

# 輸送現象與單元操作 問題詳解

KEY TO BENNETT  
MOMENTUM HEAT AND MASS TRANSFER

林海清 李清榮 編著

興業圖書股份有限公司印行

TK 124  
L175

# 輸送現象與單元操作 問題詳解

KEY TO BENNETT  
MOMENTUM HEAT AND MASS TRANSFER

林海清 李清榮 編著

興業圖書股份有限公司印行

---

版權所有 • 翻印必究

中華民國六十六年九月十三日

## 輸送現象與單元操作問題詳解

### KEY TO BENNETT'S MOMENTUM HEAT AND MASS TRANSFER

定價：壹佰元正

編 著：林 海 清 李 清 榮

發行人：王 志 康

發行者：興業圖書股份有限公司

臺南市勝利路一一八號

電 話：三 七 三 二 五 三 號

郵政劃撥儲金戶：南字 31573 號

新聞局登記證局版台業字第〇四一〇號

打 字：義 德 春 打 字 行

印 刷：臺南市正興街二十四號

---

學校團體採用購買另有優待

# 目 錄

|           |                   |     |
|-----------|-------------------|-----|
| 第 二 章     | 流體行爲簡介            | 1   |
| 第 三 章     | 全部質量平衡            | 10  |
| 第 四 章     | 全部能量平衡            | 25  |
| 第 五 章     | 全部動量平衡            | 47  |
| 第 六 章     | 流動測量              | 66  |
| 第 七 章     | 微量質量平衡            | 82  |
| 第 八 章     | 微量能量平衡            | 91  |
| 第 十 章     | 運動公式的一些解          | 96  |
| 第 十 一 章   | 邊界層流動             | 110 |
| 第 十 二 章   | 渦狀流動的速度分佈和摩擦      | 122 |
| 第 十 三 章   | 因次分析與其在流體力學上的應用   | 139 |
| 第 十 四 章   | 不可壓縮流體流動的一些設計方程式  | 148 |
| 第 十 五 章   | 過 濾               | 188 |
| 第 十 八 章   | 穩定熱傳導             | 202 |
| 第 十 九 章   | 非穩定之熱傳導           | 211 |
| 第 二 十 章   | 熱傳導分析中之數值，圖解與類比方法 | 218 |
| 第 二 十 一 章 | 對流熱傳係數            | 224 |
| 第 二 十 二 章 | 層流中的熱傳遞           | 249 |
| 第 二 十 三 章 | 紊流中的熱傳遞           | 259 |
| 第 二 十 四 章 | 對流熱傳的一些設計方程式      | 268 |
| 第 二 十 五 章 | 沸騰與凝結             | 295 |
| 第 二 十 六 章 | 輻射熱傳遞             | 303 |
| 第 二 十 七 章 | 熱交換設備             | 318 |

|       |                    |     |
|-------|--------------------|-----|
| 第二十九章 | 分子擴散與擴散系數·····     | 340 |
| 第三十章  | 二成份混合之擴散·····      | 348 |
| 第三十一章 | 對流質傳系數·····        | 365 |
| 第三十二章 | 層流的質量傳送·····       | 381 |
| 第三十三章 | 湍流的質量傳送·····       | 387 |
| 第三十四章 | 對流質傳的一些設計方程式·····  | 392 |
| 第三十五章 | 非互溶相的連續接觸·····     | 402 |
| 第三十六章 | 質量傳送伴隨動量與熱量傳送····· | 423 |
| 第三十七章 | 利用平衡級分離；不互溶相·····  | 436 |
| 第三十八章 | 部份互溶相的接能·····      | 443 |
| 第三十九章 | 兩相混合物的蒸餾·····      | 454 |
| 第四十章  | 多成份分離·····         | 475 |

