

初级中学

几何第一册

教学参考书

人民教育出版社

目 录

说明	1
第一章 基本概念	12
I 教学要求	12
II 教材分析和教学建议	12
一 直线、射线、线段	13
二 角	23
小结	29
III 习题的答案、提示和解答	29
第二章 相交线、平行线	33
I 教学要求	33
II 教材分析和教学建议	33
一 相交线、垂线	41
二 平行线	46
三 命题、定理、证明	51
小结	56
III 习题的答案、提示和解答	57
第三章 三角形	70
I 教学要求	70
II 教材分析和教学建议	70
一 三角形	75
二 全等三角形	80
三 等腰三角形	86
四 基本作图	90
五 直角三角形	93
六 逆定理、对称	95
小结	100

III	习题的答案、提示和解答	101
第四章	四边形	139
I	教学要求	139
II	教材分析和教学建议	139
一	多边形	143
二	平行四边形	146
三	梯形	157
小结		164
III	习题的答案、提示和解答	165
第五章	面积、勾股定理	203
I	教学要求	203
II	教材分析和教学建议	203
一	面积	205
二	勾股定理	209
小结		213
III	习题的答案、提示和解答	214
附录		232
I	几何中的逻辑知识初步	232
II	古代几何史料	256
III	几何作图	258

说 明

几何是中学数学的一门重要课程。按照《全日制六年制重点中学教学计划试行草案》和《全日制五年制中学教学计划试行草案的修订意见》的安排，在初中二、三两个年级里，每周各有 3 课时用来学习几何。本书是根据初级中学课本《几何》第一册编写的教学参考书。这里先就初中几何的教学目的、教学内容和要求、教学体系和安排，以及《几何》第一册教材的几个具体问题和教学的几点建议，作一个概略的说明。

一、初中几何的教学目的

它是根据初级中学的教育任务结合平面几何的特点确定的。遵照党的教育方针，初级中学既要为高一级学校输送优秀的新生，又要为社会输送优秀的劳动后备力量，而后者在某些地区是一个主要任务。几何学是研究现实世界空间形式的一门学科，而平面几何则是几何学中以平面图形为对象的一门基础学科，它有如下几个主要特点：一是它的基本知识在生产实践和科学研究中有广泛的应用，又是继续学习数学和其他学科的基础；二是它的研究对象是学生日常生活中经常接触的东西，借助于实物教具，结合图形直观，这些知识可以为初中学生所接受，又可以培养学生的空间想象能力；三是它的演绎体系可以较系统地培养学生的逻辑思维能力。

根据以上所述，初中几何的教学目的是：使学生掌握参加生产劳动和学习数学与其他学科所必需的平面几何的基础知

识;培养学生的逻辑思维能力和空间想象能力,从而逐步培养学生分析和解决问题的能力;同时,结合几何教学,还应注意培养学生科学的态度、严谨的作风,以及辩证唯物主义的观点。

二、初中几何的教学内容和要求

初中几何的教学内容,根据上述教学目的,精选在理论上和方法上是基本的,在生产劳动中和进一步学习中有广泛应用的,同时,又是学生所能接受的平面几何的基础知识。按照这些标准,对传统的中学平面几何内容,采取“精简、充实、渗透”的方针进行精选,确定初中几何包括以下内容:

1. 有关几何元素的基本概念,线段、角和面积的概念、性质和度量,直线的位置关系的概念、判定和性质。

2. 关于三角形包括特殊三角形,以及它们的全等和相似的概念、判定和性质;关于多边形、四边形以及特殊四边形的概念、性质和判定。

3. 关于圆的以及圆与直线、两圆的位置关系的概念、性质和判定;圆的内接和外切多边形的一些性质,圆的周长与面积。

4. 关于定义、公理、定理的观念,以及定理证明的基本方法;关于四种命题间的关系和基本轨迹。

5. 关于用工具画图和尺规作图的方法;关于视图的初步知识。

6. 关于几何变换的初步知识。

根据上述教学目的,初中几何的教学要求,应该使学生:

