^2$ , 则关于  $x$  的方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的根的情况是 ( B )

- A. 有两个相等的实数根
- B. 有两个不相等的实数根
- C. 无实数根
- D. 有一根为 0

12. 若关于  $x$  的一元二次方程  $(a - 1)x^2 - 2x + 2 = 0$  有实数根, 则整数  $a$  的最大值为 ( B )

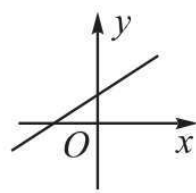
- A. -1                      B. 0
- C. 1                      D. 2

13. 关于  $x$  的一元二次方程  $(a + 1)x^2 - 4x - 1 = 0$  有两个不相等的实数根, 则  $a$  的取值范围是 ( D )

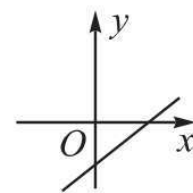
- A.  $a > -5$
- B.  $a \geq -5$  且  $a \neq -1$
- C.  $a < -5$
- D.  $a > -5$  且  $a \neq -1$

14. 如果关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$  有两个相等的实数根, 那么实数  $a$  的值为 -1 或 2.

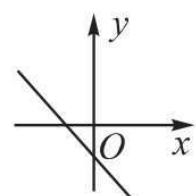
15. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2x + kb + 1 = 0$  有两个不相等的实数根, 则一次函数  $y = kx + b$  的大致图象可能是 ( B )



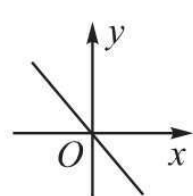
A



B



C



D

16. 已知关于  $x$  的方程  $x^2 + ax + a - 2 = 0$ .

(1) 若该方程的一个根为 1, 求  $a$  的值及该方程的另一个根;

(2) 求证: 不论  $a$  取何实数, 该方程都有两个不相等的实数根.

解: (1) 将  $x = 1$  代入方程得,  $1 + a + a - 2 = 0$ , 解得  $a = \frac{1}{2}$ .



将  $a = \frac{1}{2}$  代入得  $x^2 + \frac{x}{2} - \frac{3}{2} = 0$ ,

解得  $x_1 = 1, x_2 = -\frac{3}{2}$ .

(2) 证明:  $\because \Delta = a^2 - 4(a-2) = a^2 - 4a + 8 = a^2 - 4a + 4 + 4 = (a-2)^2 + 4 > 0$ ,

$\therefore$  不论  $a$  取何实数, 该方程都有两个不相等的实数根.



### C 创新应用

综合应用+拓广探索

17. 定义: 如果一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 满足  $a + b + c = 0$ , 那么我们称这个方程为“凤凰”方程. 已知  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 是“凤凰”方程, 且有两个相等的实数根, 则下列结论正确的是( A )

- A.  $a = c$                       B.  $a = b$   
C.  $b = c$                       D.  $a = b = c$

18. 已知关于  $x$  的方程  $x^2 - (2k+1)x + 4(k - \frac{1}{2}) = 0$ .

(1) 求证: 无论  $k$  为何值时, 方程总有两个实数根.

证明:  $\because \Delta = (2k+1)^2 - 16(k - \frac{1}{2}) = 4k^2 - 12k + 9 = (2k-3)^2 \geq 0$ ,

$\therefore$  不论  $k$  取何实数, 该方程总有两个实数根.

(2) 若等腰  $\triangle ABC$  的一边长  $a = 4$ , 另两边  $b, c$  恰好是这个方程的两个实数根, 求  $\triangle ABC$  的周长.

解: 由  $x^2 - (2k+1)x + 4k - 2 = 0$  整理得  $(x-2)[x - (2k-1)] = 0$ ,

解得  $x_1 = 2, x_2 = 2k - 1$ .

当  $a = 4$  为等腰  $\triangle ABC$  的底边时,  $b = c$ .

因为  $b, c$  恰是这个方程的两根,

则  $2 = 2k - 1$ , 解得  $k = 1.5$ ,

则三角形的三边长分别为 2, 2, 4.