## 第二章 流體行為簡介

- 2-1 對一高度為  $y_0$ ，無限寬的切口，設為層狀和牛頓尼安流動，試導出它的速度分佈和壓力降落。（參考方程式（2-14）和（2-15）。

**解：**考慮  $x$  與  $x + dx$  間之薄殼，

作用於此薄殼上之  $x$  有

- (1) 重力

$$= w dx y_0 \rho g$$

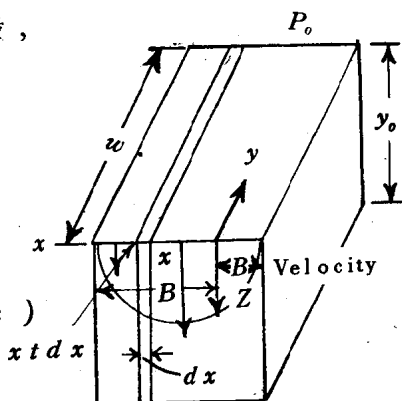
- (2) 壓力

$$= P_0 w dx - P_1 w dx$$

- (3) 切壓 ( Shear force )

$$= \tau \cdot w y_0 \Big|_{x+x+dx}$$

$$= - \left( \frac{d\tau}{dx} \right) dx w y_0$$



假設 1. 穩定流量，即  $\Sigma F = 0$

2. 僅  $Z$  方向有速度 即  $V_x = V_y = 0, V_z = u$

3.  $u$  僅為  $x$  之函數 即  $u = u(x)$  or  $\frac{\partial u}{\partial y}$

$$= \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

$$\Sigma F = 0$$

$$= w dx y_0 \rho g + (p_0 - p_1) w dx - \left( \frac{d\tau}{dx} \right) dx w y_0$$

$$= 0$$

移項整理得

$$\frac{d\tau}{dx} = \frac{(p_0 - p_1) + \rho g y_0}{y_0} = A \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{積分} \int_{\tau_0}^{\tau} d\tau = \int_0^x A dx$$

$$\tau = \tau_0 + Ax$$

又由對稱，at  $z = 0$  momentum 既不往  $+z$  方向傳，亦不往  $-z$  方向傳

$\therefore \tau(0) = 0$  即  $\tau_0 = 0$  代入上式得

$$\tau = Ax \quad \dots\dots\dots(2)$$

由Newtonian flow之假設  $\tau = -\mu \frac{du}{dx}$  代入(2)式

得  $-\mu \frac{du}{dx} = Ax$  積分得

$$u = -\frac{A}{2\mu} x^2 + C \quad \dots\dots\dots(3)$$

代入無滑動之B.C.  $u = 0$  at  $x = \pm B$ ，得

$$C = \frac{A}{2\mu} B^2 \text{ 代入(3)式得}$$

$$\begin{aligned} u &= +\frac{A}{2\mu} (B^2 - x^2) \\ &= \left( (P_0 - P_1) + \rho g y_0 \right) / 2\mu y_0 \left( B^2 - x^2 \right) \quad \dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

當  $x = 0$  時， $u = u_{max}$

$$= (P_0 - P_1 + \rho g y_0) B^2 / 2\mu y_0 \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$(4)/(5) \text{ 得 } u = u_{max} (1 - x^2 / B^2)$$

2-2 假設流體為擬塑膠流體，切壓和切速率的關係如方程式(

2-5), 而  $n = 0.5$ , 把習題 2-1 重做一次。

解: 由習題 2-1 之(2)式

$$\tau = A x$$

由 Rheology relation (eq 2-1)

$$\tau = K \left( -\frac{du}{dr} \right)^{1/2} \quad \text{代入上式}$$

$$K \left( -\frac{du}{dr} \right)^{1/2} = \frac{(P_0 - P_1) + \rho g y_0}{y_0} x \quad \text{化簡得}$$

$$\frac{du}{dx} = - \left( \frac{(P_0 - P_1) + \rho g y_0}{K y_0} \right)^2 x^2 \quad \text{積分得}$$

$$u = - \left( \frac{(P_0 - P_1) + \rho g y_0}{K y_0} \right)^2 \frac{x^3}{3} + C_1$$

將  $B, C, u = 0$  at  $x = B$  代入得

$$C_1 = \left( \frac{P_0 - P_1 + \rho g y_0}{K y_0} \right)^2 \frac{B^3}{3}$$

(若將  $u = 0$  at  $x = -B$  代入則得

$$C_1 = - \left( \frac{P_0 - P_1 + \rho g y_0}{K y_0} \right)^2 \frac{B^3}{3}$$

$$u = + \left( \frac{P_0 - P_1 - \rho g y_0}{K y_0} \right)^2 \frac{1}{3} (B^3 - x^3)$$