1. 理解有关相交线、平行线、三角形、四边形、相似形和

圆的一些概念和性质，并能够运用这些知识进行一般的论证和计算。

2. 了解轨迹的概念，知道四种命题的关系。

3. 能够使用直尺、圆规以及刻度尺、量角器等画图工具绘制图形。

此外，根据社会的需要和学生的志愿，组织学生（或部分）学习关于视图的初步知识，使他们初步了解简单体的视图。

在初中几何教学中，特别是在当前，要面向全体学生，把注意力集中在使学生掌握基本平面图形的性质及其应用上，通过学生理解几何基础知识和掌握一般论证方法，培养和发展学生的逻辑思维能力；要避免用烦琐无用的几何证明题和作图题加重学生的负担，造成大量学生成绩低劣的不正常现象。

三、初中几何的教学体系和安排

总结中学进行初等几何教学的经验，这套初中几何教材仍然以欧几里得几何少数公理作为基础，另外根据学生接受水平，适当地扩大了公理，采用实验几何与论证几何相结合，理论与实际相结合的初中几何教学体系。具体地说，为了减少几何入门教学的难度而又不致过多地增加学习时间，把一些较难理解而学生又认为显然的定理当作公理给出。例如，“两点之间线段最短”，“同位角相等，两直线平行”，全等三角形的判定定理中的“边角边”和“角边角”，以及“矩形的面积等于底乘高”等。另一方面，对于象连续公理、顺序公理这一类讲起来繁难，而学生现在从直观上能承认的公理则不给出。也就是说，作为初中几何教学的公理体系，只要求相容性，而

不要求独立性和完备性。这样做的目的是为了便于学生接受，另外凡是学生可以理解的证明，则仍作为定理给出。其次，对于一些几何概念和性质，从学生熟悉的生产中的需要、实际的事物来引入、归纳和抽象；另一方面，指出几何知识在实际中的应用，并设计一些学生力所能及的实习作业，使学生掌握一些把知识应用于实际的初步技能。

按照上述的教学体系，在教学内容的具体安排上，依次分作如下八章：

基本概念，相交线、平行线，三角形，四边形，面积、勾股定理，相似形，圆，简单的视图。

前五章编为《几何》第一册，教学时间是每周3课时，二年级全学年上课34周（不包括复习考试4周），共102课时；后三章编为《几何》第二册，教学时间是每周3课时，三年级全学年上课32周（不包括复习考试6周），共96课时。

四、《几何》第一册的几个具体问题

初级中学课本《几何》第一册，是在全日制十年制学校初中数学课本（试用本）《几何》第一册的基础上，根据几年来教学实践的经验，采取适当减少内容（相似形一章移到第二册），适当降低个别不恰当的要求，适当加强几何语言、图形和论证的训练，特别是这些训练更为合理的处理与安排等措施，进行修改而成的。力争使修改后的几何教材能够更加符合教学的规律，既便于教学，又能取得更好的效果，促进几何教学质量的全面提高。下面就修改中的几个具体问题作些说明：

1. 教材内容的增删 除了相似形这一章从第一册移到第二册外，教材中删去了一些学生已在小学数学或初一代数

中学过的内容，如等量公理、不等量公理，以及圆与弧，删去后并不影响教材的科学性，这样，就避免了不必要的重复；对于三角形的边角不等关系，学生学习比较困难，而这个内容以后可以通过三角函数来解决，这次修改时适当地降低了要求。另外，删去了个别要求不适当的习题。

点对称、轴对称等变换是平面几何的重要内容。从近代的观点看，初等几何被认为是研究在运动、相似变换群下不变性质的科学。考虑到我国当前各方面的条件，这次改编只增加了个别定理。这些定理给出了关于直线对称和点对称的基本性质，这就有助于利用对称的方法来证明几何问题。不过目前不要求学生必须掌握这种方法。面积是几何的一个重要内容，这次修改时适当充实了一些简单的面积变形的内容。

此外，教材在降低尺规作图要求的同时，增加了定位作图的内容。这是考虑到有时命题给出的图形不是唯一的。如，和一条直线平行且距离为定值的直线有两条；以三个点为顶点的平行四边形有三个。学习定位作图有助于训练学生全面地考虑各种情况，分析问题，根据命题画出合乎要求的各种图形。

2. 教材顺序安排的调整 这次修改有以下几点：

(1) 原第一章分成“基本概念”，“相交线、平行线”两章。这两章中的尺规作图除线段的尺规作图外，均移到第三章第四大节“基本作图”中集中学习。这样做分散了难点，有利于降低几何入门教学的难度，也有利于学生弄清基本作图的理论基础和基本作图的教学。