$\because 2 + 2 = 4$ , 这不满足三角形三边的关系, 舍去.

当  $a = 4$  为等腰  $\triangle ABC$  的腰时,

因为  $b, c$  恰是这个方程的两根, 所以只能  $2k - 1 = 4$ ,

则三角形三边长分别为 2, 4, 4,

此时三角形的周长为  $2 + 4 + 4 = 10$ .

综上所述,  $\triangle ABC$  的周长为 10.

## 第 5 课时 公式法



### 知识感知

1. 求根公式:

当  $\Delta \geq 0$  时, 方程的实数根可写为  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  的形式, 这个式子叫做一元

二次方程的 求根公式.

2. 公式法解一元二次方程的步骤:

- (1) 把方程化为一般形式.
- (2) 确定  $a, b, c$  的值.
- (3) 计算  $b^2 - 4ac$  的值.
- (4) 当  $b^2 - 4ac \geq 0$  时, 把  $a, b, c$  的值代入一元二次方程的求根公式, 求得方程的根; 当  $b^2 - 4ac < 0$  时, 方程没有实数根.



### A 双基训练

基础知识+基础技能

1. 方程  $3x^2 - x = 4$  化为一般形式后的  $a, b, c$  的

值分别为( B )

- A. 3, 1, 4                      B. 3, -1, -4  
C. 3, -4, -1                  D. -1, 3, -4

2. 一元二次方程  $\sqrt{2}x^2 + 4\sqrt{3}x = 2\sqrt{2}$  中,  $b^2 - 4ac$  的值应是( A )

- A. 64                              B. -64  
C. 32                              D. -32

3. 以  $x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 + 4c}}{2}$  为根的一元二次方程可能是

- ( D )  
A.  $x^2 + bx + c = 0$   
B.  $x^2 + bx - c = 0$   
C.  $x^2 - bx + c = 0$   
D.  $x^2 - bx - c = 0$

4. 一元二次方程  $x^2 - x - 2 = 0$  的解是( D )

- A.  $x_1 = 1, x_2 = 2$   
B.  $x_1 = 1, x_2 = -2$   
C.  $x_1 = -1, x_2 = -2$   
D.  $x_1 = -1, x_2 = 2$



5. 已知  $x = -1$  是关于  $x$  的方程  $2x^2 + ax - a^2 = 0$  的一个根, 则  $a =$  -2 或 1.

6. 用公式法解方程  $4x^2 - 12x = 3$ , 得到( D )

A.  $x = \frac{-3 \pm \sqrt{6}}{2}$       B.  $x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{2}$

C.  $x = \frac{-3 \pm 2\sqrt{3}}{2}$       D.  $x = \frac{3 \pm 2\sqrt{3}}{2}$

7. 一元二次方程  $x^2 + 2\sqrt{2}x - 6 = 0$  的根是( C )

A.  $x_1 = x_2 = \sqrt{2}$

B.  $x_1 = 0, x_2 = -2\sqrt{2}$

C.  $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -3\sqrt{2}$

D.  $x_1 = -\sqrt{2}, x_2 = 3\sqrt{2}$

8. 用公式法解下列方程:

(1)  $2x^2 - 3x + 1 = 0$ ;

解:  $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 1$ .

(2)  $x^2 + 2x = 0$

解:  $x_1 = 0, x_2 = -2$ .

(3)  $2x^2 - 3x - 1 = 0$ ;

解:  $x_1 = \frac{3 + \sqrt{17}}{4}, x_2 = \frac{3 - \sqrt{17}}{4}$ .

(4)  $4x^2 - 4x - 1 = 0$ .

解:  $x_1 = \frac{1 + \sqrt{2}}{2}, x_2 = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}$ .



**B 能力提升**

问题解决 + 思维提升

9. 已知  $(m^2 - n^2)(m^2 - n^2 - 2) - 8 = 0$ , 则  $m^2 - n^2$  的值是( C )

A. 4

B. -2

C. 4 或 -2

D. -4 或 2

10. 已知等腰三角形的底边长为 9, 腰是方程  $x^2 - 10x + 24 = 0$  的一个根, 这个三角形的周长为 21.