此式要使其能同時滿足  $u = 0$  在  $x = \pm B$  必需在  $x^3$  外加絕對值, 即

$$u = \frac{1}{3} \left( \frac{P_0 - P_1 - \rho g y_0}{K y_0} \right)^2 (B^3 - |x|^3) \dots\dots(1)$$

at  $x = 0$   $u$  最大

$$\therefore u_{max} = \frac{1}{3} \left( \frac{P_0 - P_1 - \rho g y_0}{K y_0} \right)^2 (B^3)$$

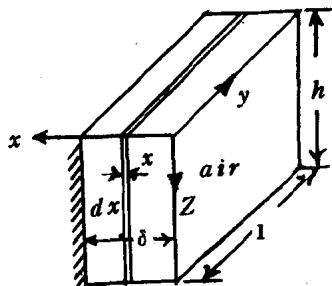
.....(2)

$$(1)/(2) \quad u = u_{max} \left( 1 - \left| \frac{x}{B} \right|^3 \right)$$

2-3 假設有一牛頓尼安流體，以層狀流動由一無限寬的平面流下，試求出液體薄層間的速度分佈和在自由表面 (free surface) 的速度

解：假設

- (1) 忽略 end effect  
，即 假設  
steady flow
- (2) 在 Liquid-air  
interface  $\tau = 0$
- (3)  $u = u(x)$
- (4) Newtonian



$$\text{fluid} \quad \tau = -\mu \frac{du}{dx}$$

作用於  $x$  和  $x + dx$  薄層間之  
力有三：

- (1) 重力

$$= \ell h dx \rho g$$

$$(2) \text{ shear force} = \tau \ell h \Big|_{x+x+dx}$$

$$= - \left( \frac{d\tau}{dx} \right) dx \ell h$$

$$(3) \text{ pressure force} = (P_0 - P_1) \ell dx = 0$$

$$\therefore P_0 = P_1 = P_{atm}$$

$$\Sigma F = 0 = \ell h dx \rho g - \left( \frac{d\tau}{dx} \right) dx \ell h \text{ 移項}$$

$$d\tau / dx = \rho g \quad \text{積分 with B.C. } \tau = 0$$

at  $x = 0$  得

$\tau = \rho g x$  代入 Newtonian fluid relation

得

$$\tau = -\mu \frac{du}{dx} = \rho g x$$

積分，其 B. C.  $u = 0$  at  $x = \delta$  得

$$u = \frac{\rho g}{2\mu} (\delta^2 - x^2)$$

故在表層之速度為  $u_s = u$  ( at  $x = 0$  )

$$= \frac{\rho g \delta^2}{2\mu}$$

- 2-4 欲使水 (  $68^\circ\text{F}$  ) 流經一個內徑 ( ID ) 為  $\frac{1}{2}$  吋，10 呎長的圓管，如果中心線速度為 3 吋／秒，則壓力降落有多大？  
( 以 psi 示之 )

解：假設 (1) 層流

(2) Newtonian flow

(3) 忽略 end effect

則 eq ( 2-14 ) 可適用。

又  $u_{max}$  = center line velocity

$$= 3 \text{ in} / \text{sec} = 0.25 \text{ ft} / \text{sec}$$

因

$$R_e = \frac{\rho u d}{\mu} < \frac{\rho u_{max} d}{\mu}$$

$$= \frac{62.43 \times 0.25 \times (\frac{1}{2}) \cdot (\frac{1}{12})}{6.7197 \times 10^{-4}}$$

$= 968 < 2100$  故可視為層流

$$\begin{aligned}
 -\Delta P &= \frac{4\mu LU_{max}}{g_c r_i^2} \\
 &= \frac{4 \times 6.7197 \times 10^{-4} \times 10 \times 3}{32.2 \left( \frac{1}{4} \times \frac{1}{12} \right)^2} \\
 &= 5.77 \ell b_f / ft^2 \\
 &= 0.040 \text{ psi}
 \end{aligned}$$