(2) 将多边形的内容从原“三角形”一章移到“四边形”一

章，将两边分别平行的两角相等或互补移到“平行线”一节中作例子，将两边分别垂直的两角相等或互补移到“四边形”一节，将直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半移到了“直角三角形”一节，将面积内容集中到第五章，将勾股定理移到“面积”一章(利用面积证明)，这样做目的在于使各种内容相对集中，加强全书的系统性和便利教学。

(3) 双箭头证法移到第二册。

3. 关于几何语言、图形、论证等训练的处理 几何语言、图形、论证等训练是几何教学中的重要内容，也是平面几何入门教学的难点。修改教材时吸取了几年来教学中的经验，采取了以下措施：(1) 分散难点、重点，同时渗透以后的内容，复习、加深前面的知识；(2) 对于有些内容采取多次重复，逐步提高要求的方式处理。下面，对这三方面训练的分阶段安排与具体做法作一简略介绍，细致的做法将留在各章中介绍。

(1) 语言训练。

几何语言训练是学习几何开始时就会遇到的问题，应结合具体知识的教学来进行。教材把几何语言的训练主要放在前三章。

几何语言按叙述方式可分为文字语言和符号语言，按用途可分为描述语言、作图语言和推理语言。这些语言又是互相渗透的。在第一章主要是进行文字语言的训练，是结合概念教学进行的，以描述语言为主。第二章主要进行简单的符号语言的训练，并结合推理的训练进行将文字语言改写成符号语言的训练。第三章则以推理语言和作图语言的训练为主。

以往的教材对几何语言的训练也是重视的，但多隐含在课文之中。这次修改时，为了引起学生注意语言问题，一开始就在课文中明确地给出了一些常用语言，如“直线 AB 与 CD 相交于点 A ”。而且在练习与习题中还配备了多种形式的语言训练题。当然，这些语言仅是几何常用语言中很少一部分，大量的语言仍隐含在定义、定理与课文的叙述之中，教学中要注意隐含在课本中的常用语言的教学，要让学生能看懂课文，并能画出相应的图形。在第三章才要求学生自己会写、会说这些语言。

符号语言是利用符号来表示几何关系，将文字语言与图形结合起来。如符号语言 $AB \perp CD$ ，是“两条直线互相垂直”及两条互相垂直的直线 AB 、 CD 的图形的结合。离开了图形就无法使用符号语言。教材除了注意将文字语言改写为符号语言的训练外，主要的改变是直接利用符号语言表示定义。例如，线段 AB 的中点 M 可以直接写成 $AM = BM$ ，直线 AB 和 BC 垂直可以直接记成 $\angle ABC = 90^\circ$ 。这样既省去了一些没有必要的推理，又有利于学生理解概念的本质属性。

(2) 图形的训练。

几何的研究对象是图形，画图、识图是学习几何的基本功。前面已经说过画图分成两个阶段，在学习基本作图之前，第一、二章及第三章第一～三大节都是使用刻度尺、三角板、量角器、圆规等多种工具画图，而在学习了基本作图后则以尺规作图为主。使学生在前一阶段中能画出所需图形，以后又使尺规作图建立在理解的基础上，从而分散作图教学的难度。

为了帮助学生认识图形，教材中采取了一些措施。除了

前面提到的增加定位作图外,在给出概念时,有时是先给出图形,然后通过图形引出概念,帮助学生把概念和图形紧密地结合在一起.在给出图形时又常给出变式图形.如课本图 2-3 中的垂线、图 4-24 中的菱形.还注意把图形放在不同位置上让学生识别,如习题三第 11 题甲图和第 13 题图是完全相同的图,问题也类似,只是位置放法不同.又有一些问题是图形经过平移、旋转、翻折,如 3.4 节第 1 题图中 $\triangle AOB$ 沿 OB 平移就可得到第 2 题图,3.5 节第 1 个练习的第 1 题图中 $\triangle EAD$ 绕点 E 旋转就可得到第 2 题图.3.5 节第 2 个练习第 2 题图中 $\triangle ABF$ 以 BC 为轴翻转就得到第 3 题图.这样可以帮助学生从图形本身上而不是从位置上去识别图形.

(3) 证明的训练.

证明的训练与语言、图形训练是不可分的,后者是前者的基础,三者的训练是互相配合形成一个整体的.这里仅讲证明训练本身的安排.