11. 关于  $x$  的一元二次方程  $(a - 1)x^2 + x +$

$a^2 + 3a - 4 = 0$  有一个实数根是  $x = 0$ , 则  $a$  的值为( C )

A. 1 或 -4

B. 1

C. -4

D. -1 或 4

12. 方程  $\sqrt{2}x^2 + 4\sqrt{3}x + 6\sqrt{2} = 0$  的根是( D )

A.  $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = \sqrt{3}$

B.  $x_1 = 6, x_2 = \sqrt{2}$

C.  $x_1 = 2\sqrt{2}, x_2 = \sqrt{2}$

D.  $x_1 = x_2 = -\sqrt{6}$

13. 已知 4 个数据:  $-\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, a, b$ , 其中  $a, b$  是方程  $x^2 - 2x - 1 = 0$  的两个根, 则这 4 个数据的中位数是( A )

A. 1

B.  $\frac{1}{2}$

C. 2

D.  $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$

14. 用公式法解一元二次方程:

(1)  $x^2 + 10 = 2\sqrt{5}x$ ;

解: 无实数解.

(2)  $-3x^2 = 5x - 2$ ;

解:  $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = -2$ .

(3)  $x(x - 4) = 2 - 8x$ ;

解:  $x_1 = -2 + \sqrt{6}, x_2 = -2 - \sqrt{6}$ .

(4)  $(x + 2)^2 = 2x + 5$ .

解:  $x_1 = -1 + \sqrt{2}, x_2 = -1 - \sqrt{2}$ .



**C 创新应用**

综合应用 + 拓广探索

15. 阅读下列材料:

解方程:  $x^2 - |x| - 2 = 0$ .

解: 当  $x \geq 0$  时,

原方程化为  $x^2 - x - 2 = 0$ ,

解得  $x_1 = 2, x_2 = -1$  (不合题意, 舍去).



当  $x < 0$  时,  
原方程化为  $x^2 + x - 2 = 0$ ,  
解得  $x_1 = 1$  (不合题意,舍去),  $x_2 = -2$ ,  
所以原方程的根是  $x_1 = 2, x_2 = -2$ .

请参照材料解方程:  $x^2 - |x - 3| - 3 = 0$ .  
解:  $x_1 = 2, x_2 = -3$ .

## 第 6 课时 因式分解法



### 知识感知

#### 1. 因式分解法的定义:

将一元二次方程因式分解,使方程化为两个一次式的乘积等于 0 的形式,再使这两个一次式分别等于 0,从而实现降次的方法.

#### 2. 用因式分解法解一元二次方程的特征:

- (1) 当方程缺少一次项时,可考虑用 平方差公式 分解因式.
- (2) 当方程缺少常数项时,可考虑用 提公因式法 分解因式,且方程一定有一根为 0.
- (3) 当方程中含有括号时,不要急于去括号,应观察是否能看作整体,直接因式分解.



### A 双基训练

基础知识+基本技能

#### 1. 一元二次方程 $(x + 3)(x - 7) = 0$ 的两个根是( A )

- A.  $x_1 = -3, x_2 = 7$
- B.  $x_1 = 3, x_2 = 7$
- C.  $x_1 = -7, x_2 = 3$
- D.  $x_1 = -3, x_2 = -7$

#### 2. 方程 $x^2 - 2x = 0$ 的解为( C )

- A.  $x_1 = 1, x_2 = 2$
- B.  $x_1 = 0, x_2 = 1$
- C.  $x_1 = 0, x_2 = 2$
- D.  $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 2$

#### 3. 我们解一元二次方程 $3x^2 - 6x = 0$ 时,可以运用因式分解法,将此方程化为 $3x(x - 2) = 0$ ,从而得到两个一元一次方程 $3x = 0$ 或 $x - 2 = 0$ ,进而得到原方程的解为 $x_1 = 0, x_2 = 2$ . 这种解法体现的数学思想是( A )