其中之  $\mu$  係由 Fig A - 3 查得

$$\begin{aligned}
 \mu &= 1.0 \text{ cp} = 1.0 \times 10^{-2} \text{ poise} \\
 &= 1.0 \times 10^{-2} \times 6.7197 \times 10^{-2} \ell b_m / ft \cdot sec \\
 &= 6.7197 \times 10^{-4} \ell b_m / ft \cdot sec
 \end{aligned}$$

2-5 和習題 2-4 同樣的圓管，欲使  $68^\circ \text{ F}$  和  $1 \text{ atm}$  的空氣以  $3 \text{ 吋/秒}$  的速度流過該圓管，試以  $\text{psi}$  表出其壓力降落

解：由 Fig A - 2 查得

$$\mu = 0.0178 \text{ cp} = 1.20 \times 10^{-5} \ell b_m / ft \cdot sec$$

代入 eq ( 2-14 ) 中得

$$\begin{aligned}
 -\Delta P &= \frac{4\mu LU_{max}}{g_c r_i^2} \\
 &= \frac{4 \times 1.20 \times 10^{-5} \times 10 \times 3}{32.2 \times \left( \frac{1}{2} \times \frac{1}{12} \right)^2} \ell b_f / ft^2 \\
 &= 0.103 \ell b_f / ft^2 \\
 &= 7.16 \times 10^{-4} \text{ psi}
 \end{aligned}$$

2-6 水在  $10^\circ \text{ C}$  以層狀流動通過一個 ID 為  $1 \text{ 公分}$  的圓管，假設離管壁  $5 \text{ mm}$  處的速度為  $10 \text{ 公分/秒}$ ，試求出沿著管子的壓力改變速率（以  $\text{torr/cm}$  表示）

解：在  $10^\circ \text{ C}$   $\mu = 1.27 \text{ cp} = 1.27 \times 10^{-2} \text{ g/cm} \cdot \text{sec}$

自 ( 2-15 ) 式

$$10 = U_{max} \left[ 1 - \left( \frac{0.5 - 0.5}{0.5} \right)^2 \right]$$

$$10 = U_{max}$$

$$\text{又 } 1 \text{ torr} = 1 \text{ mmHg} = 1.36 \text{ cmHg}_2 \text{ O}$$

$$= \frac{\rho g}{g_c} h = 1.36 \text{ g}_f / \text{cm}^2$$

由 eq ( 2-14 )

$$\begin{aligned} \frac{-\Delta P}{L} &= \frac{4 \mu U_{max}}{g_c r_i^2} \\ &= \frac{4 \times 1.27 \times 10^{-2} \times 10}{980 \times \left( \frac{1}{2} \right)^2} \\ &= 0.00207 \text{ g}_f / \text{cm}^3 \\ &= 1.52 \times 10^{-3} \text{ torr} / \text{cm} \end{aligned}$$

2-1 68° F 的乙醇流經一 ID 為 1/8 吋的圓管，吾人量度 1 呎長的壓力降落為 0.25 吋水銀柱，試求出水在圓管中心的流速。

解：自 Fig A - 3

乙醇在 68° F 時之

$$\mu = 1.2 \text{ cp} = 8.06 \times 10^{-4} \text{ lb}_m / \text{ft} \cdot \text{sec}$$

$$1 \text{ atm} = 29.92 \text{ in Hg} = 14.7 \text{ psi}$$

$$\therefore 1 \text{ in Hg} = \frac{14.7}{29.92} \text{ psi}$$

$$= 0.491 \times 144 \text{ lb}_f / \text{ft}^2$$

$$= 70.75 \text{ lb}_f / \text{ft}^2$$

代入 eq ( 2-14 )

$$U_{max} = \frac{-\Delta P g_c r_i^2}{4 \mu L}$$

## 8 輸送現象與單元操作詳解

$$= \frac{0.25 \times 70.75 \times 32.2 \times \left( \frac{1}{16} \frac{1}{12} \right)^2}{4 \times 8.06 \times 10^{-4}}$$

$$= 4.79 \text{ ft} / \text{sec}$$

2-8 吾人施力於  $30^\circ \text{C}$  的水；使其以 1 公分／秒的中心線速度流經一個 ID 為 3 mm 的毛細管，計算在管壁的切壓〔以達因／（公分）<sup>2</sup> 表示〕