证明的训练是分三个阶段来进行的.第一、二章是准备阶段.第一章是让学生见一见推理,知道推理是怎么一回事;第二章是进行一次推理训练和填理由的训练,让学生知道证明是怎么一回事和看懂简单证明的过程.这一阶段还不要学生独立地进行证明.第三章是系统地训练阶段.主要训练直接证法,采用综合法的格式.要求学生独立地进行推理论证.第四、五章是巩固提高阶段,加强了分析能力的培养.证明训练的特点是在第一阶段加强推理论证的训练,给出根据定义、定理进行的一次推理的训练,为较复杂的证明训练作准备,但又不提出过高要求.在第三、四章中则比较注意训练

的层次,增加了必要的例习题,保证证明的训练.

五、教学中要注意的几点

1. 要保证第一、二章的教学质量 这两章是几何的基础,学生对这两章的学习的好坏,对今后教学效果影响很大.这两章内容的特点是名词术语多,相互联系少,它们的运用主要在以后各章之中.另一方面许多图形和名词术语在小学数学里已经学过.因此,学生学习的要求不强烈,学了不知道有什么用处,感到枯燥.这两方面的原因容易造成学生对基本概念和性质的掌握不深刻,记不住.根据几年来教学中广大教师创造的教学经验,除了下面还要讲到的以外,还应注意:①做好与小学的衔接,利用在小学学过的概念与性质,突出分析概念的本质属性与性质的运用,多用学生生活中熟悉的事例、多提问题让学生思考,调动学生学习的积极性,化不利为有利;②启发学生观察周围事物,运用所学几何知识说明这些现象;③在以后的教学中要注意复习、巩固这两章的知识.

2. 教学要求要适当 教学的要求应当适合学生情况,符合教学目的与教学要求,绝对不应过高.对学生的要求过高,特别是考试、测验、习题过难会造成学生对平面几何的畏惧心理,使学生丧失学习兴趣和信心,另一方面习题量应当适当,让学生有足够的思考与回味的的时间,学习负担过重也会造成学生丧失学习兴趣.

教学中要注意领会教材意图和各阶段的要求,根据学生情况掌握教学进度.例如,判定定理与性质定理的区分是要反复多次的,就不要一开始就要求学生掌握;第二章以掌握平面上的线线位置关系为主,推理只是渗透.如果提前进行证

明教学，学生可能接受，但会使学生忽视线位置关系的学习，教学中即使是对于较好的学生提高要求也应当十分慎重。一般情况下，宁可让学生感到轻松些、容易些，也不要让他们感到过于难学。

教材为了控制难度，除了删减部分难题外，对课本中某些习题的难度也作了规定。主要有(1)用到全等三角形不超过两次全等；(2)仅要求学生掌握一些常用辅助线的作法，要求学生掌握的辅助线作法一定要在课文正文中出例子，个别正文中没有出现的简单的辅助线，在习题中出现时要给出来。(3)几何作图题最高要求是已知四边求作梯形的难度。另外课本中还降低了不等关系的要求，这个问题留待以后在代数解三角形一节中解决。教学中要注意按课本要求控制住难度。一般不要超过课本对习题的要求。

3. 要教给学生学习平面几何的方法 学生开始学习平面几何要经过“由数到形”的过渡。这实际上是学习方法和学习习惯的过渡。学生仅有一些在小学学习图形知识的体会，这当然对现在学习几何有利，但是要看到，小学学习几何知识是用直观的方法进行概念教学的，而且小学的主要目的是与各种计算相结合，学生并不知道怎样学习几何与怎样才是学到了几何知识。而正确的学习方法是学好几何的重要保证。教材在第三章开始，对一些例题增加了分析，也是为了帮助学生学会分析问题的方法。教学中，要经常教给学生怎样学习概念、怎样学习定理、怎样分析问题、怎样总结知识。

4. 教学中要严格要求学生 平面几何是要求严谨性的学科，通过几何教学可以培养学生的良好作风。从一开始就

应严格地要求学生具有良好的作风。如,开始学习几何时,学生对概念、性质的叙述可以啰嗦一些,但必须完整、准确;习题中画出的图要求准确、整洁(允许涂改,但要整齐、清洁)。证明过程不允许无根据地乱写或自己制造根据,不会就是不会,不允许胡猜乱做。良好学风的养成,不仅对于学习平面几何是必需的,对于学生今后的学习与工作也将会有很大的益处。