- A. 转化思想
- B. 函数思想
- C. 数形结合思想
- D. 公理化思想

#### 4. 用因式分解法解方程,下列过程正确的是( A )

- A.  $(2x - 3)(3x - 4) = 0$  化为  $2x - 3 = 0$  或

$$3x - 4 = 0$$

- B.  $(x + 3)(x - 1) = 1$  化为  $x + 3 = 0$  或  $x - 1 = 1$

- C.  $(x - 2)(x - 3) = 2 \times 3$  化为  $x - 2 = 2$  或  $x - 3 = 3$

- D.  $x(x + 2) = 0$  化为  $x + 2 = 0$

#### 5. 一元二次方程 $x(x - 2) = 2 - x$ 的根是( D )

- A. -1
- B. 2
- C. 1 和 2
- D. -1 和 2

#### 6. 一元二次方程 $x^2 - 4x = 12$ 的根是( B )

- A.  $x_1 = 2, x_2 = -6$
- B.  $x_1 = -2, x_2 = 6$
- C.  $x_1 = -2, x_2 = -6$
- D.  $x_1 = 2, x_2 = 6$

#### 7. 解方程 $(5x - 1)^2 = 3(5x - 1)$ 的最适当的方法是( D )

- A. 直接开平方法
- B. 配方法
- C. 公式法
- D. 因式分解法

#### 8. 用因式分解法解下列方程:

- (1)  $x^2 - 9 = 0$ ;

解:  $x_1 = -3, x_2 = 3$ .

- (2)  $x^2 + 9x = 0$ ;

解:  $x_1 = 0, x_2 = -9$ .

- (3)  $x^2 - 3\sqrt{2}x = 0$ ;

解:  $x_1 = 0, x_2 = 3\sqrt{2}$ .

- (4)  $5x^2 + 20x + 20 = 0$ ;

解:  $x_1 = x_2 = -2$ .

- (5)  $(2 + x)^2 - 9 = 0$ ;

解:  $x_1 = -5, x_2 = 1$ .



(6)  $3x(x-2) = 2(x-2)$ .

解:  $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 2$ .



**B 能力提升**

问题解决+思维提升

9. 已知三角形两边的长是 3 和 4, 第三边的长是方程  $x^2 - 12x + 35 = 0$  的根, 则该三角形的周长是( B )
- A. 14                                      B. 12  
C. 12 或 14                                D. 以上都不对
10. 一个等腰三角形的两条边长分别是方程  $x^2 - 7x + 10 = 0$  的两根, 则该等腰三角形的周长是( A )
- A. 12                                        B. 9  
C. 13                                        D. 12 或 9
11.  $\triangle ABC$  的三边长都是方程  $x^2 - 6x + 8 = 0$  的解, 则  $\triangle ABC$  的周长是( C )
- A. 10  
B. 12  
C. 6 或 10 或 12  
D. 6 或 8 或 10 或 12
12. 用因式分解法解方程  $x^2 - kx - 16 = 0$  时, 得到的两根均为整数, 则  $k$  的值可以为 -15, -6, 0, 6, 15.
13. 已知实数  $x$  满足  $(x^2 - x)^2 - 4(x^2 - x) - 12 = 0$ , 则代数式  $x^2 - x + 1$  的值为 7.
14. 若正数  $a$  是一元二次方程  $x^2 - 5x + m = 0$  的一个根,  $-a$  是一元二次方程  $x^2 + 5x - m = 0$  的

一个根, 则  $a$  的值是 5.

15. 对于实数  $a, b$ , 定义运算 “ $*$ ”:

$$a * b = \begin{cases} a^2 - ab & (a \geq b), \\ ab - b^2 & (a < b). \end{cases}$$

例如  $4 * 2$ , 因为  $4 > 2$ , 所以  $4 * 2 = 4^2 - 4 \times 2 = 8$ . 若  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $x^2 - 5x + 6 = 0$  的两个根, 则  $x_1 * x_2 =$  3 或 -3.