解：自 eq (2-10)

$$\tau_i = \frac{-\Delta P r_i}{2L} \dots\dots\dots(1)$$

自 eq (2-14)

$$U_{max} = \frac{-\Delta P g_c r_i^2}{4\mu L} \dots\dots\dots(2)$$

(1)／(2)消去  $\Delta P$  得

$$\frac{\tau_i}{U_{max}} = \frac{2\mu}{r_i g_c} \dots\dots\dots(3)$$

$$\therefore \tau_i = \frac{2\mu}{r_i g_c} U_{max} \dots\dots\dots(3)$$

由 Fig A-3

$$\mu = 1.56 \text{ cp} = 1.56 \times 10^{-2} \text{ g} / \text{cm} \cdot \text{sec}$$

$$r_i = 3 \text{ mm} / 2 = 0.15 \text{ cm} \text{ 代入(3)}$$

$$\begin{aligned} \tau_i &= \frac{2 \times (1.56 \times 10^{-2}) \times 1}{0.15 \times 980} \\ &= 2.122 \times 10^{-4} \text{ g}_f / \text{cm}^2 \\ &= 2.122 \times 10^{-4} \times 980 \text{ dyne} / \text{cm}^2 \\ &= 0.208 \text{ dyne} / \text{cm}^2 \end{aligned}$$

2-9 於下列情況，以  $u / u_{max}$  對  $r / r_i$  作圖：(a) 擬塑膠流體

( $n = 0.5$ ) (b) 膨脹性流體 ( $n = 2.5$ )

解：自(5)式

$$\frac{U}{U_{max}} = \left[ 1 - \left( \frac{r}{r_i} \right)^{\frac{(n+1)}{n}} \right]$$

∴ 當  $n = 0.5$  時

$$\frac{U}{U_{max}} = 1 - \left( \frac{r}{r_i} \right)^3 \dots\dots\dots(1)$$

當  $n = 2.5$  時

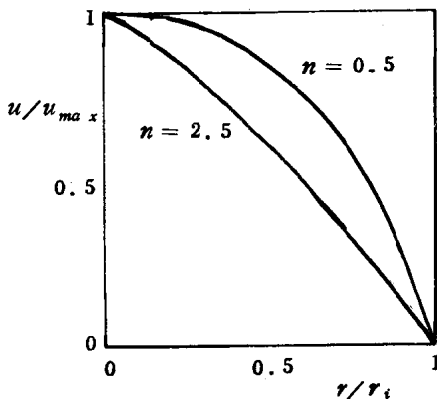
$$\frac{U}{U_{max}} = 1 - \left( \frac{r}{r_i} \right)^{1.4} \dots\dots\dots(2)$$

設定  $r/r_i = 0, 1/4, 2/4, 3/4, 1$

代入(1) (2) 中求得  $U/U_{max}$  之值如下：

| $r/r_i$ | 0 | 1/4   | 2/4   | 3/4   | 1 |
|---------|---|-------|-------|-------|---|
| $n$     |   |       |       |       |   |
| 0.5     | 1 | 0.984 | 0.875 | 0.578 | 0 |
| 2.5     | 1 | 0.856 | 0.621 | 0.332 | 0 |

作圖如下：



## 第三章 全部質量平衡

- 3-1 含有 0.35 摩爾分率的甲苯和 0.65 摩爾分率的苯的混合物以 100 磅摩爾／小時的速率進入一個分餾程序。有兩種生成物，一個含有 0.99 摩爾分率的苯，另外一個含進來苯的 5 %。試求出兩種生成物的流動速率（磅摩爾／小時）和甲苯較多（toluene rich）的生成物的成份。（於系統內並無堆積現象）。

解：假設 Benzene 含量多之量為  $x$

由 benzene 之 balance

$$100 \times 0.65 = 100 \times 0.65 \times 5 \% + x \times 0.99$$

$$\therefore x = 62.37 \text{ lb-mole/hr}$$

Toluene 含量多 stream 之 flowrate

$$= 100 - 62.37$$

$$= 37.63 \text{ lb-mole/hr}$$

其 Benzene 之成份%

$$= 100 \times 0.65 \times 5 \% / 37.63$$

$$= 8.64 \%$$

$$\text{Toluene 之 \%} = 100 - 8.64 = 91.36 \%$$

- 3-2 一個密閉分餾單位 ( batch distillation unit ) 充滿了 150 磅摩爾的液狀混合物。（包含 0.6 摩爾分率的苯和 0.4 摩爾分率的甲苯。離開蒸餾器 ( still ) 的蒸汽成分和留在蒸餾器內液體成分的關係如下式所示： $\tilde{y}_A = \alpha \tilde{x}_A / [1 + (\alpha - 1) \tilde{x}_A]$