第一章 基本概念

I 教学要求

1. 使学生初步了解初中几何的内容、方法以及学习几何的意义。

2. 使学生理解点、直线、平面等基本概念及体的概念；了解这些概念与实际物体之间的关系；掌握直线的公理和有关性质。

3. 使学生掌握射线、线段的概念；线段的大小、度量及和与差。

4. 使学生掌握角的概念，角的大小、度量及和与差；掌握余角、补角的概念与性质。

5. 使学生学会利用刻度尺、三角板、量角器及圆规等工具画出有关直线、射线、线段及角的图形。

6. 使学生能看懂一些基本的几何语言，能画出相应的图形，并初步适应几何的学习方法。

II 教材分析和教学建议

本章教材的内容主要是平面几何最基本的图形——直线、线段、射线和角的概念、画法及基本性质。这是平面几何的基础部分。

在引言中从实际应用出发，抽象出几何体及几何图形的

概念,指出了几何研究的内容、方法及意义。本章教材首先讲平面几何的基本概念点、直线、平面;然后介绍了直线的公理及性质,讨论了射线、线段,线段的大小、度量、以及线段的和与差、中点等概念与画图方法;最后介绍角的两种定义,角的大小、度量、和与差、平分线等概念与有关画法,以及角的分类及余角、补角的概念与性质。

本章教材的重点是线段与角的概念与画法,以及它们的几何语言的表述;难点是对几何概念、图形性质的理解及其语言的表述;关键在于对各种图形的考察与分析,以及对概念与性质的语言表述的细致的严格的训练。

在编写本章教材时,根据论证几何与实验几何相结合,理论与实践相结合的教学体系,以及加强训练、各有重点的要求,注意了以下几点:

1. 概念的引入在举出学生熟悉的实例,从中抽象出几何图形时,着重分析并对照图形的特征,把概念与图形结合起来,并用文字定义把概念表述出来。这样,使学生对几何图形的认识有实际模型作基础,对概念的理解有几何图形为依据。也就是使学生能够真正抓住几何概念所反映的几何图形的本质属性,在他们使用定义的时候,即运用概念进行思维或者在口头上和书面中表述的时候,在头脑中能呈现出相应的图形,以及这个图形的基本特征,而不是形式主义地只会死记硬背定义的字句。例如,关于角的概念,在从时钟的指针等实物中抽象出图形后,就分析这个图形是由从同一个点出发的两条射线所组成的,从而用文字语言来表述这个图形特征,得到了角的概念的定义。如果把角的图形从上述静止的观点进

行考察改用运动的观点来进行考察时，我们就得到了关于角的概念的另一个定义。后一个定义在将来学习三角函数时是特别重要的。

2. 适当地突出了几何语言的训练。几何概念、性质除了用文字语言表述外，还要能结合图形用几何符号来表示。在某种意义上说，后者比前者更为重要。本章教材在重视文字语言的训练的同时，还特别注意用符号来表述几何概念和性质的训练。例如，用不同的符号来表示在不同情况中的各个角；又如，“直线 a, b 相交于点 O ”，“反向延长线段 AB ”，在叙述中出现了符号，“线段 AB 的中点 M ”还特别指出“可以记成 $AM = MB$ ”。在训练方式上，根据教材特点及其应用情况注意多样性和循序渐进。例如，练习和习题中配的一些训练语言的题，例如，1.1 节练习第 2 题，1.4 节练习第 1 题是给出基本语句并要求学生记住和画图；1.2 节练习第 5 题是要求学生用自己的语言来叙述概念；习题一第 12 题是将定义翻译成符号语言；复习参考题一第 3 题、第 5 题是判断语言的正确与错误的判断题和改错题；复习参考题一第 6 题是看图写话题。

3. 关于画图的训练，本章教材除了线段用尺规的作法外，其他图形都属于工具画图。意图是突出了工具画图的训练，因为它有实际应用的价值，同时，也是为了减少初学几何的难度。在小学时，学生已有使用工具画图的一些技能，现在教学时，要注意学生使用工具是否正确，画出的图形是否符合正确、整洁、美观等要求。这些，都要在几何教学一开始时就抓得很紧，以养成学生良好的学习态度与学习习惯。

本章的图形是比较简单的，大都容易识别。只有有重叠