**C 创新应用**

综合应用+拓广探索

16. 阅读材料: 为解方程  $(x^2 - 1)^2 - 5(x^2 - 1) + 4 = 0$ , 我们可以将  $x^2 - 1$  看作一个整体, 然后设  $x^2 - 1 = y$ , 那么原方程可化为  $y^2 - 5y + 4 = 0 \dots \textcircled{1}$ , 解得  $y_1 = 1, y_2 = 4$ . 当  $y_1 = 1$  时,  $x^2 - 1 = 1, \therefore x^2 = 2, \therefore x = \pm\sqrt{2}$ ; 当  $y_2 = 4$  时,  $x^2 - 1 = 4, \therefore x^2 = 5, \therefore x = \pm\sqrt{5}$ , 故原方程的解为  $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}, x_3 = \sqrt{5}, x_4 = -\sqrt{5}$ . 解答问题:
- (1) 上述解题过程, 在由原方程得到方程  $\textcircled{1}$  的过程中, 利用 换元 法达到解方程的目的, 体现了转化的数学思想;
- (2) 请利用以上知识解方程  $x^4 - x^2 - 6 = 0$ .
- 解: 设  $x^2 = y$ , 那么原方程可化为  $y^2 - y - 6 = 0$ , 解得  $y_1 = 3, y_2 = -2$ ,  
当  $y = 3$  时,  $x^2 = 3, \therefore x = \pm\sqrt{3}$ ,  
当  $y = -2$  时,  $x^2 = -2$  不符合题意, 故舍去.  
 $\therefore$  原方程的解为:  $x_1 = \sqrt{3}, x_2 = -\sqrt{3}$ .

**第 7 课时 一元二次方程根与系数的关系**



**知识感知**

1. 一元二次方程根与系数的关系  
一元二次方程两个根的和等于 一次项系数 与 二次项系数 的 比的相反数, 两个根的积等于 常数项 与 二次项系数 的 比.  
式子表示: 若一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  的两个根为  $x_1$  和  $x_2$ , 则  $x_1 + x_2 =$   $-\frac{b}{a}$ ,  $x_1 x_2 =$   $\frac{c}{a}$ .
2. 涉及两根的代数式的重要变形:

- (1)  $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$ ;  
(2)  $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2$ ;  
(3)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2}$ ;  
(4)  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2}$ .



**A 双基训练**

基础知识+基础技能

1. 一元二次方程  $x^2 + 4x - 3 = 0$  的两根为  $x_1, x_2$ , 则  $x_1 \cdot x_2$  的值是( D )
- A. 4                                        B. -4  
C. 3                                        D. -3



2. 已知  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $x^2 - 2x = 0$  的两根, 则  $x_1 + x_2$  的值是( B )  
 A. 0                                      B. 2  
 C. -2                                      D. 4
3. 若  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $x^2 + 10x = -16$  的两个根, 则  $x_1 + x_2$  的值是( A )  
 A. -10                                    B. 10  
 C. -16                                    D. 16
4. 已知一元二次方程  $x^2 - 4x + 2 = 0$  的两个实数根为  $x_1, x_2$ , 则  $x_1x_2(x_1 + x_2)$  的值为 8.
5. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + mx - 8 = 0$  的一个实数根为 2, 则另一实数根及  $m$  的值分别为( D )  
 A. 4, -2                                  B. -4, -2  
 C. 4, 2                                    D. -4, 2
6. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + bx + c = 0$  的两个实数根分别为  $x_1 = -2, x_2 = 4$ , 则  $b + c$  的值是 -10.
7. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + kx + 4k^2 - 3 = 0$  的两个实数根分别是  $x_1, x_2$ , 且满足  $x_1 + x_2 = x_1x_2$ , 则  $k$  的值为( C )  
 A. -1 或  $\frac{3}{4}$                                   B. -1  
 C.  $\frac{3}{4}$                                         D. 不存在
8. 已知  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $3x^2 = 6 - 2x$  的两根, 则  $x_1 - x_1x_2 + x_2$  的值是( D )  
 A.  $-\frac{4}{3}$                                       B.  $\frac{8}{3}$   
 C.  $-\frac{8}{3}$                                       D.  $\frac{4}{3}$
9. 已知实数  $x_1, x_2$  满足  $x_1 + x_2 = 7, x_1x_2 = 12$ , 则以  $x_1, x_2$  为根的一元二次方程是( A )  
 A.  $x^2 - 7x + 12 = 0$   
 B.  $x^2 + 7x + 12 = 0$   
 C.  $x^2 + 7x - 12 = 0$   
 D.  $x^2 - 7x - 12 = 0$
10. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的两根互为相反数, 则( B )  
 A.  $b > 0$                                     B.  $b = 0$   
 C.  $b < 0$                                     D.  $c = 0$
11. 不解方程, 求下列各方程的两根之和与两根之积:  
 (1)  $x^2 + 2x + 1 = 0$ ;  
 解:  $x_1 + x_2 = -2, x_1x_2 = 1$ .