$\tilde{y}_A$  和  $\tilde{x}_A$  分別代表苯在蒸汽和液體的摩爾分率， $\alpha$  為相對揮

發性，等於常數，2.57，假使分餾是連續的，當蒸餾器內的液體只剩30磅摩爾時，試問吾人所收集分餾液 ( distillate ) 的成分為何？

解：假設 at  $\theta$  時，系內尚有  $w$  量，其中 Benzene 之摩爾分率為  $x_A$

若再過了  $d\theta$  時間再有一  $dw$  量蒸發 則

$$w_s = -dw / d\theta \quad \text{代入 eq ( 3-4 )}$$

$$-y_A dw / d\theta - 0 + dw x_A / d\theta = 0$$

$$-y_A dw + dw x_A = 0$$

$$-y_A dw + x_A dw + w dx_A = 0 \quad \text{移項}$$

$$\frac{dx_A}{y_A - x_A} = \frac{dw}{w}$$

將  $y_A = \alpha x_A / [1 + (\alpha - 1)x_A]$  代入上式

由  $w_0$  積分至  $0.3 w_0$ ，由  $x_{A0} = 0.4$  積分至  $x_A$  得

$$\int_{x_{A0}}^{x_A} \frac{1 - (\alpha - 1)x_A}{(\alpha - 1)x_A(1 - x_A)} dx_A = \ln 0.3$$

$$(\alpha - 1) \left[ \ln \frac{x_A}{0.4} + (2 - \alpha) \ln \frac{0.6}{1 - x_A} \right]$$

$$= \ln 0.3$$

try and error 解得  $x_A = 0.153$

由 Lever rule

$$\frac{x_D - x_A}{150} = \frac{x_{A0} - x_A}{0.7 \times 150} \quad \text{解得 } x_D = 0.506$$

3-3 在雷諾數為 110,000 時，速度輪廓變為：

$$u = u_{max} \left( \frac{r_i - r}{r_i} \right)^{1/7}$$

上述方程式為在平滑圓管內的渦狀流動。試求出  $u_0 / u_{max}$

的值。若以變數  $y$  代替  $r_i - r$ 。則積分將能簡化。

註： $u_b$  為 bulk velocity 亦即 average velocity

$$\begin{aligned}
 \therefore u_b &= \frac{\int_0^{r_i} u 2\pi r dr}{\int_0^{r_i} 2\pi r dr} \\
 &= \frac{2\pi u_{max} \int_0^{r_i} \left( \frac{r_i - r}{r_i} \right)^{1/7} r dr}{\pi r_i^2} \\
 &= \frac{-2u_{max} \int_{r_i}^0 y^{1/7} (r_i - y) dy}{r_i^2 (r_i)^{1/7}} \quad (y = r_i - r) \\
 &= \frac{-2u_{max} \left( -\frac{7}{8} r_i^{8/7} r_i + \frac{7}{15} r_i^{15/7} \right)}{r_i^2 (r_i)^{1/7}} \\
 &= 2u_{max} \left( \frac{7}{8} - \frac{7}{15} \right) = \frac{49}{60} u_{max} \\
 \therefore \frac{u_b}{u_{max}} &= \frac{49}{60}
 \end{aligned}$$

3-4 液體以層狀流動由一垂直表面流下，液體薄層的速度輪廓可以方程式表示：

$$u_y = \frac{\rho g}{\mu} \left( Lx - \frac{x^2}{2} \right)$$

$L$  = 薄層厚度       $u_y$  = 距管壁  $x$  的向下速度

- 證明液體的平均速度為在自由表面 (free-surface) 速度的  $\frac{2}{3}$
- $60^\circ \text{F}$  的水以 1 加侖/分的速率由一 3 呎寬的垂直平面