(2)  $2x^2 + 3 = 7x^2 + x$ ;

解:  $x_1 + x_2 = -\frac{1}{5}, x_1x_2 = -\frac{3}{5}$ .

(3)  $5x - 5 = 6x^2 - 4$ .

解:  $x_1 + x_2 = \frac{5}{6}, x_1x_2 = \frac{1}{6}$ .



### B 能力提升

问题解决 + 思维提升

12. 设  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $x^2 - 2x - 3 = 0$  的两根, 则  $x_1^2 + x_2^2 =$  ( C )  
 A. 6    B. 8  
 C. 10                                        D. 12
13. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2x + m - 1 = 0$  有两个实数根  $x_1, x_2$ .  
 (1) 求  $m$  的取值范围;  
 (2) 当  $x_1^2 + x_2^2 = 6x_1x_2$  时, 求  $m$  的值.  
 解: (1)  $\because$  原方程有两个实数根,  
 $\therefore \Delta = (-2)^2 - 4(m-1) \geq 0$ ,  
 解得  $m \leq 2$ .  
 (2) 由  $x_1^2 + x_2^2 = 6x_1x_2$ , 得  
 $\because x_1 + x_2 = 2, x_1 \cdot x_2 = m - 1$ ,  
 $\therefore (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 6x_1 \cdot x_2$ .  
 即  $4 = 8(m - 1)$ ,  
 解得  $m = \frac{3}{2}$ .  
 $\because m = \frac{3}{2} < 2$ ,  
 $\therefore$  符合条件的  $m$  的值为  $\frac{3}{2}$ .
14. 已知  $x_1, x_2$  是关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$  的两实数根.  
 (1) 若  $(x_1 - 1)(x_2 - 1) = 28$ , 求  $m$  的值;  
 (2) 已知等腰  $\triangle ABC$  的一边长为 7,  $x_1, x_2$  恰好是  $\triangle ABC$  另外两边的边长, 求这个三角形的周长.  
 解: (1) 由题意得  $x_1 + x_2 = 2(m+1), x_1 \cdot x_2 = m^2 + 5$ .  
 $\because (x_1 - 1)(x_2 - 1) = x_1 \cdot x_2 - (x_1 + x_2) + 1$ ,



故  $m^2 + 5 - 2(m+1) + 1 = 28$ ,  
 解得  $m = -4$  或  $m = 6$ .  
 当  $m = -4$  时原方程无解,  $\therefore m = 6$ .  
 (2) 当 7 为底边时, 此时方程  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$  有两个相等的实数根,  
 $\therefore \Delta = 4(m+1)^2 - 4(m^2 + 5) = 0$ ,  
 解得  $m = 2$ ,  
 $\therefore$  方程变为  $x^2 - 6x + 9 = 0$ , 解得  $x_1 = x_2 = 3$ .  
 $\because 3 + 3 < 7$ ,  $\therefore$  不能构成三角形.  
 当 7 为腰时, 设  $x_1 = 7$ , 代入方程得  $49 - 14(m+1) + m^2 + 5 = 0$ ,  
 解得  $m = 10$  或 4.  
 当  $m = 10$  时, 方程为  $x^2 - 22x + 105 = 0$ ,  
 解得  $x = 7$  或 15.  
 $\because 7 + 7 < 15$ ,  $\therefore$  不能组成三角形.  
 当  $m = 4$  时, 方程变为  $x^2 - 10x + 21 = 0$ ,  
 解得  $x = 3$  或 7,  
 此时三角形的周长为  $7 + 7 + 3 = 17$ .  
 综上所述, 三角形的周长为 17.



C 创新应用

综合应用+拓广探索

15. 关于  $x$  的方程  $(k-1)x^2 + 2kx + 2 = 0$ .  
 (1) 求证: 无论  $k$  为何值, 方程总有实数根.  
 (2) 设  $x_1, x_2$  是方程  $(k-1)x^2 + 2kx + 2 = 0$  的两个根, 记  $S = \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} + x_1 + x_2$ .  $S$  的值能为 2 吗? 若能, 求出此时  $k$  的值. 若不能, 请说明理由.

解: (1) ①当  $k-1=0$ , 即  $k=1$  时, 方程为一元一次方程  $2x=1$ , 有一个解.  
 ②当  $k-1 \neq 0$  时, 方程为一元二次方程,  $\Delta = 4(k-1)^2 + 4 > 0$ , 方程有两不等根.  
 综合①②得, 不论  $k$  为何值, 方程总有实根.  
 (2)  $\because x_1 + x_2 = -\frac{2k}{k-1}, x_1 x_2 = \frac{2}{k-1}, \therefore S = 2k - 2 = 2$ . 令  $2k - 2 = 2$ , 解得  $k = 2$ .

第 8 课时 用一元二次方程解决传播问题



知识感知

1. 传播类问题:  
 若传染源的数量为  $a$ , 每轮一个传染源传染的数量为  $x$ , 则经过一轮传染后感染的总数量为  $a + ax$ , 则经过两轮传染后感染的总数量为  $a + ax + (a + ax)x$ , 整理后的结果为  $a(1+x)^2$ . 若经过两轮传染后感染的总数量为  $b$ , 则所列方程为  $a(1+x)^2 = b$ , 经  $n$  轮传染后的数量为  $b$ , 则所列方程为  $a(1+x)^n = b$ .

2. 数字问题:  
 若一个两位数十位、个位上的数字分别为  $a, b$ , 则这个两位数表示为  $10a + b$ ;  
 若一个三位数百位、十位、个位上的数字分别为  $a, b, c$ , 则这个三位数表示为  $100a + 10b + c$ .

3. 单、双循环问题:  
 设参加队伍有  $n$  个队, 则单循环问题中总比赛场数为  $\frac{1}{2}n(n-1)$  场; 双循环问题中

总比赛场数为  $n(n-1)$  场.



A 双基训练

基础知识+基础技能

1. 鸡瘟是一种传播速度很强的传染病, 一轮传染为一天时间, 红发养鸡场于某日发现一例, 两天后发现共有 169 只鸡患有这种病. 若每只病鸡传染健康鸡的只数均相同, 则每只病鸡传染健康鸡的只数为 ( C )  
 A. 10 只                      B. 11 只  
 C. 12 只                      D. 13 只

2. 甲肝是一种传染性很强的传染病, 曾有 2 人同时患上甲肝. 在一天内, 一人平均能传染  $x$  人, 经过两天传染后 128 人患上甲肝, 则  $x$  的值为 ( D )  
 A. 10                      B. 9  
 C. 8                      D. 7

3. 在某次聚会上, 每两人都握了一次手, 所有人共握手 15 次. 设有  $x$  人参加这次聚会, 则列出方程正确的是 ( B )  
 A.  $x(x-1) = 15$   
 B.  $\frac{x(x-1)}{2} = 15$



C.  $x(x+1) = 15$

D.  $\frac{x(x+1)}{2} = 15$

4. 某单位要组织一次篮球联赛,赛制为单循环形式(每两队之间都赛一场),计划安排 10 场比赛,则参加比赛的球队应有( C )

A. 7 队                      B. 6 队

C. 5 队                      D. 4 队

5. 两个连续偶数的积为 8,则这两个连续偶数是 2, 4; -4, -2.

6. 一个两位数,它的十位数字比个位数字小 4,若把这两个数字的位置调换,所得的两位数与原两位数的乘积等于 765,原两位数是 15.

7. 某生物实验室需培育一群有、. 现有 60 个活体样本,经过两轮培植后,总和达 24 000 个,其中每个有益菌每一次可分裂出若干个相同数目的有、.

(1) 每轮分裂中平均每个有、 可分裂出多少个有、 ?

(2) 按照这样的分裂速度,经过三轮培植后有多少个有、 ?

解: (1) 设每轮分裂中平均每个有益菌可分裂出  $x$  个有益菌,

由题意,得  $60(1+x) + 60x(1+x) = 24\ 000$ ,

解得  $x_1 = 19, x_2 = -21$  (舍去),  $\therefore x = 19$ .

答: 每轮分裂中平均每个有益菌可分裂出 19 个有益菌.

(2) 由题意,得  $60 \times (1+19)^3 = 480\ 000$  (个).

答: 经过三轮培植后有 480 000 个有益菌.



### B 能力提升

问题解决+思维提升

8. 某航空公司有若干个飞机场,每两个飞机场之间都有一条航线,一共有了 10 条航线,则这个航空公司共有飞机场( B )

A. 4 个                      B. 5 个

C. 6 个                      D. 7 个

9. 一个两位数,个位数字比十位数字大 3,且个位数字的平方刚好等于这个两位数,求这个两位数是 25 或 36.

10. 某剧场共有 1 161 个座位,已知每行的座位数都相同,且每行的座位数比总行数少 16,求这个剧场每行有多少个座位?

解: 设每行有座位  $x$  个,则共有  $(x+16)$  行,

根据题意得  $x(x+16) = 1\ 161$ ,

解得  $x = 27$  或  $x = -43$  (舍去),

答: 每行共有 27 个座位.

11. 一个两位数的十位数字比个位数字大 2,把这个两位数的个位数字与十位数字互换后平方,所得的数值比原来的两位数大 138,求原来的两位数.

解: 设个位数为  $x$ ,则十位数为  $x+2$ .

根据题意,得  $[10x + (x+2)]^2 - [10(x+2) + x] = 138$ ,

解得  $x_1 = 1, x_2 = -\frac{14}{11}$  (舍去),

$\therefore$  原来的两位数是 31.

12. 有一人患了流感,经过两轮传染后共有 64 人患了流感.

(1) 求每轮传染中平均一个人传染了几个人?

(2) 如果不及时控制,第三轮将又有多少人被传染?

解: (1) 设每轮传染中平均每人传染了  $x$  人,

根据题意,得  $1+x+x(x+1) = 64$ ,

解得  $x = 7$  或  $x = -9$  (舍去),

答: 每轮传染中平均一个人传染了 7 个人.

(2)  $64 \times 7 = 448$  (人),

答: 第三轮将又有 448 人被传染.



### C 创新应用

综合应用+拓广探索

13. (1)  $n$  边形 ( $n > 3$ ) 中,过一个顶点的对角线有          条;

(2) 一个凸多边形共有 14 条对角线,它是几边形?

(3) 是否存在有 21 条对角线的凸多边形? 如果存在,它是几边形? 如果不存在,说明理由.

解: (1)  $(n-3)$

(2) 设这个凸多边形是  $n$  边形,

由题意,得  $\frac{n(n-3)}{2} = 14$ .

解得  $n_1 = 7, n_2 = -4$  (不合题意,舍去).

答: 这个凸多边形是七边形.

(3) 不存在.

理由: 假设存在  $n$  边形有 21 条对角线.